Sammlung

von

Aufgaben

aus der

Arithmetik und Algebra.

Für

Gymnasien und Realschulen

bearbeitet

von

Friedrich Hofmann,
weiland Professor der Mathematik am K. Gymnasium zu Bayreuth,
Ritter des Verdienstordens vom heil. Michael.

In drei Teilen.

Dritter Teil:
Algebraische Aufgaben.
(Zweite Abteilung.)

Fünfte vermehrte Auflage
bearbeitet
von

Professor Christoph Dietsch
am K. neuen Gymnasium zu Nürnberg.

Bayreuth 1892.
Verlag der Grau'schen Buchhandlung.

Vorwort.

Von den Hinterbliebenen des Verfassers wurde mir der ehrenvolle Auftrag zu teil, den seit 1876 unverändert gebliebenen dritten Teil der Aufgabensammlung vor dem Wiederabdruck einer Durchsicht zu unterziehen. Entsprechend dem Wunsche des Verblichenen, meines hochverehrten Lehrers, ohne Not nichts zu ändern sowie wegen der Kürze der mir gewährten Zeit wurde die Anordnung des Ganzen unverändert gelassen. Eine wesentliche Änderung erfuhr das Buch nur nach zwei Richtungen. Erstens erwies sich als nötig, dem Abschnitte über Logarithmen die Benützung fünf- statt siebenstelliger Logarithmentafeln zu grunde zu legen. Zweitens mußte mit Rücksicht auf das Lehrprogramm der technischen Mittelschulen der Abschnitt über höhere Gleichungen erweitert werden, wodurch auch einige Änderungen im zwölften Abschnitt (Gleichungen des

zweiten Grades) nötig wurden. Eine Umarbeitung erfuhr endlich auch die Kombinatorik, wogegen die übrigen Abschnitte nahezu unverändert blieben.

Möge das den jetzigen Bedürfnissen angepaßte Buch sich auch fernerhin des Wohlwollens der Lehrer der humanistischen und technischen Mittelschulen erfreuen.

Nürnberg, Ostern 1892.

Christoph Dietsch,
K. Professor der Mathematik
am K. neuen Gymnasium zu Nürnberg

Inhalt.

Zehnter Abschnitt.

Vermischte Reduktionen.

1) $\dfrac{15a^{n+1} + 6a^n b}{25ab^m + 10b^{m+1}}$

2) $\dfrac{35a^{m+2} + 15ab}{49a^{m+1}b^{m-1} + 21b^m}$

3) $\dfrac{105a^{m+1} + 21a^{m-1}b^n}{45a^2b + 9b^{n+1}}$

4) $\dfrac{21a^{2x} - 15a^{x+1}b^{m+2}}{35a^{x-1}b^{m-1} - 25b^{2m+1}}$

5) $\dfrac{91a^{m-1}b^{x+1} - 28a^2b^{2x-3}}{104a^{2m} - 32a^{m+3}b^{x-4}}$

6) $\dfrac{10a^{m+n}cx^{n+2} - 14a^nb^mcx^{n+3}}{25a^{n+2}b^2c^nx - 35a^{n-m+2}b^{m+2}c^nx^2}$

7) $\dfrac{21a^nb + 9b^{m+1} - 12ab^{n+1}}{28a^{m+n} + 12a^mb^m - 16a^{m+1}b^n}$

8) $\dfrac{42a^{m+3}b - 45a^2b^{n+1} + 24a^2b^{m+1}c^2}{98a^{m+1}bc^2 - 105b^{n+1}c^2 + 56b^{m+1}c^4}$

9) $\dfrac{32a^{3m+1}b^n + 16a^{m+4}b^{n-1} - 20a^{m+2}b^{n+1}c^2}{40a^{2m-1}b^{2n+1} + 20a^2b^{2n} - 25b^{2n+2}c^2}$

10) $\dfrac{4a^3 - 28ab^{n+1} - 35b^{n+2} + 5a^2b}{24a^{m+2} + 5b^{m+1} + 30a^{m+1}b + 4ab^m}$

11) $\dfrac{4a^{2m-1} - 21b^{n+3} - 12a^mb^{n+1} + 7a^{m-1}b^2}{12a^mb^{n+3} - 8a^{2m+1} + 21b^{n+5} - 14a^{m+1}b^2}$

12) $\dfrac{5a^{m+1} - 10a^{2m} - 7b^{n+1} + 14a^{m-1}b^{n+1}}{15a^{m+1} - 7b^{2n-2} + 5a^{m+1}b^{n-3} - 21b^{n+1}}$

13) $\dfrac{4a^{n+1} - b^m}{16a^{2n+2} - b^{2m}}$

14) $\dfrac{a^{2m+1} - 3a^{m+1}b^2}{a^{2m}b^n - 9b^{n+4}}$

15) $\dfrac{3a^{2m} + a^{m+n+2}}{9a^{2m+n-1} - a^{3n+3}}$

16) $\dfrac{5a^{m+n+1} + 3ab^{n-3}}{25a^{2m+2n} - 9b^{2n-6}}$

17) $\dfrac{12a^{2m-1} + 3a^{m-2}b^{n+3}}{64a^{2m+2}b^{n-5} - 4b^{3n+1}}$

18) $\dfrac{9a^{2m+8} + 12a^{m+6}b^{3n}}{9a^{2m+7}b^{n-1} - 16a^3b^{7n-1}}$

19) $\dfrac{(25a^m - 15ax^n)^2}{75a^{2m-2}x^{m-n} - 27x^{m+n}}$

20) $\dfrac{(14a^{m+2} - 10ax^2)^3}{343a^{2m+2}x^n - 175x^{n+4}}$

21) $\dfrac{68a^m + 12ax^2}{289a^{2m-2} + 102a^{m-1}x^2 + 9x^4}$

22) $\dfrac{(x^{2n} - 2x^n + 1)(a^{10} - b^{20})}{(x^{2n} - 1)(a^5 + b^{10})}$

23) $\dfrac{a^3b^{-2}}{c^4x}\sqrt[2r]{\dfrac{b^{4r-1}c^{8r+5}}{a^{6r-3}x^{3-2r}}}$ 24) $\dfrac{2 - 6x}{x + 3x^2}\sqrt[3]{\dfrac{x(1 + 3x)^2}{(3 - 9x)^4}}$

25) $\dfrac{3x - 6x^2}{2 + 4x}\sqrt{\dfrac{8 + 16x}{3x(1 - 2x)^3}}$

26) $\dfrac{x + 1}{x - 2}\sqrt[3]{\dfrac{4a^4}{3c^5}} \cdot \dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 1}\sqrt{\dfrac{3c^5}{2a^4}}$

27) $(x + 3)\sqrt{\dfrac{5ax}{4bz}} : \dfrac{x + 4}{x - 3}\sqrt{\dfrac{3ay}{2bz}}$

28) $\dfrac{a^4}{3b^4}\sqrt[4]{\dfrac{5x - 4}{y}} : \dfrac{a^3}{3b}\sqrt{\dfrac{10x - 8}{y}}$

29) $\dfrac{x^2 - 1}{x + 2}\sqrt[3]{\dfrac{a^4}{15bx^2}} \cdot \dfrac{x^2 - 4}{x - 1}\sqrt{\dfrac{6b^5x^3}{a^9}}$

30) $\dfrac{5a^3}{6b^2}\sqrt{\dfrac{9x^2 - 4a^2}{5a^3}} : \dfrac{15a^2}{4b^{-1}}\sqrt[3]{\dfrac{(3x - 2a)^2}{10a^4}}$

31) $\sqrt[4]{a^8 - a^4x^2} : 4\sqrt{a^2 + x}$

32) $c^3\sqrt{a^2 - x^2} : b\sqrt{ac^2 - c^2x}$

33) $\sqrt{ab^3 - b^3c} : \sqrt{ax^2 - cx^2}$

34) $(a + b) : \frac{1}{3}\sqrt{a^2 - b^2}$ 35) $\sqrt{a^2 - x^2} : \sqrt[3]{a - x}$

36) $\sqrt[3]{a^3 + x^3} : \sqrt[3]{a^2 + 2ax + x^2}$

37) $\sqrt{a^2 - x^2} : \sqrt[3]{a^2 + 2ax + x^2}$

38) $\sqrt[3]{a^2 - 9x^2} : \sqrt[5]{a^2 - 6ax + 9x^2}$

39) $\sqrt[5]{a^8 - 2a^6x^2 + a^4x^4} : \sqrt[3]{a^6 - a^2x^4}$

40) $\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a + x}$

41) $\frac{\sqrt{a^4 - b^4}}{a + b}$

42) $\frac{\sqrt[3]{a^4b^8 - c^{12}}}{ab^2 - c^3}$

43) $\frac{\sqrt{a + x} \cdot \sqrt[4]{a - x}}{\sqrt[3]{a^2 - x^2} \cdot \sqrt[12]{a + x}}$

44) $\frac{1 + \sqrt{(a^2 - x^2) : (a^2 + x^2)}}{\sqrt{a^2 + x^2} + \sqrt{a^2 - x^2}}$

45) $\frac{\sqrt{1 - x} + \sqrt{(1 + x)^{-1}}}{1 + \sqrt{(1 - x^2)^{-1}}}$

46) $\sqrt{\frac{8a^3b^5}{c^3} - \frac{16a^5b^4}{5c^5}}$

47) $\sqrt[4]{\frac{8a^3b^4}{c^2x^4} - \frac{16a^4b^3}{c^3x^2}}$

48) $\sqrt[3]{\frac{8a^4x^6}{27b^3} + \frac{16a^3x^6}{27b^2}}$

49) $\sqrt[4]{\frac{16a^9}{81b^5c^5} + \frac{32a^7}{243b^5c^3}}$

50) $\sqrt[3]{\frac{2x\sqrt{6x}}{\sqrt{1 - x^2}} : \frac{1 + x}{\sqrt{1 - x}}}$

51) $\frac{3a}{5b}\sqrt[3]{\frac{c^2}{a - x}} \cdot \frac{4b}{5a}\sqrt{\frac{a - x}{2c^3}}$

52) $6\sqrt{1 - x} \cdot \sqrt[4]{\frac{1}{1 - x}} \cdot 0{,}5\sqrt[3]{4(1 - x)^2} \cdot \sqrt[-2]{2(1 - x)}$

53) $\sqrt[3]{\frac{a}{(a - x)^2}} \cdot \sqrt[6]{\frac{(a - x)^2}{a^{-2}}} \cdot \sqrt{\frac{a^3}{a - x}} \cdot \sqrt[-3]{\frac{a^2}{a - x}}$

54) $\sqrt[3]{\left(\frac{8a^3c^3x^7}{27b^3} - \frac{4a^2cx^6}{3b} + \frac{2abx^5}{c} - \frac{b^3x^4}{c^3}\right)}$

55) $\sqrt[3]{\frac{3ax^3 - 18ax^2 + 36ax - 24a}{2a^3x - 18a^2x + 54ax - 54x}}$

56) $\sqrt[3]{\frac{3x^3y - 9ax^2y + 9a^2xy - 3a^3y}{(8x^3 - 12x^2 + 6x - 1)b}}$

57) $\sqrt[3]{\frac{2x^3y - 6ax^2y + 6a^2xy - 2a^3y}{(8x^3 - 4x^2 + 2x - 1)b}}$

58) $\sqrt[3]{\frac{40a^4 - 180a^3x + 270a^2x^2 - 135ax^3}{108a^3x - 216a^2x^2 + 144ax^3 - 32x^4}}$

59) $\sqrt[2x+3y]{a^{4xx-9yy}}$

60) $\sqrt[5m-4n]{x^{25mm-16nn}}$

61) $\sqrt[2xx-3xy]{x^{3xx-2xy}}$

62) $\sqrt[3mn-5nn]{b^{5mn-3mm}}$

63) $\sqrt[3r-4n]{x^{15rr-11rn-12nn}}$

64) $\sqrt[rx+xx]{a^{rr+2rx+xx}}$

65) $\sqrt[3n+5r]{\dfrac{a^{21nn}\,.\,a^{29nr}}{a^{10rr}}}$

66) $\sqrt[2xx-3xy]{\dfrac{b^{10xx}}{b^{y(x+21y)}}}$

67) $\sqrt{ab} - \dfrac{b^2\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b^3}}$

68) $\sqrt{ab} + \dfrac{ab}{a-\sqrt{ab}}$

69) $ab + \dfrac{ab\sqrt{c}}{\sqrt{a}-\sqrt{c}}$

70) $ab + \sqrt{\dfrac{a^3b^3}{a^3-ab}}$

71) $\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}} + \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$

72) $\dfrac{2a^2}{(1-a^2)^{\frac{3}{2}}} - \dfrac{1}{(1-a^2)^{\frac{1}{2}}}$

73) $\dfrac{ax^3}{(a+x)^{\frac{8}{3}}} + \dfrac{bx^2}{(a+x)^{\frac{5}{3}}} + \dfrac{cx}{(a+x)^{\frac{2}{3}}}$

74) $\dfrac{ab^3}{(a+b)^{\frac{7}{3}}} + \dfrac{b^2c}{(a+b)^{\frac{4}{3}}} - \dfrac{bc}{(a+b)^{\frac{1}{3}}}$

75) $\dfrac{x^2}{(a+x)^{\frac{8}{3}}} - \dfrac{2x}{(a+x)^{\frac{5}{3}}} + \dfrac{1}{(a+x)^{\frac{2}{3}}}$

76) $\dfrac{c\sqrt{x}}{\sqrt{a+x}} + \dfrac{x\sqrt{x}}{\sqrt{a-x}} + \dfrac{a\sqrt{ax^3+x^4}}{\sqrt{a^2-x^2}} - \sqrt{a^2-x^2}$

77) $\dfrac{-b(a+bx)^{-\frac{1}{2}}}{2ax} + \dfrac{\sqrt{a+bx}}{ax^2} - \dfrac{b}{2ax\sqrt{a+bx}}$

78) $\left(\dfrac{-1}{2ax^2} + \dfrac{3b}{4a^2x}\right) \,.\, \dfrac{b(a+bx)^{-\frac{1}{2}}}{2} + \left(\dfrac{1}{ax^3} - \right.$
$\left.\dfrac{3b}{4a^2x^2}\right) \,.\, \sqrt{a+bx} + \dfrac{3b^2}{8a^2x\sqrt{a+bx}}$

79) $\left(\dfrac{(a+bx)^2}{5} - \dfrac{2a(a+bx)}{3} + a^2\right) \,.\, \dfrac{1}{b^2\sqrt{a+bx}}$
$+ \left(\dfrac{2b(a+bx)}{5} - \dfrac{2ab}{3}\right) \,.\, \dfrac{2\sqrt{a+bx}}{b^3}$

80) $\left(\frac{4bx(b^2 + ax)^2}{a^2} - 3bx(b^2 + ax) + 3abx^2 - 3b^3x - \frac{3b^5x}{a^2}\right) \cdot \frac{a^2}{3bx\sqrt{b^2 + ax}} - \left(a^2x(b^2 + ax) + 3a^3x^2\right) \cdot \frac{\sqrt{b^2 + ax}}{3a^2x}$

81) $(55(ab + x^2)^2 - 16b^2(ab + x^2) - 30a^{-1}bx^4) \cdot \frac{1}{30}ab^{-1}\sqrt{(ab + x^2)^{-1}} - (25x(ab + x^2) + 14b^2x) \cdot \frac{1}{30}ab^{-1}x^{-1}\sqrt{ab + x^2} - (a - b)b^{-1} \cdot \sqrt{(ab + x^2)^3}$

82) $a\sqrt{a^3 - 3a^2x + 3ax^2 - x^3} + x^2\sqrt{a - x} + \sqrt{a^3x^2 - a^2x^3}$

83) $x\sqrt{x^3 - 3x^2 + 3x - 1} - x\sqrt{x^3 - x^2} + \sqrt{9x^3 - 9x^2}$

84) $(a + 2x)\sqrt{a^3 - 6a^2x + 12ax^2 - 8x^3} - 4\sqrt{a^3x^2 - 2a^2x^3} + 2\sqrt{16ax^4 - 32x^5}$

85) $(x + 2a)\sqrt{25x^5 + 50ax^3 + 100a^2x^2} - 5\sqrt{32a^3x^3} - 5x\sqrt{(x^3 - 8a^3)(x - 2a)}$

86) $a\sqrt{a^4 + a^3x + a^2x^2} + \sqrt{4ax^5 + 12a^3x^3 + 9a^5x} - (a + x)\sqrt{(a - x)(a^3 - x^3)}$

87) $2a\sqrt{75a^2x - 90ax^2 + 27x^3} + x\sqrt{363x^3} + 3x\sqrt{12a^2x - 84ax^2 + 147x^3}$

88) $5a\sqrt{98a^3x - 84a^2x^2 + 18ax^3} - 29\sqrt{2ax^5} + 3x\sqrt{50a^3x - 40a^2x^2 + 8ax^3}$

89) $a\sqrt{27a^3x + 90a^2x^2 + 75ax^3} - \sqrt{12a^5x} - \sqrt{3ax^5} - \sqrt{75a^3x^3 - 60a^2x^4 + 12ax^5}$

90) $10x\sqrt{9a^3 + 12a^2x + 4ax^2} - 6\sqrt{25a^3x^2} + \sqrt{a^5 - 40a^3x^2 + 400ax^4}$

91) $6a\sqrt{2a^3 + 12a^2x + 18ax^2} + 2a\sqrt{50a^3} - \sqrt{800ax^4} + a\sqrt{72a^3 - 432a^2x + 648ax^2} - \sqrt{8a^5}$

92) $(3a + 16x)\sqrt{7a^3 - 28a^2x + 28ax^2} - \sqrt{112a^5} - 5x\sqrt{28a^3 - 196a^2x + 343ax^2} - x^2\sqrt{28a}$

93) $3a\sqrt{225a^2x + 30ax^2 + x^3} - 5x\sqrt{9a^2x + 6ax^2 + x^3}$
$+ 4a\sqrt{9x^3 - 60ax^2 + 100a^2x}$

94) $(3a + 2x)\sqrt{27a^2x - 36ax^2 + 12x^3} - (4a - 5x)\,.$
$\sqrt{48a^2x + 120ax^2 + 75x^3} + 8\sqrt{3a^4x - 18a^2x^3 + 27x^5}$

95) $(a^2 - b^2)\sqrt{c^2 - x^2} : (ab + b^2)\sqrt{c^2 - cx}$

96) $(a^2 - x^2)\sqrt{a^2 - 25x^2} : (a + x)\sqrt{a^2 + 5ax}$

97) $a\sqrt[5]{a^3 - 3a^2x + 3ax^2 - x^3} \,.\, \sqrt[5]{a^2x - 2ax^2 + x^3}$

98) $a\sqrt[5]{8a^3 - 12a^2x + 6ax^2 - x^3} \,.\, \sqrt[5]{4a^3 - 4a^2x + ax^2}$

99) $x\sqrt[5]{81a^3x^2 - 162a^2x^3 + 108ax^4 - 24x^5}\,.$
$\sqrt[5]{18a^2x^3 - 24ax^4 + 8x^5}$

100) $\sqrt{a^2 - b^2} \,.\, \frac{c\sqrt{ab - b^2}}{a^2x - 2abx + b^2x} \,.\, \sqrt{\frac{a - b}{b}}$

101) $\sqrt{25a^2 - 16b^2} \,.\, \frac{a^2\sqrt{10ab - 8b^2}}{25a^2 - 40ab + 16b^2} \,.\, \sqrt{\frac{5a - 4b}{2b}}$

102) $\frac{\sqrt[3]{x^3 - 20x^2y + 100xy^2}}{x^2 - y^2} : \frac{x + y}{x - y}\sqrt[3]{x^5 - 10x^4y}$

103) $\frac{a^2b^2 - b^4}{c^2x^3 - x^5} \,.\, \sqrt[3]{(c^2x - 2cx^2 + x^3)} \,.\, \frac{cx^2 + x^3}{a^2b^2 - 2ab^3 + b^4}$
$.\, \sqrt[3]{c^2x - cx^2}$

104) $\frac{x^3 - xy^2}{x^2y - 9y^3} \,.\, \sqrt[3]{x^3 - 6x^2y + 9xy^2} \,.\, \frac{x^2 + 3xy}{x^2 - 2xy + y^2}$
$.\, x^{-2}y\sqrt[3]{x^2 - 3xy}$

105) $\frac{9a^2x - 4x^3}{49a^4 - 25a^2x^2}\sqrt[3]{49a^3 - 70a^2x + 25ax^2}\,.$
$\frac{7a^2 + 5ax}{9a^2x - 12ax^2 + 4x^3}\sqrt[3]{49a^4 - 35a^3x}$

106) $(ab - b^2)\sqrt{1 - \frac{x^2}{c^2}} \,.\, \frac{a\sqrt{cx + c^2}}{a^2bx - b^3x}$

107) $(3ax - 2x^2)\sqrt{1 - \frac{25x^2}{49a^2}} \,.\, \frac{3a\sqrt{49a^2 + 35ax}}{45a^2x^2 - 20x^4}$

108) $\dfrac{(4a^2b - 49b^3)\sqrt{9a^2 - 49b^2}}{3a^2 + 7ab} \cdot \dfrac{a\sqrt{3a^2 + 7ab}}{2ab + 7b^2}$

109) $\dfrac{a^3 - 2a^2b + ab^2}{(c^2x - x^3)\sqrt[6]{c^7}} : \dfrac{a^3 - ab^2}{(c^2x + 2cx^2 + x^3)\sqrt[3]{c^4}}$

110) $\dfrac{a^2b^2 - 10ab^3 + 25b^4}{(a^3 - 9ab^2)\sqrt[3]{4b^4}} : \dfrac{(a^2b^2 - 25b^4)\sqrt{2b}}{(a^3 - 6a^2b + 9ab^2)\sqrt[3]{b^2}}$

111) $\sqrt[3]{a^2b - 2ab^2 + b^3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt[3]{abc - b^2c}}{a^3 - b^3}$

112) $\sqrt[3]{25a^5 - 10a^3b^2 + ab^4} \cdot \dfrac{a^2\sqrt[3]{10a^4 - 2a^2b^2}}{125a^6 - b^6}$

113) $\sqrt[3]{9a^4x^3 - 12a^2x^5 + 4x^7} \cdot \dfrac{9a^4x\sqrt[3]{9a^3x - 6ax^3}}{27a^6 - 8x^6}$

114) $(a^4 + ab^3)\sqrt[3]{c^2x - 2cx^2 + x^3} : \dfrac{a^4 + a^3b}{\sqrt[3]{c^2x - cx^2}}$

115) $\dfrac{a^4 - ab^3}{\sqrt{a^2b + ab^2 + b^3}} \cdot \dfrac{ab + b^2}{a^3 - a^2b}\sqrt{\dfrac{ab}{a^2 + ab + b^2}}$

116) $\dfrac{(a^2 - b^2)\sqrt[3]{c^3 - 2c^2x + cx^2}}{a\sqrt[3]{x}} : \dfrac{ac - bc - ax + bx}{\sqrt[3]{c^2x^2 - cx^3}}$

117) $\left(\sqrt{(a^3 - b^3)(c^2 - x^2)} : (ac + bx - bc - ax)\right)$
$: \sqrt{\dfrac{abc + abx}{ac - bc + bx - ax}}$

118) $\dfrac{a^5 + a^2b^3}{\sqrt{c^3 - cx^2}} \cdot \dfrac{c^2 - cx}{a^4 - a^3b + a^2b^2} \cdot \sqrt{\dfrac{cx + x^2}{c^3 - c^2x}}$

119) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}}{(a^3 - ab^2)\sqrt[3]{a^2}} \cdot \dfrac{a^3b + 2a^2b^2 + ab^3}{\sqrt[3]{a^3 - 2a^2b + ab^2}}$

120) $(125x^3 + 27y^3)\sqrt[3]{x^2 - 10xy + 25y^2} : \dfrac{5x^3 + 3x^2y}{\sqrt[3]{x^2y - 5xy^2}}$

121) $(8a^3 + 27x^3)\sqrt[3]{100a^2x - 160ax^2 + 64x^3} :$
$(8a^3 + 12a^2x)\sqrt[-3]{100a^2x - 80ax^2}$

122) $\dfrac{x^3 - 8a^3}{\sqrt{x^3+2ax^2+4a^2x}} \cdot \dfrac{x^2}{x-2a}\sqrt{\dfrac{ax}{x^2+2ax+4a^2}}$

123) $\dfrac{a^6x + 216x^7}{\sqrt{a^5 - 25ax^4}} \cdot \dfrac{a^3 - 5ax^2}{a^4x - 6a^2x^3 + 36x^5} \cdot$
$\sqrt{\dfrac{5a^2x + 25x^3}{a^5 - 5a^3x^2}}$

124) $\dfrac{8a^8 + 27a^2x^6}{\sqrt{25a^4x - 16x^5}} \cdot \dfrac{5a^2 - 4x^2}{4a^6 - 6a^4x^2 + 9a^2x^4} \cdot$
$\sqrt{\dfrac{20a^2x^3 + 16x^5}{25a^4 - 20a^2x^2}}$

125) $\sqrt{(a^3x - 125x^4)(a^2x - 9x^3)} :$
$(a^2x - 8ax^2 + 15x^3)\sqrt{\dfrac{ax(a+3x)}{a^2 - 8ax + 15x^2}}$

126) $\sqrt{(343a^4 - 27ax^3)(25a^5 - 16a^3x^2)} :$
$(35a^4 - 43a^3x + 12a^2x^2)\sqrt{\dfrac{105a^2x + 84ax^2}{35a^2 - 43ax + 12x^2}}$

127) $x^{-3}(25x^4y^2 - y^6)\sqrt[3]{9x^5 - 6x^3y^2 + xy^4} :$
$(15x^4y^2 - 2x^2y^4 - y^6)\sqrt[-3]{3x^6 - x^4y^2}$

128) $a^{-2}(a^4x^3 - 25x^7)\sqrt{a^6 - 14a^4x^2 + 49a^2x^4} :$
$((a^4x^3 - 12a^2x^5 + 35x^7) : \sqrt[3]{7a^4x^2 - 49a^2x^4})$

129) $\dfrac{\sqrt[4]{8x^6 - 12x^4y^2 + 6x^2y^4 - y^6}}{4x^5 - xy^4} \cdot$
$\dfrac{4x^5 + 4x^3y^2 + xy^4}{\sqrt[3]{4x^4 - 4x^2y^2 + y^4}} \cdot \dfrac{2x^3 - xy^2}{y^3\sqrt[12]{2x^2 + y^2}}$

130) $\dfrac{\sqrt[4]{27a^3 - 135a^2x + 225ax^2 - 125x^3}}{27a^3 - 75ax^2} \cdot$
$\dfrac{45a^2x + 150ax^2 + 125x^3}{\sqrt[3]{9a^2 - 30ax + 25x^2}} \cdot \dfrac{3a^2 - 5ax}{(5ax + 3x^2)\sqrt[12]{x}}$

131) $\frac{a^5 - 2a^4b + a^3b^2}{c^3x - x^4}\sqrt{\frac{c^2x + cx^2 + x^3}{a^3 - ab^2}}:$

$\frac{a^4 - a^3b}{c^2x - x^3}\sqrt{\frac{a^2x - abx}{(a + b)(ac^2 + acx + ax^2)}}$

132) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - x^2}\sqrt[3]{\frac{a^2 - 2ax + x^2}{ax - bx}} \cdot \sqrt[3]{\frac{a^2 - ax}{a^2 - 2ab + b^2}}$

133) $\frac{a^2b^2c - 2ab^3c + b^4c}{c^4x - x^5}\sqrt{\frac{ac^2x - acx^2}{a^2b - b^3}}.$

$\frac{c^3 + c^2x + cx^2 + x^3}{a^2b^2 - ab^3}\sqrt{\frac{ac^2x - ax^3}{ab^2 - b^3}}$

134) $\frac{a^2x - 8ax^2 + 16x^3}{a^4 - 27ax^3}\sqrt{\frac{a^3 + 3a^2x + 9ax^2}{a^2 - 16x^2}}:$

$\frac{ax^2 - 4x^3}{a^3 - 9ax^2}\sqrt{\frac{a^3 - 4a^2x}{(ax + 4x^2)(a^2x + 3ax^2 + 9x^3)}}$

135) $\frac{9a^3x^2 - 30a^2x^3 + 25ax^4}{a^4 - 81x^4}\sqrt{\frac{a^2x^3 - 3ax^4}{9a^2 - 25x^2}}.$

$\frac{a^3 + 3a^2x + 9ax^2 + 27x^3}{3a^2x - 5ax^2}\sqrt{\frac{a^2 - 9x^2}{3ax^4 - 5x^5}}$

136) $\frac{a^2x - 25x^3}{4a^3 - 9ax^2}\sqrt[3]{\frac{4a^4 - 12a^3x + 9a^2x^2}{a^2x + 10ax^2 + 25x^3}}.$

$\frac{4a^3 + 4a^2x + ax^2}{a^2x - 10ax^2 + 25x^3}\sqrt[3]{\frac{4a^3 - 12a^2x + 9ax^2}{a^2x^2 + 5ax^3}}$

137) $\frac{2m^3}{3n^4}\sqrt{\frac{x + 1}{x - 2}} \cdot \frac{3n^3}{5m^4}\sqrt[3]{\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 2x + 1}}$

138) $\frac{3a^2}{8bc}\sqrt[3]{\frac{x + 3}{x - 4}} \cdot \frac{14ab^3}{c^4}\sqrt[5]{\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 + 6x + 9}}$

139) $\frac{a^3b - 125b^4}{a^3 - 9ab^2}\sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} : \frac{a^2b + 5ab^2 + 25b^3}{a^3 + 6a^2b + 9ab^2}\sqrt{ab}$

140) $\frac{a^3 - 8x^3}{a^2 - 49x^2}\sqrt[5]{\frac{3a^2x}{b^3}} : \frac{a^2 + 2ax + 4x^2}{a^2 - 14ax + 49x^2}\sqrt[4]{\frac{6ax^3}{b^5}}$

141) $$\frac{125a^4 - 27ax^3}{9a^2x^2 - 49x^4}\sqrt[6]{\frac{a^5x^{-7}}{b^{13}}} : \left(\frac{25a^3 + 15a^2x + 9ax^2}{9a^2x - 42ax^2 + 49x^3}\right.$$
$$\left. \cdot \sqrt[15]{\frac{b^{-16}}{a^{-2}x^{31}}} \cdot \sqrt[10]{\frac{a^{-8}}{b^6x^{-9}}}\right)$$

142) $$\frac{a^5 - a^3b^2}{c^3x^2 - x^5}\sqrt[3]{\frac{c^2 - 2cx + x^2}{a^2 - 2ab + b^2}} :$$
$$\frac{a^5 + 2a^4b + a^3b^2}{c^2x^2 + cx^3 + x^4}\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{c^2 - x^2}}$$

143) $$\frac{a^3b^2 - b^5}{c^4 - 2c^3x + c^2x^2}\sqrt{\frac{c^2 - x^2}{a^2 - b^2}} \cdot$$
$$\frac{c^3x - c^2x^2}{a^2b^2 + ab^3 + b^4}\sqrt[3]{\frac{c^2 - 2cx + x^2}{a^2 - 2ab + b^2}}$$

144) $$\frac{125a^4 - 8ax^3}{16a^2x^2 - 24ax^3 + 9x^4}\sqrt{\frac{16a^2 - 9x^2}{25a^2 - 4x^2}} \cdot$$
$$\frac{12ax^3 - 9x^4}{25a^3 + 10a^2x + 4ax^2}\sqrt[3]{\frac{16a^2 - 24ax + 9x^2}{25a^2 - 20ax + 4x^2}}$$

145) $$\frac{8a^6 - 729a^2x^3}{25a^2x^3 - 60ax^4 + 36x^5}\sqrt{\frac{25a^2 - 36x^2}{4a^2 - 81x^2}} \cdot$$
$$\frac{5a^2x^3 - 6ax^4}{4a^5 + 18a^4x + 81a^3x^2}\sqrt[3]{\frac{25a^2 - 60ax + 36x^2}{4a^2 - 36ax + 81x^2}}$$

146) $$\frac{4a^2b^3 - 9b^5}{125a^5 - a^2b^3}\sqrt[3]{\frac{25a^2 - 10ab + b^2}{4a^2 - 12ab + 9b^2}} :$$
$$\frac{4a^2b^3 + 12ab^4 + 9b^5}{25a^4 + 5a^3b + a^2b^2}\sqrt{\frac{4a^2 - 9b^2}{25a^2 - b^2}}$$

147) $$\frac{9a^2x^7 - 25x^9}{64a^{11} - 344a^8x^3}\sqrt[3]{\frac{16a^2 - 56ax + 49x^2}{9a^2 - 30ax + 25x^2}} :$$
$$\frac{9a^2x^7 + 30ax^8 + 25x^9}{16a^{10} + 28a^9x + 49a^8x^2}\sqrt{\frac{9a^2 - 25x^2}{16a^2 - 49x^2}}$$

148) $a^2b^{-1}\sqrt{a^2-2ab+2b\sqrt{a^2-b^2}}\;.$
$\sqrt{a^2+2ab+2b\sqrt{a^2-b^2}}$

149) $\frac{9}{5}a^3c^{-4}\sqrt{x^2-3xy-2x\sqrt{5xy}}\;.$
$\frac{1}{18}a^{-3}c^5\sqrt{x^2+3xy-2x\sqrt{5xy}}$

150) $\sqrt{1-\frac{1}{2}x}+3\sqrt{4-2x}-\sqrt{16-8x}+8\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{1}{8}x}$
$-x^{-1}\sqrt{4x^2-2x^3}+5x^{-3}\sqrt{9x^6-4\frac{1}{2}x^7}$

151) $3a^2\sqrt{\frac{a^{-1}-a^{-2}x}{a+x}}-3(ax-x^2)\sqrt{\frac{1}{a^2-x^2}}$
$-2a\sqrt{\frac{a^2-x^2}{(a+x)^2}}+4x\sqrt{\frac{a^4-x^4}{(a^2+x^2)(a+x)^2}}$

152) $b\sqrt{\frac{1}{a-b}}+\sqrt{\frac{a^2-b^2}{a+b}}-a\sqrt{\frac{c}{ac-bc}}-$
$a^{-1}\sqrt{a^2b(ab^{-1}-1)}+a^{-2}b^{-1}\sqrt{9a^7b^2-9a^6b^3}$
$-a^{-5}b\sqrt{4a^{11}b^{-2}-4a^{10}b^{-1}}$

153) $\sqrt[3]{8a^8-8a^6x^2}+a\sqrt[3]{a^3x^2-a^5}+\sqrt[3]{x^{-1}-a^2x^{-3}}$
$+\frac{a^2}{x^2}\sqrt[3]{\left(\frac{a^{-4}}{x^{-3}}-\frac{x^5}{a^6}\right)}-\frac{1}{a}\sqrt[3]{\frac{a^{13}+a^{12}x}{(x-a)^2}}$

154) $\frac{3b^{-4}}{a^{-2}}\sqrt[3]{\frac{a^5}{b^{3m-4}}}-\frac{4a}{b^3}\sqrt[3]{\frac{b^{1-3m}}{a^{-8}}}+\frac{a^4}{b^{m+3}}\sqrt[3]{\frac{b}{a}}+$
$\frac{15\sqrt[3]{a^5b^4}}{a^{-2}b^{m+4}}-\frac{7\sqrt[-3]{a^{-2}b^{17}}}{a^{-3}b^{m-3}}$

155) $15\sqrt{2ab}\;.\;\sqrt[3]{3ab}-8b\sqrt{3a}\;.\;\sqrt[3]{\frac{1}{2}a}\;.\;\sqrt[-6]{6b}+$
$12a\sqrt{b}\;.\;\sqrt[3]{96b}\;.\;\sqrt[-6]{2a}$

156) $\frac{7}{2}\sqrt[3]{a^2b^{m+3}}-\frac{11b}{4a}\sqrt[3]{\frac{b^{2m}}{a^{-5}b^m}}+8a\sqrt[3]{\frac{b^m}{a}}-$
$4\sqrt[3]{8a^2b^m}+6\sqrt[m]{a^mb}+\frac{1}{4}a^{-1}b^2\sqrt[3]{a^5b^{m-3}}-5a^2\sqrt[m]{a^{-m}b}$

157) $5\sqrt[3]{a^2b^5} + 2b^2\sqrt[3]{a^2b^{-1}} + 4a^{-2}b\sqrt[3]{a^8b^2} -$
$6ab\sqrt[3]{a^{-1}b^2} + \frac{3}{2}ab^2\sqrt[3]{-8(ab)^{-1}}$

158) $\frac{5}{3}ab^2\sqrt[3]{ab} - \frac{7}{6}b^3\sqrt[3]{a^4b^{-2}} + \frac{23}{12}a^{-3}b\sqrt[3]{a^{13}b^4} -$
$\frac{3}{4}a^2b\sqrt[3]{a^{-2}b^4} - \frac{2}{3}a^3b^5\sqrt[3]{a^{-5}b^{-8}}$

159) $\sqrt[6]{\frac{a^{10}b^9}{c^{-8}}} + \frac{bc}{a^{-1}}\sqrt[-6]{\frac{a^2c^4}{b^{-3}}} + \frac{4a^2c^m}{bc^2}\sqrt[6]{\frac{a^{-2}c^{20-6m}}{b^{-15}}}$
$- 6\sqrt[3]{\frac{c\sqrt{b^{-1}}}{(ab)^{-2}}} + \frac{10a^{-3}b^4\sqrt[-3]{a^{-4}\sqrt{b^{-5}c}}}{\sqrt[6]{a^{-14}b^{26}c^{-3}}}$

160) $\frac{b^2}{2}\sqrt{\left(\frac{4}{b}\right)^3} + \frac{3a}{b^3}\sqrt[3]{\frac{-a^{-3}}{b^{-10}}} + \frac{2\sqrt{b^{-3+0,4m}}}{b^{\frac{1}{5}m-2}} +$
$5b^{1-m}\sqrt[3]{b^{\frac{3}{2}m-2}} + 7b^{\frac{3}{2}-x}\sqrt[4]{b^{\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}}} : \sqrt[24]{b^{27-20x}}$

161) $\sqrt[m]{(ab^{\frac{1}{3}})^{-3}} + (ab)^{-1}\sqrt[m]{a^{m-3}b^{m-1}} +$
$a^2b^{-1}\sqrt[m]{a^{-3m-3}b^{2m-1}} + (2a - b)\sqrt[-m]{a^{m+3}b}$

162) $2a^mb^{-3}\sqrt[3]{\frac{343b^{10}}{a^{3m-2}}} - 17a^{-5}b^{n-2}\sqrt{a^{11}b^{5-2n}}$
$\frac{b^5}{a^{x-1}}\sqrt[3]{64a^{3x-1}b^{-14}} + \frac{4a^{-2}}{b^3}\sqrt{16a^5b^7}$

163) $2b^{2m}\sqrt[3]{a^2b^{1-3m}} + b^{1-m}\sqrt[3]{27a^2b^{6m-2}} +$
$8a^{m+1}\sqrt[3]{\frac{b^{3m+1}}{8a^{3m+1}}} - \frac{b^{2m-1}}{2a^{-1}}\sqrt[3]{\frac{1000b^{4-3m}}{a}}$

164) $\sqrt[5]{a^{12}b^{-2}} + 3a^{-1}b\sqrt[10]{a^{34}b^{-14}} - \sqrt{a^{4,8}b^{-0,8}} +$
$a^3b^{-1}\sqrt[5]{(a^{-1}b)^3} + 3\sqrt[5]{(ab^{-1}\sqrt[3]{ab^8\sqrt{a^4b^8}})}$

165) $3a^4b^{-1}\sqrt[x]{a^{-m-3x}b^{n+x}} - 7a^{-2}b^{m+1}\sqrt[x]{a^{2x-m}b^{n-mx}} -$
$2a^nb^2\sqrt[x]{a^{-m-(n-1)x}b^{n-2x}} + 6a^{-4}b^{-4}\sqrt[x]{a^{-m+4x}b^{n+5x}}$

166) $\left(\frac{5}{3}\sqrt{\frac{3a}{b^{-3}}} \cdot 6\sqrt{\frac{c}{a^{-1}b^5}} \cdot \frac{2}{b^{-2}}\sqrt{2c}\right) :$
$\left(\frac{4}{9}x\sqrt{\frac{a}{x^{-1}}} \cdot \frac{6}{5a^{-1}}\sqrt{\frac{ab}{x}} \cdot \frac{15b}{a^3x}\sqrt{\frac{ax}{b^{-1}}}\right)$

167) $\sqrt[8]{\frac{3a^4\sqrt[5]{b^{-1}} \cdot \sqrt[-2]{ab^3\sqrt{a}}}{\left(9\sqrt[3]{a\sqrt{(ab)^{-1}}} \cdot \sqrt{ab^{-1}}\right)^5}}$

168) $\frac{b \cdot \sqrt[3m-2]{(x^{5mn})^3 \cdot (x^6)^2} \cdot \sqrt[m+n]{a^{5x+3y}b^{3m-n}}}{\sqrt[m+n]{a^{3x-2y}b^{4m+n}} \cdot \sqrt[3m-2]{x^{10n}} \cdot x^{18m}}$

169) $\frac{\sqrt[18]{(a^2)^{13}} \cdot \sqrt[4]{(cd^2 : b)^{-5}}\sqrt[9]{\sqrt[8]{d^{265}}}}{\sqrt[9]{(a : cd)^4} \cdot \sqrt[8]{(b^2d)^5} \cdot \sqrt[24]{\sqrt[3]{(c^2)^7}}}$

170) $\sqrt[9]{\frac{a^{-14} \cdot \sqrt[7]{a^3b^{11}} \cdot \sqrt[3]{a^5b^{-7}\sqrt[-4]{a^5b^{-1}}} \cdot \sqrt[84]{a^{71}b^{-23}}}{\left(b^{-2} \cdot \sqrt[-7]{a^5\sqrt[-3]{a^2b^{-5}}} \cdot \sqrt{a^{-3}b^{-5}}\right)^4}}$

171) $\frac{\sqrt[14]{25^9} \cdot \sqrt[4]{(\frac{7}{12})^3} \cdot \sqrt[28]{\sqrt{2^{89}}}}{\sqrt[7]{(\frac{5}{6})^2} \cdot \sqrt[8]{98^3} \cdot \sqrt[56]{9^{43}}}$

172) $\sqrt[27]{8^4} \cdot \left(\frac{\sqrt[9]{9191}}{\sqrt[18]{8281}}\right)^5 : \frac{\sqrt[9]{(\sqrt{1111^{10}})}}{\sqrt[3]{(\sqrt[3]{22^5})}}$

173) $\frac{\sqrt[48]{225^7} \cdot \sqrt[28]{11^{25}} \cdot \sqrt[8]{315^3} \cdot \sqrt[4]{(\sqrt[7]{4851^3})}}{\sqrt[3]{15^2} \cdot \sqrt[56]{21^{33}} \cdot (\sqrt[6]{49^3} - \sqrt[6]{216^2})}$

174) $\sqrt[3]{b\sqrt[3]{(a^{-1}b\sqrt{a})}}$

175) $\sqrt[m]{b\sqrt[3]{(a^{-1}b\sqrt{a})}}$

176) $\dfrac{\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[5]{27^2}}{\sqrt[4]{\frac{1}{64}}\cdot\sqrt[25]{243^{16}}}$

177) $\sqrt[4]{a\sqrt[-2]{(a^{-3}\sqrt[3]{a})}}$

178) $3a\sqrt[3]{ab^2\sqrt[4]{a}}$

179) $\sqrt[-3]{8b\sqrt{(a^4\sqrt[-2]{a})}}$

180) $\sqrt{(a^3b\sqrt[-3]{(a^{-1}b^2\sqrt[3]{a^2b^2})})}$

181) $\sqrt[3]{[ab\sqrt[-2]{(ab^{-3}\sqrt{(ab^{-1}\sqrt{ab^{-3}})})}]}$

182) $\sqrt[3]{[a^2\sqrt[4]{(3b\sqrt{(3ab^{-3}\sqrt{9a^{-1}b})})}]}$

183) $\sqrt[4]{[ab^2\sqrt{(a^{-1}b\sqrt{(a^{-1}b\sqrt{a^{-1}b^3})})}]}$

184) $\sqrt[3]{[a^3b^2\sqrt{(a^{-5}b^{-3}\sqrt[8]{(ab^5\sqrt[3]{ab^{-1}})})}]^7}$

185) $\sqrt[3]{[a^{-2}b^4\sqrt{(ab^{-3}\sqrt[-4]{(a^{-3}b^5\sqrt{a^5b^{-3}})})}]}$

186) $\sqrt{a\sqrt[3]{a^2}} + 4\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}} - 2\sqrt[3]{a^3\sqrt{a^{-1}}} +$
$3\sqrt{a^2\sqrt[3]{a^{-1}}}$

187) $2a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}} - 3\sqrt{a^3\sqrt[4]{a^3}} + 7\sqrt[-2]{a^{-5}\sqrt[4]{a^5}} +$
$4a^2\sqrt[-4]{a\sqrt{a^{-1}}}$

188) $3a\sqrt[3]{ab^2\sqrt[4]{a}} + \sqrt{4a^3b\sqrt{(a^{-1}\sqrt[3]{a^2b^2})}}$
$+ \frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{4}a^4b^2\sqrt{(\frac{1}{2}a\sqrt[-2]{4a})}} + \frac{1}{2}a^2b\sqrt[-3]{8b\sqrt{(a^4\sqrt[-2]{a})}}$

189) $\left\{\dfrac{-a^{3-\frac{m}{2}}b^{-2}}{3b^{m+2}\sqrt[8]{ab^3}}\right\}^2\cdot\left\{\dfrac{a^{1-\frac{m}{3}}}{3\sqrt[3]{ab^{6+2m}}}\right\}^{-3}\cdot\dfrac{\sqrt[6]{ab^{19}}}{a\sqrt[12]{a^5b^5}}$

190) $(\sqrt[4]{25a})^2 + \frac{5}{2}(\sqrt[6]{a})^3 + (\sqrt[0,3]{a})^{\frac{3}{20}} + (\sqrt[3]{4a^{-1}})^{-\frac{3}{2}}$

191) $(\frac{1}{2}\sqrt[4]{32b})^2 + (b^{-2}\sqrt[6]{2b^{13}})^3 - 3(b\sqrt[8]{2b^{-7}})^4 + 7(\sqrt[2m]{2b})^m - (\frac{5}{3}b^{-1}\sqrt[4]{6\frac{12}{25}b^5})^2$

192) $\sqrt{3\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{64}}} + \sqrt[0,3]{6} - \sqrt[3]{(6^{-1}(-4)^0)^2} - \sqrt[0,2]{(6\sqrt[3]{\frac{1}{6}})} + 9\sqrt[-4]{\frac{9}{4}} - \frac{2}{3}\sqrt[4]{182\frac{1}{4}} + \sqrt[-3]{-\frac{36}{125}} + 10^4\sqrt[4]{0,2}\cdot\sqrt[6]{0,3}$

193) $\left(3\sqrt{a\sqrt[3]{b}}\right)^3 + \left[\left(\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a^{-1}b}}\right)^2\right]^3 + (-4a\sqrt{b}\cdot\sqrt[4]{(ab)^{-1}})^2 + (-3a\sqrt[3]{a^{-2}\sqrt{ab}})^3$

194) $\left(7\sqrt[3]{ax\sqrt[4]{a}}\right)^4 + (a\sqrt{5x}\cdot\sqrt[6]{a^{-1}x})^2 - \left(\sqrt[3]{ax^2\sqrt[5]{x^{-6}}}\right)^5 - (3\sqrt[3]{a^7x}\cdot\sqrt{a^{-3}})^2$

195) $\frac{-a^{3-m}:(-b)^{-4}}{2(a^{m-3}\cdot -b^{-4})^{-1}} - \frac{\frac{1}{3}a^{-1}b^{m-2}}{(-b^{2-m}:a^{-1})^{-1}} + \left(\frac{4a^6}{(2a)^6}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{b^{14}c^{-5}y^{-2}}{12a^{-3}x^{-3}}\cdot\left(\frac{a^{-3}b^4}{cy^{-5}}\right)^{-2}:\left(\frac{a^3y^{-4}}{b^{-2}cx^{-1}}\right)^3$

196) $\frac{5((b^{-1})^2)^{-2}}{(3b^{-2})^{-1}} + \left(\frac{-\sqrt{b}}{(2-b^3)^0}\right)^4 + \frac{(-b^{0,4})^5}{2^{-1}b^0} - \left(\frac{b-4b}{b^{-0,5}}\right)^2\cdot b^{-1} + \left(\frac{2b^{-1}\sqrt{b^{5,5}}}{3b^{3,25}}\right)^6\cdot\frac{729}{32b^{-5}}$

197) $\frac{10((\sqrt[3]{b^{-1}})^2)^{-2}}{(3\sqrt[3]{b^{-2}})^{-1}} + \frac{\sqrt[6]{a^{67}b}\cdot\sqrt[9]{a^{11}b^7}}{(a\sqrt[15]{a^4b})^{10}} + (-\sqrt[3]{b^{\frac{1}{2}}})^4 + 2(-\sqrt[3]{b^{0,4}})^5 - \frac{b^{-1}}{a^{-6}}\cdot\left(\frac{-3\sqrt[3]{b^2}}{a^3\sqrt[3]{b^{-0,5}}}\right)^2$

198) $\left(\frac{(\sqrt[5]{b})^{3-\frac{m}{2}}\cdot\sqrt[3]{a^{-2}}}{3(\sqrt[5]{b})^{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[3]{a^{m+1}}}\right)^2\cdot\left(\frac{\sqrt[5]{b}\cdot\sqrt[-5]{(\sqrt[3]{b^m})}}{3\sqrt[5]{(\sqrt[3]{b})}\cdot a^{\frac{2}{3}}\sqrt[9]{a^{2m}}}\right)^{-3}$

199) $$\frac{5\left(\left(\sqrt[3]{a^{-5}x^{2}}\right)^{2}\right)^{2}}{\sqrt[-3]{\left(a^{2}x^{-\frac{7}{4}}\right)^{11}} \cdot \sqrt[12]{x^{-49}}} - \left(2\sqrt[3]{a\sqrt{x}}\right)^{2} +$$

$$\frac{3ax^{-7} \cdot \left(\left(\sqrt[3]{x}\right)^{-2}\right)^{-4}}{x^{-5}\sqrt[3]{ax}} + \frac{6\sqrt[3]{(ax^{2})^{7}}}{ax^{-1}\left(\sqrt[3]{ax^{8}}\right)^{2}}$$

200) $$\sqrt{\left(\frac{\sqrt[5]{\sqrt{a^{3}}}}{\left(\sqrt[-2]{\left(a\sqrt[3]{ab}\right)}\right)^{4}}\right)^{-3}} : \left(\frac{\sqrt[5]{\left(\sqrt[6]{a^{0,5}}\right)}}{\left(\sqrt[-3]{a\sqrt{b}}\right)^{-2}}\right)^{3}$$

201) $$\sqrt[3]{\left(\frac{\sqrt{\sqrt[3]{a^{5}}}}{\left(\sqrt[-3]{\left(a\sqrt[5]{ab}\right)}\right)^{9}}\right)^{-5}} : \left(\frac{\sqrt[3]{\sqrt[-30]{a^{7}}}}{\left(\sqrt[-5]{\left(a\sqrt[3]{b}\right)}\right)^{-3}}\right)^{5}$$

202) $$\left(\frac{\left(ab^{-5} \cdot \sqrt[10]{b^{3}} \cdot \sqrt[3]{a^{2}}\right)^{5}}{abc\sqrt{b^{-1}}}\right)^{2} :$$

$$\left(\frac{\left(b^{3}\sqrt{c} \cdot \sqrt{b^{21}} \cdot \sqrt{a}\right)^{2}}{\sqrt{\left(\sqrt[5]{a^{8}} \cdot b^{2}\sqrt[-5]{b^{3}} \cdot \sqrt[3]{a^{4}}\right)^{5}}}\right)^{-2}$$

203) $$\left(\frac{\frac{1}{3}\left(4\frac{1}{2} - 2\right)^{2}}{\left(1\frac{2}{3} - 0,4\right) \cdot \frac{1}{2}}\right)^{2} :$$

$$\left\{\frac{6 \cdot \left((-3)^{2} - 4\right)^{\frac{1}{2}} \cdot - \left(\frac{2}{9} - 2^{-1}\right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{1}{3}\left(5 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right)^{2} - 4\right) : \left(2\frac{2}{9} - 9\frac{1}{6} \cdot \left(4\frac{1}{8}\right)^{-1}\right)}\right\}^{2}$$

204) $$\left(\frac{\left(1\frac{1}{2} \cdot 4^{-2}\sqrt[10]{2^{3}} \cdot \sqrt[3]{3^{2}}\right)^{5}}{30\sqrt{\frac{1}{2}}}\right)^{2} :$$

$$\left(\frac{\left(8\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{4^{21}} \cdot \sqrt{3}\right)^{2}}{\sqrt{\left(\sqrt[5]{3^{8}} \cdot 4\sqrt[-5]{2^{3}} \cdot \sqrt[3]{3^{4}}\right)^{5}}}\right)^{-2}$$

205) $$\left\{\frac{\left(-\frac{3}{2}a^{-2}b^{0,3}c^{2x}\right)^{5}}{5a^{m-\frac{1}{2}c}c\sqrt{b^{3m-4}}}\right\}^{2} : \left\{\frac{\left(4\sqrt[4]{25a^{2m+21}} \cdot c^{\frac{1}{2}}\right)^{2}}{\left(3^{1,6}b^{2-\frac{3}{5}m} \cdot c^{4x}\right)^{\frac{5}{2}}}\right\}^{-2}$$

206) $$\left(\frac{(\sqrt[7]{x})^{\frac{3}{4}-\frac{5}{2}m} \cdot \sqrt[-4]{a^3}}{(\sqrt[21]{x})^{\frac{5}{2}} \cdot \sqrt[6]{a^{3n-2}}}\right)^{14} : \left(\frac{(ax^{-3})^{\frac{7}{4}} \cdot x^{3m}}{(a^5\sqrt{x^{29}})^{-\frac{1}{3}}a^{-4n}}\right)^{-2}$$

207) $$\left(\frac{-0{,}5b \cdot (1+a^2b)^{-2}}{2^{-1}a^{-1}b^{\frac{1}{2}}}\right)^3 :$$

$$\left[\left(\frac{(ab^2)^{\frac{1}{2}} \cdot -\sqrt[4]{a^{1-m}}}{\sqrt[4]{a^{-m}b}}\right)^{2\frac{2}{3}} \cdot \frac{-(1+a^2b)^{-6}}{a^{-5}b^{\frac{1}{2}}}\right]$$

208) $$\frac{7((a^{-5})^3)^2}{(2a^{11})^{-3}} - \frac{(-\sqrt[3]{a^2})^{12}}{(\sqrt{a})^{10}} + \frac{(-4^{-1}a^{\frac{3}{4}})^{-3}}{\sqrt{\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^{-7}}}$$

$$+\ 10\left[\left(\frac{a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}}\right)^6\right]^{-3} + \left[\left(\frac{a^{\frac{11}{9}}}{a^{\frac{19}{12}}}\right)^5\right]^{-2\frac{14}{65}}$$

209) $$\left(\frac{(a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{3}{4}}x^n)^2}{\left(a^{n-\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}(m-n)}c^{-x}\right)^{-3}}\right)^4 \cdot \left(\frac{(a^{\frac{3}{5}}b^{-2}c^{-x})^{-5}}{\left(b^{\frac{3}{4}m-\frac{5}{4}n}x^{-\frac{1}{2}}\right)^2}\right)^3$$

$$\cdot\left(\frac{\left(a^{\frac{32}{9}}b^{\frac{1}{2}(n-m)}\right)^{\frac{3}{2}}}{(a^nb^2)^5}\right)^2 : \frac{b^{-\frac{5}{14}}\left(b^{\frac{11}{7}+2n}c^{\frac{2}{3}x}\right)^{\frac{3}{2}}}{(ax^8)^{-n}b^{-1}}$$

210) $$\left(\frac{3a^{-4}b^{3-2r}x^{-\frac{4}{5}n}}{2a^{3-x}\sqrt[6]{b^7}}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{3a^{\frac{5}{6}+x}\sqrt[-4]{b^5}}{4a^{\frac{28}{3}-\frac{1}{2}x}b^{-2(2+r)}x^{\frac{1}{5}n}}\right)^2$$

211) $$\left(\frac{\sqrt[-2]{a^{\frac{4}{3}-\frac{3}{4}x}} \cdot \sqrt[3]{a^4}}{3\sqrt[5]{a^{\frac{7}{2}}} \cdot \sqrt[-4]{x^{n-2}}}\right)^3 : \left(\frac{a^{\frac{59}{20}} \cdot \sqrt[-3]{(\sqrt[4]{x^{\frac{9}{2}n}})}}{3^{-2}x^{-\frac{4}{5}} \cdot a^{\frac{7}{5}}\sqrt[16]{a^x}}\right)^{-2}$$

212) $$\left(\frac{2x(a^2+x^2)^{-3}}{3a^{-3}\sqrt[3]{x^2}}\right)^4 \cdot \left(\frac{a^{\frac{3}{5}-2n} \cdot \sqrt[-3]{16}}{(a^{-2}x^7)^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[-3]{9a^{5n}x^7}}\right)^{\frac{9}{2}}$$

$$\cdot\ \frac{\left(x^4(1+a^2x^{-2})^{-7}\right)^{-\frac{3}{2}}}{\left(a^{\frac{11}{5}}x^{-\frac{7}{3}}\right)^{\frac{7}{2}}} \cdot \left\{\frac{a^n}{\left(1+\frac{a^2}{x^2}\right)^{-1}}\right\}^{\frac{3}{2}}$$

Elfter Abschnitt.

Logarithmen.

I. Logarithmen von allgemeinen Ausdrücken.

1) ${}^{b}\log b^{3}$

2) ${}^{b}\log b^{-3}$

3) ${}^{b}\log b^{\frac{3}{2}}$

4) ${}^{b}\log b^{-\frac{2}{3}}$

5) ${}^{b}\log b^{m}$

6) ${}^{b}\log b^{\frac{m}{n}}$

7) ${}^{b}\log b$

8) ${}^{b}\log 1$

9) ${}^{b}\log (b^{m})^{n}$

10) ${}^{3}\log 81$

11) ${}^{3}\log 243$

12) ${}^{2}\log 128$

13) ${}^{2}\log 4^{n}$

14) ${}^{3}\log 27^{m}$

15) ${}^{8}\log 64^{m}$

16) ${}^{4}\log 64^{m}$

17) ${}^{2}\log 64^{m}$

18) $\log (a + b)$

19) $\log (a - b)$

20) $\log ac$

21) $\log \frac{a}{c}$

22) $\log a^{m}$

23) $\log \sqrt[n]{a}$

24) $\log abc$

25) $\log \frac{ab}{c}$

26) $\log \frac{bx}{ay}$

27) $\log \frac{aby}{cdx}$

28) $\log (am+bm)$

29) $\log (a^{2} - b^{2})$

30) $\log (a^{2} + b^{2})$

31) $\log a^{3}b^{2}$

32) $\log a^{m}b^{n}$

33) $\log a^{4}b^{5}c^{3}$

34) $\log a^{n}b^{x}c^{r}$

35) $\log \frac{a^{m}b^{n}}{c^{r}}$

36) $\log \frac{a^{x}}{b^{m}c^{n}}$

37) $\log \frac{a^{r}x^{m}}{b^{n}c^{r}}$

38) $\log a^{m}b^{-n}c^{x}$

39) $\log a^{-m}b^{r}c^{-x}$

40) $\log \sqrt[3]{ab}$

41) $\log \sqrt[5]{\frac{a}{b}}$

42) $\log \sqrt[3]{a^{4}}$

43) $\log \sqrt[5]{x^{3}}$

44) $\log \sqrt[n]{a^{m}}$

45) $\log a^{\frac{3}{4}}$

46) $\log a^{\frac{2}{3}}b^{-\frac{5}{6}}$

47) $\log a^{\frac{m}{n}}b^{-\frac{p}{q}}$

48) $\log (a\sqrt{b})$

49) $\log \sqrt{b\sqrt{a}}$

50) $\log \sqrt{a\sqrt[3]{b}}$

51) $\log \sqrt[3]{(a^5\sqrt[4]{b^3})}$

52) $\log \sqrt[n]{a\sqrt[n]{(b\sqrt[n]{c})}}$

53) $\log (a^5\sqrt[3]{c + x})$

54) $\log \left(\frac{a\sqrt[n]{x^m}}{b\sqrt{c}}\right)$

55) $\log \left(\frac{1}{a\sqrt[4]{a^3b}}\right)$

56) $\log \left(6a^2\sqrt[5]{\frac{a^2b}{c^3x^4}}\right)$

57) $\log \left(\frac{a^3\sqrt[5]{b^2}}{\sqrt[3]{cx^2}}\right)$

58) $\log \left(\frac{a^5\sqrt[7]{b^8}}{c^2\sqrt[4]{dx^3}}\right)$

59) $\log \left(a^3\sqrt[7]{\frac{a^8\sqrt[3]{b^2}}{b^6\sqrt[4]{a^5}}}\right)$

60) $\log \left(a^2\sqrt[3]{\frac{a^5\sqrt{b}}{b^2\sqrt[5]{a^4}}}\right)^2$

61) $\log \left(a\sqrt[6]{\frac{(a^5\sqrt[3]{b})^5}{b^4\sqrt[4]{a^3}}}\right)^4$

62) $\log \left(b\sqrt[5]{\frac{(a^4\sqrt[4]{b})^3}{b^2\sqrt[3]{a^7}}}\right)^7$

63) $\log \frac{a^2 - c^2}{ac + bc}$

64) $\log \frac{ab^m}{b^{2m} - 1}$

65) $\log \frac{3(a - x)}{\sqrt{a^2 - x^2}}$

66) $\log \frac{\sqrt[5]{a^2 - x^2}}{(b + c)^3}$

67) $\log \frac{\sqrt[n]{a^4 - x^4}}{\sqrt[m]{b^3 - x^3}}$

68) $\log \left(x^3\sqrt[3]{\frac{a^2 - b^2}{a\sqrt{b}}}\right)$

69) $\log \frac{(a + b)^m c^n}{(b - c)^2\sqrt[3]{x^5}}$

70) $\log \frac{(a^4 - x^4)\sqrt{1 - x^2}}{\sqrt[3]{10 - x - 2x^2}}$

71) $\log (\log a^x)$

72) $\log \left(\log a^{x^m}\right)$

73) $\log c + \log d$

74) $\log m - \log n$

75) $m \log a$

76) $\frac{\log a}{n}$

77) $\frac{m}{n} \log a$

78) $m \log a + n \log b$

79) $\log (a + b) + \log (a - b)$

80) $\frac{x}{m} \log a - \frac{n}{x} \log b$

81) $2 \log a - 3 \log b + 5 \log c - 7 \log d$

82) $\frac{1}{2} \log a - \frac{1}{3} \log b + \frac{1}{5} \log c - \frac{1}{7} \log d$

83) $5 \log a + \frac{7}{8} \log b - 2 \log c - \frac{1}{4} \log d$

84) $\log(u^2 + uv + v^2) + \log(u^2 - uv + v^2) - \log(u^6 - v^6)$

85) $-\log(a^4 + b^4) - \log(a^2 + b^2) - \log(a + b) - \log(a - b)$

86) $1 - ({}^{10}\log a) \cdot \frac{3}{4}$ und $1 - ({}^{a}\log a) \cdot \frac{3}{4}$

87) $1 + \log \frac{a}{2} - \frac{1}{2} \log a$; Basis b

88) $1 + (1 + \log a)^2 - (1 - \log a)^2$; Basis b

89) $\frac{2}{3} + \frac{r}{2} \log m - \frac{m}{2} \log r$; Basis b

90) ${}^{b}\log 0$

91) ${}^{b}\log(-b^2)$

92) ${}^{2}\log(-8)$

93) ${}^{4}\log(-16)$

94) ${}^{16}\log(-4)$

95) ${}^{16}\log(-2)$

96) ${}^{16}\log(-1)$

97) ${}^{b}\log(-1)$, wenn b positiv ist.

98) ${}^{-b}\log(-1)$, wenn b positiv ist.

II. Berechnung der Logarithmen für die Grundzahl 10.

1) $\log 100$
2) $\log 1000$
3) $\log 10000$
4) $\log 100000$
5) $\log 1000000$
6) $\log 10000000$
7) $\log 0{,}1$
8) $\log 0{,}01$
9) $\log 0{,}001$
10) $\log 0{,}0001$
11) $\log 0{,}00001$
12) $\log 0{,}000001$
13) $\log 10^n$
14) $\log \sqrt{10}$
15) $\log \sqrt[4]{10}$
16) $\log \sqrt[8]{10}$
17) $\log \sqrt[16]{10}$
18) $\log \sqrt[32]{10}$
19) $\log \sqrt[64]{10}$
20) $\log \sqrt[128]{10}$
21) $\log \sqrt[256]{10}$
22) $\log \sqrt[512]{10}$
23) $\log \sqrt[1024]{10}$
24) $\log \sqrt[2048]{10}$
25) $\log \sqrt[4096]{10}$

26) $\log \sqrt[8192]{10}$
27) $\log \sqrt[16384]{10}$
28) $\log \sqrt[32768]{10}$
29) $\log \sqrt[65536]{10}$
30) $\log \sqrt[2^n]{10}$
31) $\log (\sqrt[4]{10} \, . \, \sqrt[8]{10})$
32) $\log (\sqrt[8]{10} \, . \, \sqrt[32]{10})$
33) $\log (\sqrt[4]{10} \, . \, \sqrt[16]{10} \, . \, \sqrt[128]{10})$
34) log 2,0535
35) log 3,6517
36) log 3,2781
37) log 4,3714
38) log 4,5316
39) log 1,9456
40) log 6,4938
41) log 4,552
42) log 8,6596
43) log 2,5945
44) log (2,5945 . 10)
45) log (2,5945 . 100)
46) log (2,5945 . 1000)
47) log (2,5945 . 10000)
48) log (2,5945 . 100000)
49) log (2,5945 : 10)
50) log (2,5945 : 100)
51) log (2,5945 : 1000)
52) log (2,5945 : 10000)
53) log (2,5945 : 100000)
54) log 8,79
55) log 7,89
56) log 6,743
57) log 6,789
58) log 4,4109
59) log 4,7469
60) log 3
61) log 7
62) log 70
63) log 700
64) log 7000
65) log 70000

III. Bestimmung des Logarithmus für eine gegebene Zahl (mittelst fünfstelliger Logarithmentafeln).

1) 2,357
2) 23,57
3) 235,7
4) 2357
5) 23570
6) 235700
7) 2357000
8) 0,2357
9) 0,02357
10) 0,002357
11) 0,0002357
12) 0,00002357
13) 5165
14) 24,75
15) 3,081
16) 15800
17) 472400
18) 520000
19) 6867000
20) 0,7679

21) 0,09089
22) 0,002369

23) 10,26
24) 25,14
25) 660,7
26) 0,007589
27) 7,767
28) 8512000
29) 93350000
30) 0,00009777

31) 9573,5
32) 7700,5
33) 240,65
34) 0,26965
35) 3237500
36) 5678,5
37) 8,0965
38) 0,0097765
39) 102750
40) 1,0005

41) 3703,6
42) 37,036
43) 321,58
44) 0,50007
45) 65432
46) 9,9999
47) 8318,7
48) 0,080513
49) 1,3713
50) 10,018

51) 0,075893
52) 0,0023794
53) 0,25807
54) 42756
55) 306,98
56) 0,23823
57) 39817
58) 47,866
59) 201870
60) 796,18
61) 0,55848
62) 0,068868
63) 2216500
64) 2862,7
65) 17,162
66) 3,6973
67) 1,3287
68) 796,58
69) 77,646
70) 0,061519
71) 0,23456
72) 0,0098765

73) 4196,72
74) 2,17358
75) 18,4364
76) 20489,1
77) 977,598
78) 1234,56
79) 0,100098
80) 0,0987654
81) 237,581
82) 3550,26
83) 46692,4
84) 576045
85) 6834,72

86) 7897489000
87) 1065740
88) 105777
89) 105,932
90) 1,028765
91) 10,4766
92) 0,123456
93) 0,0654321
94) 0,000888888
95) 0,0111111
96) 1000198

IV. Bestimmung der Zahl zu einem gegebenen Logarithmus.

1) 3,89559
2) 2,87384
3) 1,74950
4) 0,35965
5) 4,52114
6) 5,55570
7) 6,90779
8) 7,96951

9) 0,69126
10) 0,37949 — 2
11) 0,24576 — 4
12) 0,11959 — 3
13) 0,68922 — 1
14) 0,89851 — 5
15) 5,53148

16) 0,42078
17) 2,41078
18) 0,59017 — 1
19) 0,89025 — 3
20) 6,95022 — 10
21) 1,88001
22) 0,99025 — 1
23) 4,97016
24) 4,97016 — 10
25) 0,75028 — 2
26) 0,73070 — 3
27) 3,73070
28) 5,63012
29) 0,01030 — 2
30) 2,39076 — 5

31) 1,65094
32) 1,65090
33) 2,74784
34) 3,74786
35) 0,16560 — 1
36) 8,16570 — 10
37) 0,16583
38) 3,53720
39) 1,62089
40) 6,75620
41) 3,82317
42) 2,75013

43) 0,75044 — 2
44) 8,93030 — 10
45) 9,61050 — 10

46) 0,60361 — 2
47) 9,37754 — 10
48) 7,85944 — 10
49) 4,72605
50) 1,74800
51) 8,13823 — 10
52) 9,27407 — 10
53) 7,47705 — 10
54) 6,93700 — 10
55) 6,58429
56) 3,99393
57) 1,24144
58) 5,33496
59) 2,80514
60) 0,53867 — 1
61) 0,68933 — 2
62) 8,58406 — 10
63) 4,82500
64) 0,26800
65) 0,37104
66) 2,17600
67) 0,54439
68) 1,07234
69) 2,34567
70) 0,45678 — 2
71) 1,03955
72) 2,03171
73) 0,33287 — 2
74) 7,33563 — 10
75) 3,34243
76) 0,34411 — 1
77) 4,45259

78) 2,45822 — 3
79) 0,53113
80) 0,54042
81) 0,57735
82) 3,71460
83) 9,75180 — 10
84) 1,78023
85) 4,00076
86) 4,01126 — 5
87) 7,07124 — 10

V. Berechnungen mit Hilfe von Logarithmen.

1) 31 . 64
2) 430 . 4,4
3) 9400 . 34
4) 408,8 . 7,5
5) 31,25 . 1240
6) 250 . 6000
7) 15000 : 9375
8) 75000 : 0,1875
9) 16,84 : 42,1
10) 0,01773 : 0,004925

11) 0,88 . 57
12) 0,0056 . 9,8
13) 0,066 . 45
14) 79000 . 0,81
15) 0,78 . 0,0082
16) 3,663 : 11,1
17) 0,3663 : 0,033
18) 0,1683 : 12,375
19) 12342 : 1028,5
20) 0,1683 : 12

21) 57,623 . 1,2376
22) 2,3456 . 67,8901
23) 187,34 . 23,657
24) 6744,5 : 89,456
25) 72,467 : 589,47
26) 45,746 : 0,67859
27) 1,3794 : 6749,7
28) 19,354 : 0,1872
29) 0,09873 . 0,09781
30) 0,47639 . 0,157983
31) 17,356 : 0,07432
32) 0,56327 : 23,817
33) 0,7236 : 0,08541
34) 0,78901 : 0,0012345
35) 3,75 : 0,093274

36) 8^2
37) $0{,}0075^2$
38) $0{,}5^4$
39) $1{,}2^3$
40) $0{,}03^5$
41) 60^5
42) 115^2
43) $3{,}1^4$
44) 976^2
45) $17{,}356^2$
46) $987{,}66^2$
47) $6{,}7891^2$
48) $2{,}3658^6$
49) $0{,}07432^3$

50) $0{,}23457^3$
51) $0{,}49748^3$
52) $0{,}078962^2$
53) $0{,}048797^2$
54) $0{,}0091267^3$
55) $(2{,}3479 \,.\, 7{,}6235)^3$
56) $(5{,}6793 \,.\, 0{,}02379)^3$
57) $(6{,}4537 \,.\, 11{,}369)^2$
58) $(4\tfrac{1}{8})^7$
59) $(347{,}5 : 46{,}97)^2$
60) $(0{,}0341 : 0{,}0442)^{17}$
61) $\left(\frac{57{,}491}{466{,}7}\right)^3$
62) $\left(\frac{847{,}63}{23{,}4567}\right)^3$

63) $\sqrt{44100}$
64) $\sqrt{0{,}0144}$
65) $\sqrt[3]{27000000}$
66) $\sqrt[13]{8192}$
67) $\sqrt[6]{729000000}$
68) $\sqrt[4]{6250000}$
69) $\sqrt{121}$
70) $\sqrt{37{,}157}$
71) $\sqrt{79043}$
72) $\sqrt{7{,}1573}$
73) $\sqrt[3]{524{,}34}$
74) $\sqrt[3]{5786{,}37}$
75) $\sqrt[3]{57863{,}7}$
76) $\sqrt[4]{34789}$
77) $\sqrt{20449}$
78) $\sqrt[5]{77918}$
79) $\sqrt[12]{567350}$
80) $\sqrt{0{,}039}$
81) $\sqrt{0{,}36967}$
82) $\sqrt[3]{0{,}0007}$
83) $\sqrt[3]{0{,}00007}$
84) $\sqrt[5]{0{,}34789}$
85) $\sqrt[6]{0{,}45678}$
86) $\sqrt[6]{0{,}045678}$
87) $\sqrt[3]{\tfrac{19}{29}}$
88) $\sqrt[3]{\tfrac{5}{14}}$
89) $\sqrt[7]{\tfrac{11}{34}}$
90) $\sqrt[8]{\tfrac{12}{13}}$
91) $\sqrt[6]{\tfrac{3475}{4164}}$
92) $\sqrt[5]{19\tfrac{5}{6}}$
93) $\sqrt[3]{125\tfrac{8}{27}}$
94) $\sqrt[4]{467\tfrac{4}{7}}$
95) $\sqrt[13]{5\tfrac{503}{569}}$
96) $\sqrt[6]{1137\tfrac{3}{5}}$
97) $\sqrt[13]{1\tfrac{2050}{5297}}$
98) $\sqrt[3]{657{,}32 : 3{,}4783}$
99) $(\tfrac{12}{17})^{\frac{4}{3}}$
100) $(7\tfrac{4}{67})^{\frac{3}{4}}$
101) $(0{,}4)^{\frac{7}{5}}$
102) $(378\tfrac{3}{5})^{0,9}$
103) $(4327\tfrac{10}{27})^{3,6}$

104) $2{,}7182^{2{,}73}$

105) $2{,}7182^{5{,}23}$

106) $2{,}7172^{6{,}90775}$

107) $2{,}7182^{6{,}6706}$

108) $\left(\frac{24}{25}\right)^{0{,}037}$

109) $\sqrt[3]{\left(17\frac{5}{19}\right)^5}$

110) $\sqrt[3]{(2{,}7319)^2}$

111) $\sqrt[4]{(13{,}473)^{27}}$

112) $\sqrt{(0{,}27391)^3}$

113) $\sqrt{(0{,}34796)^5}$

114) $\sqrt[4]{(0{,}79363)^5}$

115) $\sqrt[5]{(0{,}63937)^4}$

116) $\sqrt[3]{(0{,}35923)^2}$

117) $\sqrt[5]{(0{,}0230027)^4}$

118) $\dfrac{0{,}263\ .\ 2{,}5317}{0{,}837\ .\ 47{,}239}$

119) $\dfrac{0{,}05893\ .\ 1130}{1{,}327\ .\ 25{,}733}$

120) $273\ .\ (0{,}9573)^3$

121) $312\ .\ \left(1\frac{13}{21}\right)^{12}$

122) $0{,}2738\ .\ \left(\frac{773}{518}\right)^{30}$

123) $\left(27\frac{15}{37}\right)^2 : \left(9\frac{5}{11}\right)^5$

124) $\dfrac{3\frac{37}{49}\ .\ 5\frac{83}{97}\ .\ 0{,}2372}{(1{,}23)^3\ .\ \left(1\frac{67}{69}\right)^2}$

125) $\dfrac{4\frac{48}{59}\ .\ 6\frac{95}{98}\ .\ 0{,}3483}{(2{,}34)^2\ .\ \left(2\frac{68}{79}\right)^3}$

126) $\dfrac{17{,}57\ .\ (877{,}36)^7}{(31{,}399\ .\ 19{,}3678)^8}$

127) $0{,}037\ .\ \sqrt[3]{\left(\frac{9788}{7579}\right)^5}$

128) $0{,}00643\sqrt[5]{\left(\frac{17368}{14577}\right)^{11}}$

129) $\sqrt[3]{127{,}1}\ .\ \sqrt{1{,}2345}$

130) $\sqrt[3]{0{,}23795}\ .\ \sqrt{0{,}34573}$

131) $\sqrt[5]{0{,}067893}\ .\ \sqrt[3]{1{,}54321}$

132) $\sqrt[5]{1{,}32756}\ .\ \sqrt{\left(\frac{973}{1083}\right)^3}$

133) $\sqrt[3]{\dfrac{47{,}327}{8{,}4794}}\ .\ \sqrt{\dfrac{9{,}3488}{13{,}5727}}$

134) $\sqrt[7]{\frac{17}{31}\ .\ \sqrt[5]{13}}$

135) $\sqrt[4]{0{,}4761\ .\ \sqrt[3]{0{,}097}}$

136) $\dfrac{\left(37\frac{5}{9}\right)^2 : \left(9\frac{5}{11}\right)^5}{0{,}61853^3}$

137) $\dfrac{\left(\frac{42666}{1147}\right)^{12} : \left(\frac{19432}{765}\right)^{10}}{0{,}97412^3}$

138) $\dfrac{\sqrt[5]{2{,}371^3\ .\ 0{,}043^4}}{0{,}39181}$

139) $10{,}903\sqrt[3]{\left(\dfrac{7635}{52{,}9}\right)^2}$

140) $\sqrt[7]{\dfrac{1{,}787\ .\ 22{,}79^{10}}{157{,}83^6}}$

141) $\sqrt[7]{\dfrac{27{,}459^3\ .\ 6{,}5674^4}{17{,}232\ .\ 13{,}868^5}}$

142) $\dfrac{\sqrt[9]{0{,}8654\ .\ \sqrt[7]{3{,}26}}}{0{,}42748}$

143) $\dfrac{17^{\frac{5}{3}}\ .\ 18^{\frac{6}{7}}}{1{,}55864\ .\ 1{,}927^{1{,}5}}$

144) $\dfrac{\left(\sqrt[5]{3{,}719}\ .\ \sqrt[4]{279{,}8}\right)^2}{\sqrt[3]{1{,}7541}}$

145) $\dfrac{54{,}73\ .\ \sqrt[3]{79{,}537^5}}{0{,}73023\ .\ 23{,}479^2}$

146) $\dfrac{520{,}71^{13} \cdot \sqrt{0{,}000734^9}}{255{,}608^8 \sqrt[23]{1{,}0794}}$

147) $\dfrac{1{,}6001 \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{0{,}7}}{\sqrt[4]{863{,}1} \cdot \sqrt[5]{0{,}007}}$

148) $3{,}41846 \cdot \sqrt[5]{\dfrac{0{,}365\sqrt{2}}{788}}$

149) $\dfrac{253}{2{,}2381}\sqrt[3]{\dfrac{716{,}56}{\sqrt{2}}}$

150) $\dfrac{253}{1{,}52476}\sqrt[3]{\dfrac{71{,}65}{\sqrt{0{,}2}}}$

151) $\dfrac{978}{0{,}58346}\sqrt[5]{\dfrac{386{,}41}{\sqrt[3]{17}}}$

152) $\dfrac{0{,}00091476}{0{,}074395 : 81{,}326}\sqrt[7]{\dfrac{2{,}7459^3 \cdot 0{,}65674^4}{0{,}127326 \cdot 0{,}013868^5}}$

153) $\dfrac{1{,}3578 \cdot 101^5 \cdot \sqrt[3]{46^7}}{11009^3 \cdot \sqrt[4]{0{,}001}}\sqrt[9]{\dfrac{19709500 \cdot 8192}{2{,}07568^{23} \cdot 2^{13}}}$

154) $\dfrac{0{,}090794^2 \cdot 8{,}2792^3}{0{,}82434 \cdot 5{,}6752}\sqrt[5]{\dfrac{83973^2 \cdot 585{,}46}{7063{,}5 \cdot 2{,}9418}}$

155) $0{,}8523\sqrt[5]{0{,}347\sqrt[3]{\tfrac{15}{19}}}$

156) $0{,}84285\sqrt[4]{\dfrac{7389 \cdot \sqrt[11]{375}}{0{,}000734}}$

157) $2{,}3148\sqrt[5]{\dfrac{231 \cdot 6{,}479^8}{\sqrt[4]{7{,}381^7}}}$

158) $5{,}3159 \cdot \sqrt[9]{\dfrac{347\sqrt[7]{0{,}0073}}{126\sqrt[3]{\tfrac{4}{9}}}}$

159) $3{,}9268 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{132 \cdot 7{,}356^9}{\sqrt{3{,}25^5}}}$

160) $\dfrac{13{,}73^4 \cdot \sqrt[5]{269{,}7^3}}{738{,}3 \cdot \sqrt[13]{4{,}4212}}$

161) $\dfrac{5{,}695 \cdot 0{,}49106 \cdot 1{,}05^{117}}{0{,}241194 \cdot \sqrt[5]{4{,}576 \cdot 1{,}07^7}}$

162) $$\frac{\sqrt[3]{0{,}42487\sqrt{3305{,}2}}}{0{,}048334 \cdot 0{,}76082}$$

163) $$\frac{\sqrt[3]{0{,}0047209 \cdot \sqrt{36725}}}{1{,}00051 \cdot 1{,}1028}$$

164) $$\frac{\sqrt[3]{0{,}0020982\sqrt{0{,}016323}}}{0{,}66701 \cdot 0{,}279651}$$

165) $$\frac{\sqrt[3]{0{,}020937 \cdot \sqrt{(\sqrt{0{,}034568})}}}{0{,}68729 \cdot \sqrt[5]{0{,}0045678}}$$

166) $$\sqrt[3]{\frac{0{,}000018883\sqrt{146900}}{4{,}0017 \cdot 2{,}0082^2}}$$

167) $$\frac{0{,}45678 \cdot 0{,}05678 \cdot 210286}{0{,}0078892 \cdot 34567000}$$

168) $$\frac{0{,}098766 \cdot 0{,}00065432 \cdot 1930{,}19}{0{,}76543 \cdot 0{,}0054321}$$

169) $$\frac{12348^2 \cdot 6430{,}7^{0{,}08} \cdot \sqrt[5]{0{,}3^{51}}}{0{,}052741 \cdot 220000}$$

170) $$87{,}9 \cdot \sqrt[7]{\left(\frac{21{,}7 \cdot 7{,}6439}{3159{,}3 \cdot 5{,}471}\right)^3}$$

171) $$95{,}838\sqrt[5]{0{,}397^2 \cdot \left(\frac{37{,}453}{2777{,}4}\right)^3}$$

172) $$1{,}0421^{-1}\sqrt[5]{\frac{0{,}231 \cdot 0{,}6479^8}{\sqrt[4]{0{,}07381^7}}}$$

173) $$1215\tfrac{3}{20}\sqrt{\frac{0{,}0237 \cdot 8{,}397^7 \cdot \sqrt[3]{897}}{1{,}3978 \cdot 28{,}3945^{10}}}$$

174) $$\frac{(4{,}092)^2 \cdot \left(\frac{37643}{7491}\right)^{19} \cdot \left(\frac{977}{31568{,}5}\right)^{11}}{0{,}34765 : \sqrt[5]{0{,}0050736}}$$

175) $$\left(\frac{234\frac{1}{9}}{0{,}5867}\right)^5 : \left[0{,}209686 \cdot \left(\frac{2163\frac{4}{5}}{2{,}334^4}\right)^6\right]$$

176) $$0{,}940525\sqrt[10]{\frac{78563\sqrt[3]{\frac{5}{3}}}{15\sqrt[4]{0{,}2}}\cdot\frac{\sqrt[3]{0{,}73}\cdot\sqrt[4]{0{,}073}}{\sqrt[5]{0{,}0073}\cdot\sqrt{1{,}56754}}}$$

177) $$0{,}27822\sqrt[10]{\frac{0{,}64\sqrt{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{717}{102}\right)^{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[7]{0{,}06}}\cdot\frac{\sqrt[3]{123{,}48}}{\sqrt[4]{614{,}88}}}$$

178) $$3{,}4406\cdot\left\{2\sqrt[5]{\frac{0{,}2\sqrt[4]{6}}{3\sqrt[3]{0{,}3}}}\right\}^2\cdot\frac{5{,}6793^2\cdot\sqrt[5]{13{,}467^3}}{2{,}3721^5\cdot\sqrt[3]{8{,}5344}}$$

179) $$\frac{4{,}5709}{0{,}97138}\cdot\left\{5\sqrt[7]{\frac{0{,}3\sqrt[6]{13}}{5\sqrt[5]{0{,}3}}}\right\}^3\cdot\frac{\sqrt[3]{0{,}011243}}{\sqrt[5]{0{,}00056425}}$$

180) $$\frac{1{,}10882\cdot 2113^{\frac{1}{3}}\cdot 27^{\frac{5}{8}}}{219^{\frac{5}{6}}\cdot\sqrt{66\cdot 0{,}372^3}}$$

181) $$\frac{20{,}5467\cdot 5^{\frac{11}{3}}\cdot 16843\cdot 11^{\frac{5}{11}}}{68999\cdot\sqrt[4]{1{,}111\cdot 7^3}}$$

182) $$\frac{0{,}0145966\cdot 5333^{\frac{1}{3}}\cdot 0{,}07^{\frac{3}{5}}\cdot\sqrt[70]{0{,}6}}{0{,}47386^{\frac{1}{3}}\cdot 1{,}2^{\frac{4}{3}}\cdot 9{,}13^{\frac{3}{4}}\cdot 2{,}7069^{\frac{1}{4}}}$$

183) $$\frac{0{,}34578}{0{,}0065878}\sqrt[11]{\frac{0{,}731\sqrt{\frac{5}{7}}}{\left(\frac{823}{167}\right)^{\frac{5}{6}}\cdot\sqrt[9]{0{,}079}}}$$

184) $$\frac{5{,}7838}{0{,}80562}\cdot\left\{3{,}741\sqrt[5]{\frac{0{,}37\sqrt[4]{93{,}23}}{7\sqrt[7]{0{,}07}}}\right\}^2$$

185) $$\frac{5{,}6783}{15{,}0051}\cdot\left\{17{,}958\sqrt[11]{\frac{59{,}832\cdot\sqrt[7]{23456000}}{165{,}39\cdot\sqrt[5]{6783{,}5}}}\right\}^4$$

186) $$\frac{567830}{8300800}\cdot\left\{1{,}7958\sqrt[11]{\frac{0{,}0059832\sqrt[7]{234560000}}{1653{,}9\cdot\sqrt[5]{0{,}00067835}}}\right\}^4$$

187) $$\left(\frac{5{,}6793}{2701{,}3:10^{15}}\right)^2\cdot\left\{\frac{0{,}037^5}{0{,}231^3}\sqrt[7]{\frac{0{,}00957^4\cdot\sqrt[15]{176{,}3^8\cdot 10}}{13{,}497^3\cdot\sqrt[3]{0{,}05783^7}}}\right\}^4$$

188) $\dfrac{0{,}473^2 \cdot 77{,}273^3}{7{,}258^7} + 0{,}02611$

189) $\dfrac{0{,}23457^4 \cdot 0{,}76543^5}{0{,}876547^7} - \dfrac{95}{10^8}$

190) $\dfrac{\sqrt[7]{466880^6} \cdot \sqrt[9]{3576{,}2^{16}}}{996000 \cdot \sqrt{0{,}0071}} + 211000$

191) $\dfrac{\sqrt[8]{573470^7} \cdot \sqrt[7]{9354^{17}}}{7634000^2 \cdot \sqrt[3]{0{,}00431}} + 49{,}234$

192) $\left\{\dfrac{\sqrt[3]{0{,}1237} \cdot \sqrt{0{,}98488}}{\sqrt[3]{0{,}01237} \cdot \sqrt{9{,}8488}}\right\}^5 - 0{,}0988$

193) $\dfrac{75038^{15} \cdot \sqrt[3]{0{,}00009873^8}}{963490^{11}} + 0{,}06746806$

194) $\dfrac{175}{729}\sqrt[7]{\dfrac{12{,}372 \cdot 0{,}53786^2 \cdot 0{,}00327^3}{\frac{3}{7} \cdot 537{,}82^{10} \cdot \sqrt[3]{0{,}02783}}} - \dfrac{41682}{10^{10}}$

195) $\dfrac{12{,}344 \cdot 344{,}57^3}{20{,}357^5} + \dfrac{14{,}517^4}{799{,}67}$

196) $\dfrac{0{,}24226}{716{,}59} + \dfrac{1{,}452}{36{,}779} - \dfrac{768{,}497}{10^5}$

197) $\dfrac{0{,}56789 \cdot 0{,}06789}{0{,}0078902 \cdot 890{,}12} + \dfrac{\sqrt[3]{1577{,}9} - 65{,}5501}{10^4}$

198) $\sqrt[4]{0{,}25873 \cdot \sqrt[3]{\frac{21093}{76239}}} + \dfrac{1{,}07943^7}{4{,}7531}$

199) $\sqrt[3]{183\frac{13}{17} \cdot \left(\frac{2719}{3793}\right)^2} + \dfrac{\sqrt[5]{0{,}30678^3}}{0{,}090365}$

200) $\sqrt[4]{0{,}36983 \cdot \sqrt[3]{\frac{32092}{87346}}} + \dfrac{\sqrt{667{,}39}}{\sqrt[3]{8171{,}4}}$

201) $\sqrt[7]{\dfrac{0{,}76594^3 \cdot 5{,}375^4}{0{,}057934^6 \cdot 11{,}347^5}} + \sqrt[11]{0{,}126238}$

202) $0{,}3372 + \sqrt[3]{8977} + \left(\frac{837{,}64}{543{,}81}\right)^3 - \frac{6{,}3872^3}{\sqrt{59{,}478}}$

203) $\sqrt[3]{0{,}0374} + \sqrt[5]{\frac{3274}{6395}} - 0{,}93765^2 + \sqrt{0{,}062834^3}$

204) $\frac{77{,}238^2}{0{,}0749} - \sqrt[5]{\frac{99{,}73^2}{7{,}28^3}} - \sqrt[3]{\frac{0{,}728}{0{,}00323155}} + 720360$

205) $\sqrt[5]{0{,}00158143} + 2157{,}2 \cdot \left(\frac{47{,}647}{135{,}49}\right)^5 - \frac{7{,}8404^5}{\sqrt[4]{27{,}876^7}}$

206) $\frac{0{,}36967^2 + 0{,}38378^2 - 0{,}15002^2}{2 \cdot 0{,}38378 \cdot 0{,}15002} + 9{,}7296$

207) $\sqrt[12]{\frac{3{,}25^7 + 2{,}0347^3 + 0{,}276^5}{0{,}07^4 \cdot (0{,}7372 + \sqrt[3]{0{,}01815})^2}} + 0{,}8523$

208) $\frac{\sqrt[5]{6543{,}7} + \sqrt[3]{0{,}075319}}{\sqrt{0{,}0062139}} + 0{,}01$

209) $\frac{\frac{0{,}2738}{10^3} \cdot \left(\frac{773}{518}\right)^{30} + \frac{2506{,}7}{10^{-4}} : \left(\frac{512}{59}\right)^7}{0{,}0149666 \cdot (\sqrt[3]{12{,}02} - \sqrt[3]{2{,}1502})^2}$

210) $\frac{\sqrt[5]{367{,}9} \cdot \sqrt[3]{9068{,}4} - \sqrt[5]{367{,}9\sqrt[3]{9068{,}4}}}{0{,}091428 \cdot (\sqrt[3]{0{,}0176328} + \sqrt[5]{0{,}2215})^2}$

211) $\frac{\sqrt{0{,}23568} + \sqrt[3]{0{,}0023568} + \sqrt[5]{0{,}023568}}{\sqrt{0{,}023568} + \sqrt[3]{0{,}23568} + \sqrt[5]{0{,}0023568}} + \sqrt[7]{\frac{20{,}71}{10^6}}$

212) $\sqrt[4]{279847 + \sqrt[6]{15625}}$

213) $\sqrt[8]{21 + \sqrt[5]{19} + 0{,}7439}$

214) $\sqrt[9]{43 + \sqrt[7]{27}} - 1{,}06819$

215) $\sqrt[4]{7{,}94 + \sqrt[8]{0{,}8}} - 1{,}38217$

216) $\sqrt[5]{6{,}47 + \sqrt[6]{0{,}573}} + 0{,}85415$

217) $\sqrt[7]{3{,}6 + \sqrt[5]{0{,}0647}} + 1{,}119$

218) $\sqrt[3]{(\sqrt{\tfrac{4}{17}} + \sqrt[4]{4\tfrac{25}{36}})} - 0{,}0208$

219) $\sqrt[8]{(73{,}428 - 7\sqrt{7{,}043})} - 0{,}7596$

220) $\sqrt{5 + \sqrt{4 + \sqrt{3}}} - 2{,}7192$

221) $\sqrt[3]{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}} + 0{,}7786$

222) $\sqrt{9 - \sqrt{7 - \sqrt{5}}} - 1{,}377$

223) $\sqrt[3]{8 - \sqrt{6 - \sqrt{4 - \sqrt{2}}}} + 0{,}5326$

224) $\sqrt[4]{9 + \sqrt[3]{7 + \sqrt{5}}} + 0{,}1748$

225) $\sqrt[4]{4 + \sqrt[3]{3 + \sqrt{2}}} + 0{,}7589$

226) $\sqrt[3]{3 + \sqrt[3]{(3 + \sqrt[3]{3})}} - 0{,}4338$

227) $\sqrt[3]{9 + \sqrt[3]{(7 + \sqrt[3]{5})}} : 1{,}05544^2$

228) $\sqrt{55001 - \sqrt{60708 - \sqrt{466489}}}$

229) $\sqrt{14950{,}3 + \sqrt{31568 + \sqrt{223728}}}$

230) $\sqrt{6016 + \sqrt{4578 + \sqrt{2059 + \sqrt{3249}}}}$

231) $\sqrt{90{,}566 + \sqrt{80{,}1704 + \sqrt{69{,}814 + \sqrt{67}}}}$

232) $\sqrt[3]{13793 + \sqrt[3]{(29240 + \sqrt[3]{46574})}}$

233) $\sqrt[3]{[23,76 + \sqrt[3]{(30443 + \sqrt[3]{(41,174 + \sqrt[3]{56})})}]}$

234) $34,992\sqrt{1753 + 37\sqrt{2421 + 47\sqrt{862 + 57\sqrt{3481}}}}$

235) $2\sqrt[4]{(2 + 2\sqrt[3]{(2 + 2\sqrt{2})})} + 2,6329$

236) $3\sqrt[3]{(3 + 3\sqrt[3]{(3 + 3\sqrt[3]{3})})} + 3,8001$

237) $2\sqrt[3]{(4 + 5\sqrt[6]{(7 + 8\sqrt[9]{10})})} - 0,0174$

238) $10\sqrt[9]{(8 + 7\sqrt[6]{(5 + 4\sqrt[3]{2})})} - 1,466$

239) $3,4\sqrt[3]{(3,4 + 3,4\sqrt[3]{(3,4 + 3\sqrt[3]{3})})} + 0,2996$

240) $0,66513\sqrt[3]{(0,037 + 0,0037\sqrt[3]{(3,7 + 37\sqrt[3]{0,00037})})}$

241) $0,43\sqrt[5]{(0,043 + 0,0043\sqrt[5]{(4,3 + 43\sqrt[5]{0,00043})})} - 0,00185$

242) $\sqrt[7]{(4,79^4 + 3,79^5\sqrt[3]{(2,79^6 - 1,79^7\sqrt[5]{1,77694^8})})}$

243) $7,1154\sqrt[16]{(43 + 5\sqrt[3]{278}) : \sqrt[5]{17}}$

244) $\sqrt[15]{\frac{87 + 39\sqrt[6]{7865}}{\sqrt[7]{1843}}} - 0,1145$

245) $\sqrt[17]{\frac{63 + 47\sqrt[4]{5729}}{\sqrt[8]{2709}}} - 0,12075$

246) $\sqrt[19]{\frac{57 + 31\sqrt[5]{3477}}{\sqrt[9]{1348}}} + 8,728$

247) $\sqrt[3]{\frac{3,7056^2 \,.\, 2,4761}{403,56 \,.\, 0,123788 + \sqrt[4]{0,07895}}}$

248) $\sqrt[11]{[(9,274^2 + 3\sqrt[5]{718,7}) : \sqrt[3]{908}]} + 0,00131$

249) $\sqrt[3]{\frac{0,02099 + \sqrt[4]{0,034567}}{\sqrt[5]{0,0045678}}} + 0,1352$

250) $\sqrt[3]{\dfrac{4{,}76\,.\,49 - 213\sqrt[3]{347\tfrac{10}{13}}}{417\,.\,\sqrt[3]{0{,}0735^2}}} + 3{,}82$

251) $\dfrac{\sqrt[5]{\sqrt[3]{1{,}1544} - \sqrt[4]{0{,}0039876}}}{1{,}2778\,.\,(0{,}35192 + \sqrt{0{,}42001})^3} + 0{,}01741$

252) $\sqrt[5]{\dfrac{101{,}59\,.\,0{,}90488 - \sqrt[3]{1341{,}8}}{2709{,}79\,.\,0{,}93978}} + 0{,}48601$

253) $\sqrt[3]{((48\,.\,149 - \sqrt{9^3}) : (7^2 + \sqrt[3]{512}))}$

254) $\sqrt{((3^3\,.\,4^{\frac{5}{2}} - 8^{\frac{2}{3}} - 664) : (25^{\frac{3}{2}} - 11^2))}$

255) $\sqrt[4]{\dfrac{(16^{\frac{3}{2}} - 343^{\frac{2}{3}})^3 + 1809}{81^{\frac{5}{4}} - 179}}$

256) $\sqrt[10]{\dfrac{(17^{\frac{3}{2}} - 344^{\frac{2}{3}})^3 + 1810}{8{,}0013^2}} + 1{,}726$

257) $\dfrac{54{,}38\,.\,89{,}376 + \sqrt{378{,}56^3}}{54{,}6\sqrt{7} - 3{,}209^3} + 10{,}27$

258) $\dfrac{83{,}649\,.\,79{,}468 + \sqrt[3]{476{,}57^4}}{75{,}37\sqrt[5]{95} - 0{,}9473^5} - 0{,}01$

259) $\dfrac{0{,}90124^3 + 0{,}89012^4}{0{,}56789^3\,.\,0{,}45678^4 - 2{,}1743 : 10^3}$

260) $\sqrt[7]{(7{,}256^3 - 8\sqrt[3]{40{,}23})^2} + 1{,}4372$

261) $\sqrt[3]{(3{,}1457^2 + 5{,}1091^3)} + 5{,}6917^{\frac{5}{6}} : \sqrt[5]{1{,}84757}$

262) $\sqrt[3]{(5{,}307^2 - 4{,}193\sqrt[4]{6719{,}7})^5} + \dfrac{23192^2}{0{,}06593^4\,.\,8592{,}8^3}$

263) $\sqrt[10]{\dfrac{684{,}2 + 0{,}597\sqrt{3843{,}1}}{\sqrt[3]{66642}}} + \sqrt[5]{\dfrac{43{,}427^2}{3{,}6854^3}}$

264) $\dfrac{(0{,}056 + \sqrt{(0{,}091 + \sqrt[3]{0{,}27})})^4}{0{,}023704^3} - 150{,}186^2$

265) $\sqrt[3]{\frac{48,123 \cdot 149,08 : \sqrt{9,0578^3}}{7,0398^2 \cdot \sqrt[3]{512,34}}} + 0,00428$

266) $\sqrt[3]{\frac{48,123 \cdot 149,09 - \sqrt{9,057^3}}{7,0398^2 + \sqrt[3]{512,34}}} + 0,011$

267) $\sqrt[3]{\frac{0,58123 \cdot 0,24908 : \sqrt{0,91576^3}}{0,080398^2 \cdot \sqrt[3]{0,061234}}} + 0,5503$

268) $\sqrt[3]{\frac{0,58123 \cdot 0,24908 - \sqrt{0,91576^3}}{0,080398^2 + \sqrt[3]{0,061234}}} + 7,7655$

269) $\sqrt[5]{\frac{67,234 \cdot 183,59 : \sqrt[3]{17,623^7}}{8,0234^3 \cdot \sqrt[4]{678930}}} - 0,01812$

270) $\sqrt[5]{\frac{672,34 \cdot 18,359 \cdot \sqrt[3]{176,23^7}}{8,0234^3 + \sqrt[4]{678930}}} - 20,396$

271) $\sqrt[5]{\frac{67,234 \cdot 183,59 - \sqrt[3]{17,623^7}}{8,0234^3 \cdot \sqrt[4]{678930}}} - 0,06092$

272) $\sqrt[5]{\frac{6723,4 \cdot 1,8359 - \sqrt[3]{1,7623^7}}{80,234^3 + \sqrt[4]{6789,3}}} + 0,76072$

273) $\sqrt[3]{\frac{28,7236 \cdot 235,345 - \sqrt{7,3076^3}}{9,5684^2 + \sqrt[3]{328,543}}} + 0,477$

274) $\sqrt[3]{\frac{34,542 \cdot 128,045 - \sqrt{7,0326^3}}{9,0258^2 + \sqrt[3]{512,54}}} + 0,335$

275) $\sqrt[3]{\frac{36,3278 \cdot 243,078 - \sqrt{7,0456^3}}{4,0286^2 + \sqrt[3]{517,42}}} + 1,766$

276) $\sqrt[3]{\frac{36,234 \cdot 235,67 - \sqrt{5,0343^3}}{4,0326^2 + \sqrt[3]{732,64}}} + 0,9284$

277) $$\sqrt[3]{\frac{36{,}4132 \cdot 536{,}54 - \sqrt{7{,}3858^3}}{4{,}04763^2 + \sqrt[3]{345{,}512}}} + 0{,}4635$$

278) $$\sqrt[3]{\frac{37{,}245 \cdot 201{,}754 - \sqrt{1{,}05832^3}}{6{,}0124^2 + \sqrt[3]{913{,}58}}} + 0{,}189$$

279) $$\sqrt[3]{\frac{42{,}543 \cdot 122{,}012 - \sqrt{8{,}0434^3}}{4{,}0176^2 + \sqrt[3]{411{,}23}}} + 0{,}7597$$

280) $$\sqrt[3]{\frac{44{,}342 \cdot 114{,}053 - \sqrt{6{,}0384^3}}{4{,}0276^2 + \sqrt[3]{614{,}34}}} + 1{,}7679$$

281) $$\sqrt[3]{\frac{45{,}137 \cdot 132{,}045 - \sqrt{6{,}0432^3}}{4{,}0283^2 + \sqrt[3]{316{,}54}}} + 1{,}4338$$

282) $$\sqrt[4]{\frac{46{,}124 \cdot 138{,}07 - \sqrt{9{,}0656^3}}{6{,}0479^2 + \sqrt[3]{623{,}34}}} + 2{,}2358$$

283) $$\sqrt[3]{\frac{47{,}124 \cdot 146{,}07 - \sqrt{8{,}0486^3}}{7{,}0289^2 + \sqrt[3]{482{,}34}}} + 0{,}0698$$

284) $$\sqrt[3]{\frac{48{,}356 \cdot 312{,}86 - \sqrt{1{,}3474^3}}{7{,}1235^2 + \sqrt[3]{924{,}68}}} + 3{,}6996$$

285) $$\sqrt[3]{\frac{57{,}149 \cdot 264{,}1 - \sqrt{8{,}0297^3}}{4{,}0986^2 + \sqrt[3]{932{,}48}}} - 5{,}9322$$

286) $$\sqrt[3]{\frac{59{,}234 \cdot 250{,}179 - \sqrt{7{,}0687^3}}{8{,}0409^2 + \sqrt[3]{623{,}45}}} + 0{,}9196$$

287) $$\sqrt[3]{\frac{67{,}457 \cdot 137{,}078 - \sqrt{5{,}4589^3}}{2{,}0637^2 + \sqrt[3]{734{,}23}}} + 0{,}0408$$

288) $$\sqrt[3]{\frac{67{,}459 \cdot 213{,}07 - \sqrt{8{,}7366^3}}{5{,}0213^2 + \sqrt[3]{243{,}73}}} + 0{,}1928$$

289) $\sqrt[5]{\dfrac{0{,}158127 \, . \, 0{,}98458 - \sqrt{0{,}95136^3}}{0{,}090388^2 + \sqrt[3]{0{,}051234}}} + 2{,}3866$

290) $\sqrt[5]{\dfrac{0{,}32143 \, . \, 0{,}24532 - \sqrt{0{,}78926^3}}{0{,}043825^2 + \sqrt[3]{0{,}078123}}} + 3{,}422$

291) $\sqrt[5]{\dfrac{0{,}39514 \, . \, 0{,}95807 - \sqrt{0{,}81576^3}}{0{,}054028^2 + \sqrt[3]{0{,}072167}}} - 0{,}03098$

292) $\sqrt[5]{\dfrac{0{,}43216 \, . \, 0{,}34802 - \sqrt{0{,}81467^3}}{0{,}070458^2 + \sqrt[3]{0{,}054213}}} + 4{,}5448$

293) $\sqrt[5]{\dfrac{0{,}57343 \, . \, 0{,}24938 - \sqrt{0{,}32455^3}}{0{,}047398^2 + \sqrt[3]{0{,}072345}}} + 0{,}63095$

294) $\sqrt[5]{\dfrac{0{,}58234 \, . \, 0{,}24919 - \sqrt{0{,}92342^3}}{0{,}079825^2 + \sqrt[3]{0{,}063211}}} + 4{,}579$

295) $\sqrt[5]{\dfrac{0{,}58372 \, . \, 0{,}25679 - \sqrt{0{,}81268^3}}{0{,}083142^2 + \sqrt[3]{0{,}061247}}} + 3{,}4232$

296) $\sqrt[5]{\dfrac{0{,}58423 \, . \, 0{,}43651 - \sqrt{0{,}91356^3}}{0{,}087654^2 + \sqrt[3]{0{,}043768}}} + 2{,}3486$

297) $\sqrt[5]{\dfrac{0{,}73218 \, . \, 0{,}98094 - \sqrt{0{,}36752^3}}{0{,}070893^2 + \sqrt[3]{0{,}054321}}} + 8{,}8241$

298) $\sqrt[3]{\dfrac{0{,}67934^2 \, . \, 0{,}43456^3 - \sqrt[7]{0{,}94832^4}}{0{,}0936754^2 + \sqrt[4]{0{,}097362^5}}} + 3{,}453$

299) $\dfrac{237{,}87}{0{,}0045458} \, . \, \sqrt[7]{\dfrac{13{,}456^2 + 7{,}8937^3 \, . \, \sqrt[5]{0{,}0739^6}}{2345600000^{\frac{1}{3}}}}$

300) $\dfrac{74740}{0{,}62934} \, . \, \sqrt[5]{\dfrac{17{,}2344^2 - 9{,}8234^3 \, . \, \sqrt[7]{0{,}00837^6}}{\sqrt[4]{34567800000 + 1{,}92374^{10}}}}$

301) $458720\sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{18,573^4}+\sqrt[5]{0,18573^3}}{\sqrt[7]{(185,73^2 : 0,018573^5)}+\sqrt[10]{1857,13^7}}}$

302) $\sqrt[15]{((5+\sqrt[4]{0,81})^3-12\tfrac{7}{16})}+\frac{0,3985^{\frac{8}{5}}}{1,54146\,.\,0,05397^{\frac{5}{8}}}$

303) $\sqrt[21]{((0,07+\sqrt[5]{\tfrac{1}{8}})^4+\tfrac{5}{8})}+\frac{0,09181\sqrt{0,06661^3}}{0,4287^{\frac{5}{4}}}$

304) $\sqrt[22]{(\tfrac{7}{8}+(3+\sqrt[7]{0,9})^3)}+\frac{0,080992^2\,.\,\sqrt[6]{12,956}}{0,020947^{\frac{1}{5}}}$

305) $\sqrt[3]{\frac{1,5234^5-3,4573^4}{\sqrt[5]{15,234}+\sqrt[4]{345,73}}}-\sqrt[3]{\left(\frac{1776,95}{3458,46}\right)^2}$

306) $(2,073^4-0,64\sqrt[3]{7})\sqrt[5]{((1+\sqrt[3]{7}):(7-\sqrt[3]{7}))}+$
$(\sqrt{0,09781}\,.\,\sqrt[3]{0,82938}):0,3421^4-2,377$

307) $\sqrt[5]{(683,57+\sqrt[3]{2789,3})}+0,001\,.\,(\sqrt[5]{483,51^3}+$
$\sqrt[7]{587,63^5})^2+0,842$

308) $\sqrt[7]{(4,793^4+3,793^5\,.\,\sqrt[3]{(2,793^6+1,793^7\,.\,100\,.}}$
$\sqrt[5]{0,01793^8}))-0,0631$

309) $\sqrt{((\sqrt[5]{37,459}+\sqrt[3]{41,237})^2-\sqrt[5]{619,37})}+$
$(0,33759^2\,.\,\sqrt[3]{0,04287}):0,40252^4$

310) $\sqrt{((\sqrt[5]{15,326}+\sqrt[3]{42,378})^2-\sqrt[5]{325,34})}+$
$(0,47832^2\,.\,\sqrt[3]{0,02134}):0,624^4-0,74869$

311) $\sqrt{((\sqrt[5]{22,258}+\sqrt[3]{62,481})^2-\sqrt[5]{334,654})}+$
$(0,44321^2\,.\,\sqrt[3]{0,03243}):0,80234^4-0,26586$

312) $\sqrt{((\sqrt[5]{23,538}+\sqrt[3]{49,358})^2-\sqrt[5]{536,6})}+$
$(0,72537^2\,.\,\sqrt[3]{0,07135}):0,73265^4+0,02002$

313) $\sqrt{((\sqrt[5]{26,348} + \sqrt[3]{30,126})^2 - \sqrt[5]{508,21})} +$
$(0,22648^2 \cdot \sqrt[3]{0,03176}) : 0,30142^4 - 1,2132$

314) $\sqrt{((\sqrt[5]{27,3454} + \sqrt[3]{31,3296})^2 - \sqrt[5]{508,24})} +$
$(0,74468^2 \cdot \sqrt[3]{0,02864}) : 0,43265^4 + 0,421$

315) $\sqrt{((\sqrt[5]{27,3467} + \sqrt[3]{31,1258})^2 - \sqrt[5]{508,16})} +$
$(0,22418^2 \cdot \sqrt[3]{0,02175}) : 0,30132^4 + 0,2686$

316) $\sqrt{((\sqrt[5]{34,567} + \sqrt[3]{41,236})^2 - \sqrt[5]{513,45})} +$
$(0,44648^2 \cdot \sqrt[3]{0,08134}) : 0,30484^4 + 8,2892$

317) $\sqrt{((\sqrt[5]{36,3715} + \sqrt[3]{38,9137})^2 - \sqrt[5]{608,84})} +$
$(0,23757^2 \cdot \sqrt[3]{0,02365}) : 0,47981^4 + 1,2626$

318) $\sqrt{((\sqrt[5]{37,458} + \sqrt[3]{43,325})^2 - \sqrt[5]{518,23})} +$
$(0,42658^2 \cdot \sqrt[3]{0,05266}) : 0,30134^4 + 9,9305$

319) $\sqrt{((\sqrt[5]{37,467} + \sqrt[3]{25,799})^2 - \sqrt[5]{795,42})} +$
$(0,25759^2 \cdot \sqrt[3]{0,02478}) : 0,30425 + 1,0079$

320) $\sqrt{((\sqrt[5]{43,523} + \sqrt[3]{83,345})^2 - \sqrt[5]{349,73})} +$
$(0,34567^2 \cdot \sqrt[3]{0,02562}) : 0,32674^4 + 2,9677$

321) $\sqrt[3]{((\sqrt[5]{45,628} + \sqrt[3]{72,389})^2 - \sqrt[5]{715,23})} +$
$(0,66579^2 \cdot \sqrt[3]{0,03287}) : 0,34295^4 + 3,4289$

322) $(4,6789 : 235,67 + 0,23567 : 0,46789 - 0,023567 \cdot 0,46789) : (0,46789 : 0,0023567 - 0,00046789 \cdot 23567) - 38,78 : 10^5$

323) $$\frac{36,236}{0,0097}\sqrt[7]{\frac{5,67^4 - 10 \cdot 9,43^3 \cdot \sqrt[5]{0,0827^6} - 445,52}{30 + \sqrt[4]{273 \cdot 10^8} + 1,79^{10} - 0,5 \cdot 0,12}}$$

324) $$\left(\left(45{,}269 + \sqrt[7]{1 + 289 \cdot 1{,}06^8}\right) \cdot 15{,}1124^3\right) : \left((289 \cdot 1{,}06^7 - 17{,}969^{1\frac{1}{4}}) \cdot \sqrt[3]{289 \cdot 17{,}969^7}\right)$$

325) $$\left(\sqrt[7]{(5{,}67^5 \cdot \sqrt[3]{67{,}8^4})} + \sqrt[3]{3{,}13^5} \cdot \sqrt[5]{2{,}69^7} + 5 : 10^4\right) : \left(1{,}4816^9 + 0{,}03\sqrt[5]{23\tfrac{7}{12}} + \sqrt[7]{0{,}567^5} \cdot \sqrt[3]{0{,}0678^4} - 881 : 10^6\right)$$

326) $$\sqrt[7]{\left[\left((15{,}679^{\frac{5}{4}} - 17{,}238 \cdot 0{,}6789^{\frac{2}{3}})^{\frac{2}{5}} + 3{,}4568 \cdot 1{,}0726^7\right) : (0{,}0034578^{\frac{3}{2}} - 0{,}056789^{\frac{4}{3}} : 10^2 + 0{,}35782^{\frac{5}{4}} : 10^3)\right]} - 6 : 10^4$$

327) $$14\sqrt{\left(\sqrt[9]{3476{,}4^5} + \sqrt[7]{(78{,}477^2 - 513\sqrt[5]{37^3})^4}\right)} : \sqrt{\left(7{,}341^2\sqrt[11]{11^4} - \sqrt{(2\sqrt[3]{0{,}13^4} + 3\sqrt{0{,}07^3})^3} - \sqrt[9]{(0{,}004 \cdot 49{,}7)^4}\right)} + 4{,}2486$$

328) $$\frac{5{,}6789}{0{,}07359} \cdot \left[\frac{7}{9}\sqrt[3]{\left((0{,}679 \cdot \sqrt[5]{3249}) : (47{,}53 \cdot \sqrt[7]{0{,}0597})\right)}\right]^4 + \frac{7835{,}8}{0{,}035587} \cdot \left[\frac{31}{887}\sqrt[7]{\left((0{,}73 \cdot \sqrt[4]{91}) : (5{,}59 \cdot \sqrt[5]{0{,}07})\right)}\right]^3 + 0{,}5534$$

329) $$\sqrt[3]{6{,}5739^4 + 1{,}47895^3} - \sqrt[7]{48{,}973 \cdot \sqrt[5]{30759} + \sqrt[7]{489{,}73} \cdot \sqrt[5]{3075{,}9} - 1{,}0757^{23} - \sqrt[3]{0{,}23687} - 0{,}07927}$$

VI. Logarithmische Gleichungen.

1) $a^x = b$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$a =$	4	3	7	9	2
$b =$	16384	19683	117649	4782969	789
	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$a =$	3	5	1,05	1,0375	1,055
$b =$	1234	6789	2,1829	2,2477	6,1743
	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
$a =$	1,055	1,0785	0,23456	1,3579	0,57931
$b =$	10,547	3,45678	0,0789	135,79	0,0057931
	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)
$a =$	1,075	1,2345	0,04321	0,34567	0,79513
$b =$	0,08765	0,6789	0,98765	12,3456	795,13

2) $a^x = \frac{b}{c}$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	1,05	1,04	1,06	1,035	1,045	1,025
$b =$	199	226	3085	1139	531	503
$c =$	75	67	337	420	80	150

3) $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{c}{d}$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	113	83	821	7	5	21	7	13
$b =$	87	80	683	8	6	20	8	17
$c =$	367	185	1483	682	291	117	5	53
$d =$	97	51	4517	7	4	40	9	59

4) $a^{mx} = b$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	$4\frac{4}{17}$	$1\frac{6}{25}$	$5\frac{13}{154}$	$2\frac{22}{115}$	$1\frac{221}{556}$	$2\frac{341}{569}$
$m =$	3	$1\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{5}{7}$	$1\frac{1}{6}$
$b =$	7183	57875	2,455	54783	95347	12345

5) $a^x = b^n$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	1,05	1,045	1,0475	10,35	10,15	10,275
$b =$	1,454	1,536	1,546	751,1	2093,9	3055,11
$n =$	3	4	5	6	7	9

6) $a^x = b^a$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	7	13	1,05	2,478	1,7649	1,5301
$b =$	5	17	8,23	3	5	7

7) $\sqrt[mx]{a} = b^n$

$m =$	2	4	3	$1\frac{1}{3}$
$a =$	16777216	4782969	12,95503	1,348945
$b =$	2	3	1,05	1,05
$n =$	3	2	35	23

8) $a(1 - b^{-x}) = c$

$a =$	130	1700	3100	2100
$b =$	1,0275	1,0325	1,0375	1,035
$c =$	60,344	1027,6	1952,7	1587,6

9) $ab^x - c(b^x - 1) = d$

$a =$	710	910	1380	1450
$b =$	1,06	1,055	1,0175	1,0225
$c =$	590	780	960	820
$d =$	24021	34848	2303	4162,7

10) $(a)^{b^x} = c$

$a =$	2	5	7	11
$b =$	2	3	3	5
$c =$	65536	1953125	23456	345670

11) $a^{\frac{mx+n}{r}} = b$

$a =$	1,045	36,4	10,475	10,25
$m =$	4	3	5	2
$n =$	7	—1	—4	5
$r =$	3	5	9	7
$b =$	1,40139	7865	3264,8	7838,2

12) $a^{mx}b^{nx} = c^r$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	1,05	$1\frac{1}{32}$	7,419	103	52	2,34
$m =$	1	1	1	4	$\frac{3}{2}$	3
$b =$	0,6	$1\frac{3}{4}$	4,216	514	7	4,79
$n =$	3,5	$-2\frac{1}{4}$	—10	—1	—1	7
$c =$	$1\frac{5}{7}$	$3\frac{1}{5}$	$3930\frac{7}{8}$	$11\frac{4}{7}$	$1\frac{679}{1321}$	218,6
$r =$	—1	—1	2	—1	1	$\frac{4}{5}$

13) $a^{m+nx} \cdot b^{rx} = c$

$a =$	$1\frac{104}{365}$	$2\frac{177}{295}$	$2\frac{241}{348}$	$b =$	$1\frac{12}{79}$	$1\frac{17}{39}$	$1\frac{24}{43}$
$m =$	5	—3	—4	$r =$	$\frac{3}{5}$	$-\frac{5}{9}$	$-\frac{7}{8}$
$n =$	3	1	1	$c =$	432,38	632	737

14) $\sqrt[mx]{a^{bx+n}} = \sqrt[nx]{b^{ax+m}}$

$a =$	3	11	13	13	$m =$	1	2	3	5
$b =$	5	7	11	19	$n =$	7	3	2	4

15) $a^{\frac{m}{x}} = b^{\frac{n}{x}+r}$

$a =$	1,5285	459,02	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$
$m =$	3	11	3	17
$b =$	1,035	10,225	$\frac{5}{7}$	$\frac{7}{11}$
$n =$	5	4	9	13
$r =$	8	5	11	4

16) $a^{\frac{m+x}{r+x}} \cdot b^{-\frac{n+x}{r+x}} = c$

$a =$	1,05	$10\frac{7}{20}$	$10\frac{1}{5}$	$10\frac{17}{40}$
$b =$	1,04	$10\frac{1}{2}$	$10\frac{19}{40}$	$10\frac{3}{8}$
$c =$	1,12275	99,686	86,362	110,26
$m =$	37	45	67	38
$n =$	32 (22)	31 (21)	51	20
$r =$	2	3	3	2

17) $ab^{\frac{n+x}{r+x}} = (ab)^{\frac{m+x}{n+x}}$

$a =$	0,2	1,14527	240,08	26,447
$b =$	15625	1,0275	10,475	10,375
$m =$	1	5	10	$3\frac{1}{2}$
$n =$	2	4	7	1
$r =$	3	1	2	—2

18) $a^{mx+k} b^{nx+l} = c^{px+r} d^{qx+s}$

$a =$	19	3	3	7	$c =$	13	9	5	11
$m =$	3	4	2	3	$p =$	4	10	—6	3
$k =$	5	5	0	0	$r =$	11	11	7	—5
$b =$	17	6	7	9	$d =$	11	12	9	24
$n =$	7	7	1	7	$q =$	6	13	1	—1
$l =$	9	8	—1	—5	$s =$	7	14	—2	3

19) $0{,}04^x\sqrt[5]{32768^{x+1}} = 3{,}2\sqrt{2}$

20) $\log\sqrt{9x+1} + \frac{1}{2}\log(7x - 13) = 1 + \log 8$

21) $a^x + a^{r+x} = b$

$a = 3$	1,04	1,025	1,0325
$r = 4$	7	13	14
$b = 19926$	3,565271	3,9949	5,3521

22) $a^x + ma^{x-r} = b$

$a = 5$	1,06	1,045	1,0375
$m = 7$	—0,9	13	3,1
$r = 3$	11	16	22
$b = 412500$	2,257	24,3791	9,2894

23) $3^x - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$

24) $3^x + 10 \cdot 3^{x-2} = 5 \cdot 2^x + 3 \cdot 2^{x+1} + 2^{x+2} + 16{,}5 \cdot 2^{x-4}$

25) $a^{mx} = b^{\frac{n}{x}}$

$a = 17{,}235$	23,456	0,67891	0,34567	0,98765
$m = 3$	4	7	9	3
$b = 41{,}579$	12,475	0,56789	0,23456	0,56789
$n = 5$	3	9	5	5

26) $587 \cdot \left(\frac{8}{25}\right)^{x+3} \cdot \sqrt{\left(\frac{17}{16}\right)^{x+1}} = 5 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{35}{37}\right)^{4x+1}}\sqrt[4]{\left(\frac{47}{15}\right)^{3-x}}$

27) $ma^x + na^{-x} = b$

	(1)	(2)	(3)	(4)
$a =$	3	1,05	1,035	1,0275
$m =$	5	2	3	0,9
$n =$	91	3	11	91
$b =$	$406\frac{10}{81}$	5,3622	12,1918	19,0804
	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	1,04	1,045	1,0325	1,0375
$m =$	7	4	3	8
$n =$	17	31	20	23
$b =$	43,798	38,161	19,243	40,157

28) $a^{mx} \,.\, b^{\frac{n}{x}} = c^r$

$a =$	7,83	6,23	3,91	1,95	$n =$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{1}{3}$	1
$m =$	3	6	1	—2	$c =$	53,9	13,77	2,73	0,219
$b =$	9,39	8,37	5,23	81,9	$r =$	$\frac{7}{3}$	$\frac{9}{4}$	1	1

29) $1{,}25 \,.\, 1{,}05^{40} + 1{,}05^{x} = 5 \,.\, 1{,}05^{40-x} - 4$

30) $\sqrt{2 \,.\, 16^x + 1} + 1 : \sqrt{2 \,.\, 16^x + 1} = \frac{10}{3}$

31) $1 + 2^{1-x} - 33 \,.\, 2^{-2-\frac{x}{2}} = 0$

32) $\log\left(5^{\sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{x}} - 624{,}996\right) = -2{,}39794$

33) $2(\log 2 + 0{,}47712) + \log(2 + 7^x) - \log 12 = \log 189 - x \log 7$

34) $\dfrac{x^{\log x}}{x^2 \sqrt{x}} = 0{,}1$

---

35) Wie groß ist a) $^7\log 2$ b) $^7\log 10$ c) $^2\log 10$ d) $^2\log 7$, wenn $^{10}\log 2 = 0{,}30103$ und $^{10}\log 7 = 0{,}84510$ ist?

36) Wenn $^{10}\log 3 = 0{,}47712$ und $^{10}\log 5 = 0{,}69897$ ist, wie groß ist

a) $^5\log 3$	b) $^3\log 5$	c) $^3\log 10$
d) $^5\log 10$	e) $^3\log 2$	f) $^5\log 2$
g) $^2\log 3$	h) $^5\log 6$	i) $^6\log 5$?

37) Wie groß ist $^b\log a$, wenn $^{10}\log a = m$ und $^{10}\log b = n$ ist?

38) $^b\log a \,.\, ^a\log b$

39) Für welche Basis ist der Logarithmus der Zahl n gleich c?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$n =$	8192	10	448	46656	0,5	4320
$c =$	13	2	2,65128	6	0,5	5,20113

Zwölfter Abschnitt.

Gleichungen vom zweiten Grade.

I. Gleichungen von der Form A . B = 0.

1) Durch welche Werte von x werden nachstehende Gleichungen befriedigt?

1) $x - 7 = 0$
2) $x + a = 0$
3) $3x - b = 0$
4) $(x - 3)(x - 5) = 0$
5) $(2x - 11)(x + b) = 0$
6) $(x + 3{,}5)(x + 2{,}5) = 0$
7) $(x - 17)^2 = 0$
8) $x^2 - 20x + 100 = 0$
9) $x^2 - 16 = 0$
10) $9x^2 - 25 = 0$
11) $(x + b)(5x - c) = 0$
12) $x(x - 10) = 0$
13) $2x^2 - 13x = 0$
14) $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$
15) $(x - \sqrt{7})(\sqrt{8} - x) = 0$
16) $(3x - 5)(4x - \sqrt{6}) = 0$
17) $7x\sqrt{5} - x^2 = 0$
18) $(x - 2 - \sqrt{11})(7x - 2 + \sqrt{11}) = 0$
19) $(x - 4 + 3i)(x - 4 - 3i) = 0$
20) $(2x + \frac{3}{2} - i)(\frac{3}{2} + i + x) = 0$

2) Die Gleichungen aufzustellen, welche durch nachstehende Wurzelwerte befriedigt werden:

1) 2 und 3
2) 4 und 7
3) 5 und -6
4) -2 und -5
5) 8 und 0
6) 0 und -3
7) $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{3}$
8) $-\frac{3}{4}$ und $-\frac{1}{5}$
9) a und b
10) $-a$ und $-b$
11) 3 und $\frac{1}{3}$
12) -5 und $-0{,}2$
13) $a : b$ und $-b : a$
14) $\sqrt{3}$ und $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
15) $3 + 2\sqrt{2}$ und $3 - 2\sqrt{2}$
16) $6 + \sqrt{35}$ und $6 - \sqrt{35}$
17) $3 + \sqrt{5}$ und $5 + \sqrt{3}$
18) $a + bi$ und $a - bi$
19) $5 - 12i$ und $5 + 12i$
20) $-3 + 4i$ und $4 - 5i$
21) $\frac{1 + i\sqrt{15}}{4}$ und $\frac{1 - i\sqrt{15}}{4}$
22) $\frac{-a + 2bi}{ab}$ und $\frac{-a - 2bi}{ab}$

II. Reine Gleichungen vom zweiten Grade.

1) $ax^2 = b$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	7	3	11	9	24	223
$b =$	2023	1587	3971	7056	375000	102812143

	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
$a =$	73	$\frac{5}{9}$	6	21	$\frac{77}{18}$
$b =$	5833117633	720	$2053\frac{1}{2}$	$2283\frac{6}{7}$	$1183\frac{21}{22}$

	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)
$a =$	1	4	—10	$-\frac{11}{12}$	0,024	$-\frac{6}{7}$
$b =$	—1	—3844	16200	$\frac{12}{11}$	—0,00054	$-120\frac{48}{169}$

2) $ax^2 + bx^2 = c$

$a =$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{6}$
$b =$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{9}$	$-\frac{5}{7}$
$c =$	66	$\frac{7}{10}$	98568	840

3) $ax^2 + b = cx^2 + d$

$a =$	9	1	7	$\frac{4}{9}$	$\frac{6}{7}$
$b =$	—100	—12	773124	$32\frac{3}{4}$	$-\frac{173}{32}$
$c =$	4	—3	22	$\frac{8}{5}$	$\frac{11}{18}$
$d =$	25	244	—743736	$-113\frac{1}{2}$	$\frac{1261}{128}$

4) $$\frac{x-14}{x^2+4} = \frac{4}{x-2} - \frac{16x^2+32x}{x^4-16}$$

5) $$\frac{4}{9x^4-4} + \frac{2}{9x^2-6} = \frac{x^2}{6x^2+4} - \frac{1}{6} + \frac{10}{9x^4-4}$$

6) $$\frac{3x^3-12x^2+8}{4x^2-3} + \frac{x}{\sqrt{16x^2+4}+4} - \frac{4}{\sqrt{16x^2+4}-4} = \frac{3x-12}{4} + \frac{5x-20}{8x^2-6}$$

7) $$\frac{a^2cx^2-ab}{b^2} = \frac{bx^2}{a} - \frac{a+x^2}{ab}$$

8) $\frac{5x^2 - 2a}{2c} - \frac{x^2}{4} = \frac{a^2 - x^2}{b}$

9) $\frac{x^2}{x^2 - a} = \frac{x^2 - b^2}{x^2 + a} - \frac{a^2}{x^4 - a^2}$

10) $\frac{c^3 - 3bcx}{5c^2 - bx} - \frac{b^2x}{3c^2} - 3c = \frac{5b}{3}$

11) $\frac{a^3 - 2abx}{a^2 + bx} + \frac{3a^2x}{5b^2} = \frac{3a^4}{5b^3} - 2a$

12) $\frac{2b^3 - 5a^2x}{a^2 - 2bx} - \frac{2a^2x}{3b^2} - \frac{5a^2}{2b} = \frac{a^4}{3b^3}$

13) $\frac{2b^2 - 5x^2}{4b^2 + 3x^2} - \frac{b^2 + 2x^2}{3b^2 - x^2} = \frac{1}{6}$

14) $\frac{3x^2 - 5a^2}{2x^2 + 3a^2} + \frac{2x^2 - 3a^2}{5x^2 - 4a^2} = \frac{19}{10}$

15) $\frac{3a^4 - 5x^4}{9a^4 + 2x^4} - \frac{5a^4 + x^4}{6a^4 - x^4} = -\frac{1}{2}$

16) $\frac{x + a}{x + b} + \frac{x + c}{x + d} = 1 + \frac{a + c}{b + d}$

$a =$	7	13	8	—2	$c =$	—3	—19	—7	5
$b =$	—1	—3	3	3	$d =$	2	2	—1	—1

17) $\frac{mx + a}{nx + b} - \frac{qx + c}{rx + d} = \frac{ar - bq - cn + dm}{br + dn}$

$m =$	5	5	5	7	$q =$	2	2	2	4
$a =$	12	1	4	3	$c =$	3	—21	—11	23
$n =$	1	2	2	2	$r =$	1	3	3	3
$b =$	2	3	3	—3	$d =$	3	1	1	—2

18) $\sqrt{ax^2 + 2mnx + b} - m = nx$

$a =$	4	11	56	13	$n =$	4	2	—7	—3
$m =$	1	7	43	5	$b =$	13	—14	1786	—171

19) $3x\sqrt{7a^2 + 4x^2} - \frac{9}{2}a^2 = 6x^2$

20) $ax\sqrt{b + c^2x^2} - d = acx^2$

21) $\sqrt{\dfrac{x+a+b}{x+b}} + \dfrac{2b}{x} = 1$

22) $x\sqrt{\dfrac{4x-48}{x+16}} = 2x - 64$

23) $x\sqrt{\dfrac{a+c^2x}{b+x}} = cx - 2bc$

24) $\dfrac{2a^2}{x} + \dfrac{\sqrt{4a^4 - x^2}}{x} = \dfrac{x}{4b^2}$

25) $x + \sqrt{a + x^2} = \dfrac{b}{\sqrt{a + x^2}}$

$a = 7 \quad 11 \quad 32 \quad 85 \qquad b = 28 \quad 66 \quad 144 \quad 187$

26) $\dfrac{\sqrt{a+bx^2} - cx}{\sqrt{a+bx^2} - dx} = e$

$a =$	1	16	25	37	$d =$	2	5	6	7
$b =$	4	—15	5	7	$e =$	9	6	13	13
$c =$	—2	—5	15	51					

27) $\dfrac{c}{\sqrt{ax^2+b^2} - b} - \dfrac{d}{\sqrt{ax^2+b^2} + b} = \dfrac{e}{ax^2}$

$c =$	4	5	1	10	$d =$	7	7	—1	27
$a =$	1	1	—1	9	$e =$	9	36	$\sqrt{3}$	7
$b =$	3	5	1	8					

28) $\dfrac{c}{ax + \sqrt{2b^2 - a^2x^2}} + \dfrac{c}{ax - \sqrt{2b^2 - a^2x^2}} = dx$

29) $\dfrac{a + x + \sqrt{2ax + x^2}}{a + x} = b; \quad a = 31\frac{1}{2} \quad b = 1\frac{20}{29}$

30) $\dfrac{\sqrt{x} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x} - \sqrt{x-a}} = \dfrac{ab^2}{x-a}$

31) $\sqrt{\dfrac{a+x}{x}} + \sqrt{\dfrac{a-x}{x}} = \sqrt{\dfrac{x}{b}}$

32) $\sqrt{x-a} + \sqrt{x-b} = \sqrt{x+a+b}$

33) $a\sqrt{x+c} + b\sqrt{x-c} = \sqrt{(a^2+b^2)(x+d)}$

34) $4\sqrt{x+8} + 3\sqrt{x-8} = \sqrt{25x+416}$

35) $12\sqrt{x-12} - 5\sqrt{x+12} = \sqrt{169x-5628}$

36) $y : (x+y) = a; \quad xy = b$

$a = \frac{1}{3} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{3}{5} \qquad b = 8 \quad 12 \quad 48 \quad 54$

37) $ax = by$

$cx^2 + dy^2 = e$

$a = 5 \quad 21 \quad 5 \quad 3 \qquad d = 4 \quad 5 \quad 1 \quad 3$

$b = 8 \quad 13 \quad 2 \quad 2 \qquad e = 164 \quad 2712 \quad 477 \quad 343$

$c = 1 \quad 3 \quad 7 \quad -5$

38) $x^2 + xy = a$

$xy + y^2 = b$

$a = 24 \quad 55 \quad 84 \quad 126 \qquad b = 40 \quad 66 \quad 60 \quad 198$

39) $x^2 - xy = a$

$xy - y^2 = b$

$a = 48 \quad 78 \quad 136 \quad 133 \qquad b = 12 \quad 42 \quad 72 \quad 84$

40) $x^2 + y^2 = a$

$xy = b$

$a = 97 \quad 289 \quad 277 \quad 697 \qquad b = 36 \quad 120 \quad 126 \quad 336$

41) $a^2x^2 + b^2y^2 = c$

$xy = d$

$a = 7 \quad 8 \quad 9 \qquad c = 8065 \quad 22345 \quad 29041$

$b = 8 \quad 11 \quad 13 \qquad d = 72 \quad 126 \quad 120$

42) $2x^2 + 2y^2 = (a^2 + b^2)x^2y^2$

$x^2 - y^2 = abx^2y^2$

43) $x^2 + y^2 = ax + by$

$xy = bx + ay$

44) $ax^2 + by^2 - (a+b)xy = c$

$dx^2 + ey^2 - (d+e)xy = f$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	2	3	5	3	4	3	7	2
$b =$	3	4	3	2	3	5	2	7
$c =$	33	6	9	—1	7	15	—12	—22
$d =$	3	5	4	5	2	4	5	3
$e =$	—5	—2	3	—3	—5	3	—3	—5
$f =$	—93	—16	6	—27	23	42	—75	60

III. Unreine Gleichungen vom zweiten Grad mit einer Unbekannten.

1) $x^2 - ax = b$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	8	8	22	12	16	30
$b =$	65	33	75	133	161	259
	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
$a =$	16	24	—36	—40	—34	—38
$b =$	377	385	405	2409	1007	1403
	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)
$a =$	76	26	34	56	40	56
$b =$	2037	—153	—253	—759	—391	—663
	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)
$a =$	92	106	116	—122	488	458
$b =$	—1755	—1909	—2523	—2937	8873	14123
	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)
$a =$	1	17	23	61	29	47
$b =$	210	200	374	5076	—154	—462
	(31)	(32)	(33)	(34)	(35)	(36)
$a =$	53	55	65	109	—61	—65
$b =$	—612	—684	—594	—1978	—798	—946
	(37)	(38)	(39)	(40)	(41)	(42)
$a =$	103	131	145	111	155	681
$b =$	—1530	—3948	—4554	—2528	—5994	—89534
	(43)	(44)	(45)	(46)	(47)	(48)
$a =$	486	666	432	662	936	1392
$b =$	—16613	—35813	—40727	—81337	—88703	97753
	(49)	(50)	(51)	(52)	(53)	(54)
$a =$	3493	1927	2035	2785	2066	2029
$b =$	—90142	90758	95726	95846	99311	99696
	(55)	(56)	(57)	(58)	(59)	(60)
$a =$	46	—50	26	—2	30	—60
$b =$	—530	—629	—290	—9802	—1125	—1125

2) $ax^2 - bx = c$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	5	3	7	9	11	5	6
$b =$	24	26	38	64	56	23	41
$c =$	533	224	1005	1513	387	444	602
	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	7	8	3	11	5	5	6
$b =$	37	53	7	16	8	11	37
$c =$	702	1005	136	195	189	114	35

	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
$a =$	7	8	12	14	15	11	17
$b =$	19	113	49	67	101	123	205
$c =$	936	—117	376	957	—164	434	750

	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)
$a =$	13	17	13	15	19	23	29
$b =$	309	35	102	128	184	474	383
$c =$	—1178	5472	1395	1148	1148	1872	—78

	(29)	(30)	(31)	(32)	(33)	(34)	(35)
$a =$	37	19	26	64	82	78	79
$b =$	893	1714	2079	3085	3277	2905	2282
$c =$	—120	—11371	—13213	16271	27119	35767	23717

	(36)	(37)	(38)	(39)	(40)	(41)	(42)
$a =$	43	23	87	67	83	97	98
$b =$	327	1834	5656	4934	4239	3473	5939
$c =$	—182	—11315	—30857	28361	88574	75174	72349

	(43)	(44)	(45)	(46)	(47)	(48)
$a =$	61	61	67	67	69	67
$b =$	3147	6546	4934	7416	3743	3863
$c =$	48448	76936	28361	92476	64532	31980

	(49)	(50)	(51)	(52)	(53)	(54)
$a =$	71	71	73	79	84	85
$b =$	3943	8124	4165	5143	5717	6173
$c =$	65964	74907	60168	45552	65130	65354

	(55)	(56)	(57)	(58)	(59)	(60)
$a =$	86	87	87	89	89	89
$b =$	7187	5914	5656	1245	6413	6917
$c =$	66700	60445	96143	594164	80842	63382

	(61)	(62)	(63)	(64)	(65)	(66)
$a =$	9	225	100	16	36	1
$b =$	18	—300	20	320	—60	6.
$c =$	—10	—91	—101	—1609	—1321	—11

	(67)	(68)	(69)	(70)	(71)	(72)
$a =$	4	3	5	11	21	—25
$b =$	240	600	7	13	—23	—23
$c =$	—3605	—30001	—202,45	—15	—25	21

3) $3457x^2 + 21789x = 12481725046$
4) $3467x^2 + 31789x = 12536681136$
5) $3487x^2 + 25789x = 12597271316$
6) $4153x^2 + 19397x = 23748843546$
7) $4153x^2 + 23789x = 23719619000$
8) $4163x^2 + 29397x = 23829806756$
9) $4253x^2 + 23791x = 24289400674$
10) $4353x^2 + 24791x = 24861564574$
11) $4753x^2 + 23585x = 27228727128$
12) $4763x^2 + 28397x = 27251810356$
13) $5369x^2 + 27389x = 47345048004$
14) $5923x^2 + 36487x = 46041736970$
15) $6287x^2 + 46893x = 30338584812$
16) $6529x^2 + 54879x = 36462567610$
17) $8467x^2 + 67859x = 48081616908$
18) $8753x^2 + 73289x = 42025610700$
19) $9283x^2 + 84657x = 74955037936$
20) $9467x^2 + 43685x = 57072076908$
21) $9587x^2 + 56839x = 55127401080$
22) $9679x^2 + 63729x = 75466044940$
23) $9769x^2 + 95637x = 87212670412$
24) $9827x^2 + 94867x = 118450318492$
25) $4163x^2 + 119397x = 24048816756$
26) $4253x^2 - 806810x = 24298987287$
27) $4653x^2 - 791203x = 26856593746$
28) $4673x^2 - 928015x = 26684658148$
29) $13467x^2 + 32789x = 48524668136$
30) $13487x^2 + 35789x = 48602331316$
31) $13587x^2 + 36789x = 48964089216$
32) $14263x^2 + 29497x = 81473987756$
33) $14753x^2 + 23685x = 84397776228$
34) $14763x^2 + 28497x = 84325259256$
35) $23457x^2 + 57893x = 181837668892$
36) $14263x^2 + 119497x = 81688997756$
37) $14273x^2 - 806709x = 86274631854$
38) $24653x^2 - 127345x = 140163126642$

39) $5x^2 - 8x = 300 + 3x + 2x^2$
40) $8x^2 - 13x = 125 - 3x + x^2$
41) $7x^2 + 2x - 19 = 76 - 2x + 4x^2$
42) $\frac{3}{2}x^2 - 8 = 6x + 16 + \frac{3}{4}x - 9 + \frac{5}{6}x^2$
43) $\frac{5}{6}x^2 + \frac{1}{2}x - 2 = 7 - \frac{11}{4}x - \frac{2}{3}x^2 + 14\frac{1}{4}$
44) $16 - \frac{2}{3}x^2 = \frac{1}{5}(4x + 38)$
45) $17 - \frac{4}{9}x^2 = \frac{1}{5}(3x - 271)$
46) $\frac{1}{3}(x + 1) + \frac{1}{12}x^2 = \frac{11}{24}x^2 - 21$
47) $\frac{1}{3}(x + 4) - \frac{1}{2} = \frac{1}{7}(x^2 - 7) + \frac{5}{4}$
48) $\frac{1}{3}(4x - 7) + \frac{1}{4}(11 - x) = x^2 - 41$
49) $259 - \frac{1}{2}x - \frac{5}{12}x^2 = \frac{1}{24}x^2 - \frac{7}{6}x + 11$

50) $5x + \frac{20 - 2x}{x} = 22 + x$

51) $\frac{45 + x}{2x} - \frac{252 + 17x}{5x^2} = 2$

52) $5x + \frac{20 - x}{x + 1} = 32$

53) $\frac{4x + 7}{19} + \frac{5 - x}{3 + x} = \frac{4x}{9}$

54) $\frac{8 - x}{2} - \frac{2x - 11}{x - 3} = \frac{x - 2}{6}$

55) $\frac{5x + 1}{8} + \frac{17 - x}{1 + x} = \frac{x + 4}{2}$

56) $\frac{3x + 1}{4} - 2 = 7 - \frac{6x + 5}{x + 2}$

57) $\frac{3x + 8}{7} + 5 = 6x - \frac{7x + 1}{2x - 1}$

58) $5x - \frac{3x - 3}{x - 3} = 2x + \frac{3x - 6}{2}$

59) $\frac{4x - 3}{x - 4} + 3 = 11 - \frac{2x - 1}{11}$

60) $\frac{3x + 4}{5} - \frac{30 - 2x}{x - 6} = \frac{7x - 14}{10}$

61) $\frac{4x + 5}{11} - \frac{4 + 3x}{x - 3} = \frac{7x + 22}{30}$

62) $\frac{5x + 3}{7} - x + 3 = 5 - \frac{4x + 1}{12 - x}$

63) $\frac{x + 7}{5} - \frac{2x + 4}{x - 3} = 4 - \frac{x - 4}{3}$

64) $\frac{2x + 9}{9} + \frac{4x - 3}{4x + 3} = 3 + \frac{3x - 16}{18}$

65) $\frac{5x + 3}{9} - \frac{7 - x}{4} = 3x - \frac{7x - 5}{2x - 4}$

66) $\frac{7x}{5} - \frac{x + 3}{x - 9} = \frac{23x + 141}{18} - \frac{7x + 3}{12}$

67) $\frac{15 - x}{4} - \frac{12 - 3x}{4x - 5} = 7x - \frac{23x + 60}{7}$

68) $\frac{27 - 3x}{4} - \frac{17 + 5x}{5x + 3} = 25x - \frac{47x + 1988}{18}$

69) $\frac{3x + 1}{8} - \frac{2x + 4}{x - 3} = \frac{7x + 5}{6} - \frac{11x - 17}{9}$

70) $\frac{2x + 1}{x - 4} + \frac{3x - 5}{8} = \frac{5x + 1}{4} - \frac{x + 1}{2} + 2$

71) $\frac{5x^2 + 3x + 2}{x^2 - 5} + 20 = 37 - \frac{6 - 2x^2}{5 - x^2}$

72) $\frac{3x^2 + 5x - 5}{x^2 - 7} = \frac{301 + 7x - 11x^2}{7 - x^2} + 24$

73) $\frac{x}{x + 5} = \frac{2x - 18}{x + 1}$

74) $\frac{3x + 4}{4x - 3} = \frac{7x + 11}{9x - 3}$

75) $\frac{x + 1}{x - 4} = \frac{4x - 10}{x + 4}$

76) $\frac{3x + 2}{x - 4} = \frac{4x - 4}{x - 3}$

77) $\frac{3x + 1}{x - 5} = \frac{7x - 6}{x + 4}$

78) $\frac{3x - 5}{x - 5} = \frac{x + 1}{19 - x}$

79) $\frac{5x - 1}{3x + 5} = \frac{7x - 2}{5x - 7}$

80) $\frac{7x + 2}{3x - 2} = \frac{8x + 4}{16 - x}$

81) $\frac{7x + 9}{2x - 29} = \frac{3x + 11}{5x - 107}$

82) $\frac{11x - 4}{3x + 4} = \frac{x + 46}{7x - 8}$

83) $\frac{17 - 2x}{x - 1} = \frac{31 - 4x}{x + 1}$

84) $\frac{31}{6x} = \frac{16}{117 - 2x} + 1$

85) $\frac{48}{x+3} = \frac{165}{x+10} - 5$

86) $\frac{x+1}{x-3} + 3 = \frac{3x+4}{x-2}$

87) $\frac{7x-10}{2x-1} + 2 = \frac{4x-3}{x-2}$

88) $\frac{3x+7}{4x-9} + 6 = \frac{11x+1}{x+2}$

89) $\frac{5x-3}{3x-4} + 6 = \frac{9x+11}{2x-3}$

90) $\frac{11x+5}{2x-5} - \frac{3x+4}{x-2} = 4\frac{1}{9}$

91) $\frac{2x+3}{10-x} = \frac{2x}{25-3x} - 6\frac{1}{2}$

92) $\frac{3x+4}{2x-9} - \frac{3}{8} = \frac{7x+99}{6x-10}$

93) $\frac{3x-7}{8x-10} + \frac{2}{3} = \frac{9x-27}{4x+28}$

94) $\frac{3x+4}{2x-9} - \frac{3}{8} = \frac{7x+99}{5x-3}$

95) $\frac{25x+180}{10x-81} = \frac{35x+73}{5x-8} - \frac{3}{5}$

96) $\frac{7x-9}{x+13} = \frac{13x+29}{6x-362} - \frac{5}{4}$

97) $\frac{35x+99}{10x-81} = \frac{50x-16}{5x-8} - \frac{8}{5}$

98) $\frac{8x-28}{5x-19} - \frac{2460}{913} = \frac{7x}{96-14x}$

99) $\frac{3x+7}{27-x} - \frac{3}{2} = \frac{7x-13}{2x+6} - \frac{9}{7}$

100) $3x - \frac{3x-10}{9-2x} = 2 + \frac{6x^2-40}{2x-1}$

101) $\frac{90}{x} - \frac{48}{x+1} = \frac{39}{x-2}$

102) $\frac{85}{x} - \frac{88}{x+5} = \frac{31}{2x-3}$

103) $\frac{x}{5+x} + \frac{7}{6-4x} = \frac{11x}{11x-8}$

104) $\frac{5}{x^2+3x} + \frac{3}{x^2-4x} = \frac{17}{24x}$

105) $\frac{18}{x^2+5x} + \frac{17}{x^2-2x} = \frac{28}{11x}$

106) $\frac{3x+5}{6x-9} - \frac{2x^2+5x-1}{4x^2-9} = \frac{10}{27}$

107) $\frac{8-3x}{6-2x} - \frac{9-2x}{1-3x} = \frac{16-5x}{9-3x}$

108) $\frac{7x-8}{8x-12} = \frac{17x-8}{12x-18} - \frac{8x-2}{9x-6}$

109) $\frac{5x+8}{15x-10} - \frac{7x-3}{12x-9} = \frac{5-2x}{45x-30}$

110) $\frac{23-x}{18-6x} = \frac{20x+9}{19-7x} - \frac{65}{12-4x}$

111) $\frac{36-5x}{18-6x} = \frac{47+6x}{19-7x} - \frac{77-4x}{12-4x}$

112) $\frac{3}{2x+2} - \frac{x+1}{2x^2+2} = \frac{3x^2-8x-98}{(x+1)(x^2+1)}$

113) $\frac{5-3x}{32x^2-98} + \frac{3-7x}{4x+7} - \frac{2-5x}{12x-21} = \frac{19}{10}$

114) $\frac{7x+15}{68-12x} + \frac{3190}{1079} = \frac{5x-13}{11x-43} - \frac{4x-2}{51-9x}$

115) $\frac{3x-7}{10x-15} - \frac{4}{15} + \frac{4x-3}{15x+20} = \frac{3x^2-11x+85}{(6x-9)(3x+4)}$

116) $\frac{1}{x-1} - \frac{x-1}{x^2+x+1} = \frac{19x^2-27x-1969}{x^3-1}$

117) $\frac{2}{(x-1)^3} - \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{3}{x-1} = \frac{10x^2-45x-683}{(x-1)^3}$

118) $\frac{29x-71}{30x-70}-\frac{4x-12}{35x-15}=\frac{11{,}4x^2-13x+253{,}6}{(3x-7)(21x-9)}+\frac{1}{2}$

119) $\frac{31x-86}{12x-16}-\frac{11x-30}{12x-9}=\frac{3x^2-11x-102\frac{1}{2}}{(9x-12)(20x-15)}+\frac{1}{4}$

120) $\frac{24x-55}{18x-24}-\frac{7x-19}{12x-9}=\frac{8x^2-46x-51\frac{1}{2}}{(9x-12)(20x-15)}+\frac{2}{3}$

121) $\frac{13x-9}{5x-4}-\frac{19x-41}{6x-10}=\frac{95x^2-229x+288}{(10x-8)(9x-15)}-1\frac{1}{2}$

122) $\frac{9x-10}{3x-7}-\frac{17x-21}{14x-6}=\frac{246x^2-19x-103}{(6x-14)(21x-9)}-\frac{1}{2}$

123) $\frac{5x-2}{3x-5}-\frac{7x-11}{10x-6}=\frac{227x^2-264x-249\frac{2}{9}}{(6x-10)(5x-3)}-1\frac{5}{9}$

124) $\frac{5x-17}{2x-3}-\frac{7x-16}{3x-2}=\frac{31x^2-47x-228}{(6x-9)(6x-4)}-\frac{2}{3}$

125) $\frac{9x-14}{3x-5}-\frac{33x-53}{30x-18}=\frac{197x^2-127x+526\frac{2}{3}}{(6x-10)(15x-9)}-\frac{8}{9}$

126) $\frac{8x-5}{3x-7}-\frac{49x-69}{49x-21}=\frac{239x^2-4x-3}{(6x-14)(21x-9)}-\frac{2}{7}$

127) $\frac{7x-3}{5x-4}-\frac{31x-69}{12x-20}=\frac{11x^2-7x+144}{(10x-8)(9x-15)}-1\frac{1}{4}$

128) $\frac{13x-15}{5x-4}-\frac{29x-65}{12x-20}=\frac{11x^2-7x+144}{(10x-8)(9x-15)}-1\frac{1}{4}$

129) $\frac{5x-15\frac{1}{2}}{6x-8}-\frac{35x-54}{36x-27}=\frac{3x^2-11x-102\frac{1}{2}}{(9x-12)(20x-15)}-\frac{5}{9}$

130) $\frac{7x-23}{6x-9}-\frac{5x-3}{6x+4}=\frac{150x^2-37x-327}{(14x-21)(18x+12)}-\frac{13}{14}$

131) $\frac{26-7x}{6x+14}-\frac{2x-7}{8x-10}=\frac{30x^2+197x+1237}{(9x+21)(16x-20)}-1\frac{1}{3}$

132) $\frac{16x+15}{6x+14}-\frac{59-40x}{16x-20}=\frac{7x^2-369x+1289}{(9x+21)(8x-10)}+1\frac{1}{12}$

133) $\frac{22x+29}{6x+14}-\frac{37-26x}{8x-10}=\frac{2374-197x-30x^2}{(3x+7)(48x-60)}+1\frac{1}{3}$

134) $\frac{17x-11}{10x-8}-\frac{7x-16}{6x-10}=\frac{23x^2-17x-262}{(10x-8)(18x-30)}+\frac{1}{2}$

135) $\frac{19x-33}{10x-8}-\frac{8x-27}{6x-10}=\frac{23x^2-17x-262}{(15x-12)(12x-20)}+\frac{1}{2}$

136) $\frac{10\frac{2}{3}x - 15}{4x - 2} - \frac{13x + 11}{6x + 3} = \frac{17x^2 - 46\frac{2}{3}x - 19\frac{1}{3}}{16x^2 - 4} - \frac{2}{3}$

137) $\frac{23x - 19}{6x - 4} - \frac{58x + 25}{15x + 10} = \frac{7x^2 + 29x - 68{,}4}{27x^2 - 12} - \frac{2}{5}$

138) $\frac{15x + 23}{6x + 9} - \frac{22x - 13}{24x - 36} = \frac{77x^2 + 31x - 929}{24x^2 - 54} - \frac{3}{4}$

139) $\frac{5x - 19}{6x - 10} - \frac{15x + 37}{9x + 15} = \frac{43x^2 - 17x - 362\frac{2}{3}}{36x^2 - 100} - 2\frac{1}{3}$

140) $\frac{9x - 21}{6x - 10} - \frac{17x + 26}{9x + 15} = \frac{13x^2 - 67x + 182}{63x^2 - 175} - \frac{2}{3}$

141) $\frac{2x - 1}{6x - 14} - \frac{7x - 4}{9x + 21} = \frac{17x^2 + 147\frac{5}{6}x - 349\frac{1}{6}}{45x^2 - 245} - \frac{5}{6}$

142) $\frac{5x - 13}{6x - 14} - \frac{11x - 20}{9x + 21} = \frac{151x^2 - 41x + 156}{108x^2 - 588} - 1\frac{5}{6}$

143) $\frac{5x - 11}{6x - 21} - \frac{18x + 37}{8x + 28} = \frac{3x^2 - 22x + 191\frac{1}{3}}{28x^2 - 343} - \frac{3}{4}$

144) $\frac{24x + 37}{8x + 12} - \frac{18x - 31}{6x - 9} = \frac{13x^2 + 11x + 114\frac{1}{3}}{20x^2 - 45} - \frac{3}{4}$

145) $\frac{20x + 19}{8x + 12} - \frac{12x - 5}{6x - 9} = \frac{55x^2 - 97x - 204}{32x^2 - 72} - 1\frac{1}{4}$

146) $\frac{14x - 20}{9x - 6} - \frac{20x + 21}{15x + 10} = \frac{119x^2 - 29x - 237\frac{1}{5}}{54x^2 - 24} - 1\frac{4}{5}$

147) $\frac{9x - 24}{10x - 15} - \frac{19x + 21}{6x + 9} = \frac{157{,}6 - 32x - 19\frac{1}{3}x^2}{8x^2 - 18} + \frac{2}{5}$

148) $\frac{6x - 13}{10x - 35} - \frac{7x + 11}{4x + 14} = \frac{11x^2 - 64{,}8x - 56}{12x^2 - 147} - \frac{2}{3}$

149) $\frac{14x - 41}{10x - 35} - \frac{11x + 25}{4x + 14} = \frac{589{,}8 + 41x - 29x^2}{28x^2 - 343} - \frac{1}{5}$

150) $\frac{11x + 7}{4x + 6} - \frac{29x - 45}{18x - 27} = \frac{33x^2 - 67x - 38}{16x^2 - 36} - \frac{4}{9}$

151) $\frac{9x - 1}{4x + 6} - \frac{13x - 20}{6x - 9} = \frac{7x^2 - 183x + 242\frac{1}{3}}{16x^2 - 36} + \frac{11}{12}$

152) $\frac{4x+8}{3x-12} - \frac{5x^2-9x-80}{3x^2+12x+48} = \frac{37x^2+94x-109-1\frac{2}{3}x^3}{2x^3-128} + \frac{1}{2}$

153) $\frac{7x-11}{4x-6} - \frac{18x^2+40x+37}{8x^2+12x+18} = \frac{24x^3-41x^2+64x-111}{24x^3-81} - 1\frac{1}{2}$

154) $\frac{15x-8}{6x-3} - \frac{25x^2+17x-8}{12x^2+6x+3} = \frac{28x^3-6x^2+15x-6}{16x^3-2} - 1\frac{1}{3}$

155) $\frac{4-3x}{4x+10} - \frac{2x^2-3x+4}{12x^2-30x+75} = \frac{7\frac{1}{15}x^3+22x^2-55x+255\frac{1}{3}}{8x^3+125} - 1\frac{4}{5}$

156) $\frac{1-3x}{6x+9} - \frac{2x^2+4x-7}{16x^2-24x+36} = \frac{21x^3+19x^2-52x+198\frac{1}{6}}{40x^3+135} - 1\frac{3}{20}$

157) $\frac{7x-8}{6x-9} - \frac{10x^2+14x-5}{8x^2+12x+18} = \frac{28x^3-11x^2+61x-81\frac{1}{3}}{16x^3-54} - 1\frac{5}{6}$

158) $\frac{10x-11}{6x-9} - \frac{16x^2+26x-19}{16x^2+24x+36} = \frac{30\frac{2}{3}x^3+8x^2+51x-30\frac{1}{3}}{16x^3-54} - 1\frac{1}{4}$

159) $\frac{2-3x}{6x+12} - \frac{11x^2-18x+36}{8x^2-16x+32} = \frac{26x^2-2{,}4x^3-86x+252{,}8}{32x^3+256} - 1\frac{4}{5}$

160) $\frac{5x-14}{6x-15} - \frac{10x^2+26x+9}{8x^2+20x+50} = \frac{6\frac{2}{3}x^3-8x^2+96x-316\frac{2}{3}}{16x^3-250} - \frac{5}{6}$

161) $\frac{3x^3+13x^2+\frac{2}{3}x-16}{54x^3+36x^2+24x+16}=\frac{2x-3}{9x+6}-\frac{4x^2-5x+6}{27x^2+12}$

162) $\frac{7x^3-59x^2+160{,}5x-97{,}5}{81x^3+135x^2+225x+375}=\frac{3x-2}{6x+10}-\frac{7x^2-5x+3}{18x^2+50}$

163) $\frac{7x+16}{9x+6}-\frac{13x^2-5x-71}{27x^2+12}=\frac{15x^3+88x^2+195\frac{2}{3}x+137\frac{1}{3}}{54x^3+36x^2+24x+16}$

164) $\frac{4x-3}{9x+12}-\frac{5x^2-3x+2}{27x^2+48}=\frac{15x^3-27x^2+9\frac{1}{3}x-37\frac{1}{3}}{54x^3+72x^2+96x+128}$

165) $\frac{3x^2+5x-11}{25x^2+10x+4}=\frac{3x-2}{10x-4}-\frac{21{,}5x^3-31x^2+124x-26}{125x^3-8}$

166) $\frac{6x^3-35x^2+38\frac{3}{4}x-25\frac{1}{2}}{81x^3+54x^2+36x+24}=\frac{2x-5}{12x+8}-\frac{3x^2-2x+7}{36x^2+16}$

167) $\frac{3x^3-61x^2+32\frac{2}{3}x-89\frac{1}{3}}{270x^3+180x^2+120x+80}=\frac{4x-7}{15x+10}-\frac{7x^2-11x+5}{27x^2+12}$

168) $\frac{7x-8}{9x-15}-\frac{5x^2+3x-17}{9x^2+15x+25}=\frac{41x^3+191x^2+625\frac{1}{3}x-1061\frac{2}{3}}{189x^3-875}$

169) $\frac{11x+12}{6x+10}-\frac{3x^2-5x+2}{18x^2+50}=\frac{13\frac{1}{2}x^3-39x^2+101x-166\frac{1}{2}}{81x^3+135x^2+225x+375}+1\frac{1}{2}$

170) $\frac{2x-3}{9x+6}-\frac{49x^2+5x+26}{27x^2+12}=\frac{31x^3+6x^2+9x-17\frac{1}{3}}{54x^3+36x^2+24x+16}-2\frac{1}{6}$

171) $\frac{3x-2}{6x+10}-\frac{23x^2-10x+31}{36x^2+100}=\frac{9x^3-59x^2+135x-75}{81x^3+135x^2+225x+375}-\frac{1}{4}$

172) $\frac{7x-17}{10x+15}-\frac{11x^2+7x+15}{20x^2+45}=\frac{13{,}2x^3-55x^2+29x-80{,}8}{24x^3+36x^2+54x+81}-\frac{2}{5}$

173) $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-4} = 6$

174) $\sqrt{4x+5} \cdot \sqrt{7x+1} = 30$

175) $\sqrt{11x+4} \cdot \sqrt{5x+1} = 54$

176) $\sqrt{29x+208} \cdot \sqrt{47x-154} = 5865$

177) $(\sqrt{x}+5)\sqrt{x} = 104$

178) $(20-\sqrt{x})\sqrt{x} = 99$

179) $(\sqrt{x}+9)\sqrt{x} = 252$

180) $(109-7\sqrt{x})3\sqrt{x} = 462$

181) $(x^2+\sqrt{x})12x = 562464$

182) $(2x^2+11\sqrt{x})3x = 717213$

183) $(x+\sqrt{x}) \cdot 2\sqrt{x} = (x-\sqrt{x})(3\sqrt{x}+6)$

184) $\dfrac{\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}} = \dfrac{15\sqrt{x}-19}{44-5\sqrt{x}}$

185) $\dfrac{3\sqrt{x}+14}{\sqrt{x}} = \dfrac{9\sqrt{x}-38}{33-4\sqrt{x}}$

186) $\dfrac{3\sqrt{8x}+13}{\sqrt{2x}+1} = \dfrac{2\sqrt{32x}-6}{3\sqrt{2x}-12}$

187) $\dfrac{2\sqrt{63x}+1}{\sqrt{28x}-11} = \dfrac{3\sqrt{252x}+38}{\sqrt{175x}-12}$

188) $\dfrac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}} = \dfrac{x^2-x}{4}$

189) $\dfrac{3x+4\sqrt{x}}{3x-4\sqrt{x}} = \dfrac{9x^2-16x}{225}$

190) $\dfrac{6x-5\sqrt{2x}}{6x+5\sqrt{2x}} = \dfrac{36x^2-50x}{4624}$

191) $\dfrac{123+41\sqrt{x}}{5\sqrt{x}-x} = \dfrac{20\sqrt{x}+4x}{3-\sqrt{x}} - \dfrac{2x^2}{(5\sqrt{x}-x)(3-\sqrt{x})}$

192) $\dfrac{78+13\sqrt{x}}{5\sqrt{x}-x} = \dfrac{(60+12\sqrt{x})\sqrt{x}}{6-\sqrt{x}} - \dfrac{17x^2}{(5\sqrt{x}-x)(6-\sqrt{x})}$

193) $\dfrac{137+29\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-x} + \dfrac{31\sqrt{x}+15x}{5-\sqrt{x}} + \dfrac{5-11\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-x} + \dfrac{3x^2}{(2\sqrt{x}-x)(5-\sqrt{x})} = \dfrac{7-9\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-x} + \dfrac{\sqrt{x}}{5-\sqrt{x}}$

194) $x^4 - 74x^2 = -1225$

195) $3x^6 + 42x^3 + 8 = 3329$

196) $13x^6 + 133x^3 = 1575056$

197) $\sqrt[3]{x^4} + 7\sqrt[3]{x^2} = 44$

198) $5\sqrt[3]{x^4} + 17\sqrt[3]{x^2} = 558$

199) $\frac{37}{16}\sqrt[3]{x^4} - \frac{7}{2}\sqrt[3]{x^2} = 536$

200) $x^2 - \frac{27}{x} = 26\sqrt{x}$

201) $\sqrt{x^5} - \frac{40}{\sqrt{x}} = 3x$

202) $\frac{3\sqrt{x^7}}{8} - \frac{64}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x^3}$

203) $\frac{2\sqrt{x^{13}}}{125} + \frac{2125}{\sqrt{x^3}} = \frac{67\sqrt{x^5}}{5}$

204) $\sqrt{3x + 1} = x - 3$

205) $\sqrt{5x + 1} = 2x - 8$

206) $2\sqrt{3x + 4} = x + 3$

207) $\sqrt{5x + 1} - 3 + 2x = 38 - 3x$

208) $2x + 3 + 2\sqrt{2x + 1} - 1 = 5x - 4$

209) $5 + 3\sqrt{7x^2 - 11x + 23} = 5x + 21$

210) $3 + 2\sqrt{5x^2 - 14x + 66} = 7x - 34$

211) $3\sqrt{5x^4 - 7x^2 - 86} - 7x^2 = 3 - 2x^2$

212) $3\sqrt{x^4 + 5x^2 - 28{,}31} + 8 = 2x^2 + 19{,}8$

213) $6 - 5x + 7x^2 = 4 + \sqrt{49x^4 - 70x^3 + 37x^2 + 28}$

214) $8x^2 - 11x + 17 = \sqrt{(64x^4 - 96x^3 + 11x^2 - 7x - 187)} - 5x + 20$

215) $5x + \sqrt[3]{8x^3 - 7x^2 - 3934} = 7(x - 1)$

216) $5x + x^2 + \sqrt[3]{\{11x + (37 - 2x^2)(2 + 3x^2) - (5 + x)\,.\,(13 + 10x + x^2)x^3\}} = 2$

217) $\sqrt{\frac{12x + 15}{3x - 10}} = 2 + \frac{7}{x}$

218) $x\sqrt{\frac{18x + 22}{2x - 3}} = 3x + 5$

219) $5\sqrt{x + 7} + \frac{3x + 1}{\sqrt{x + 7}} = 3\sqrt{8x}$

220) $\sqrt{2x + 1} + 2\sqrt{x} = \frac{21}{\sqrt{2x + 1}}$

221) $13\sqrt{3x - 20} - 6\sqrt{7x} = \frac{5x + 20}{\sqrt{3x - 20}}$

222) $\frac{5 - 6\sqrt{5x^2 + 11}}{7 - 35\sqrt{5x^2 + 11}} = \frac{3 - 6x}{8 - 35x}$

223) $\frac{5 + 7\sqrt{7x^2 - 87}}{7 + 44\sqrt{7x^2 - 87}} = \frac{3 - 7x}{8 - 44x}$

224) $\frac{61 - 3\sqrt{x^2 - 441}}{39 - 2\sqrt{x^2 - 441}} = \frac{85 - 3x}{60 - 2x}$

225) $\frac{7 + 27\sqrt{8x^2 - 23}}{9 + 52\sqrt{8x^2 - 23}} = \frac{5 - 27x}{8 - 52x}$

226) $\frac{106\sqrt{7x^2 - 27} - 3}{142\sqrt{7x^2 - 27} - 5} = \frac{7 + 106x}{9 + 142x}$

227) $\sqrt[3]{(x^3 + \frac{9}{2}x^2 + \frac{9}{2}x + 1)} = \sqrt{x^2 + 3x + 1}$

228) $\sqrt[3]{(x^3 - 9x^2 - 45x + 125)} = \sqrt{x^2 - 6x + 25}$

229) $\sqrt[3]{(x^3 - 27x^2 + 189x - 343)} = \sqrt{x^2 - 18x + 49}$

230) $\sqrt{3x - 5} + \sqrt{x + 2} = 7$

231) $\sqrt{5x + 9} - \sqrt{4x - 7} = 2$

232) $\sqrt{7x + 4} - \sqrt{3x - 8} = 4$

233) $\sqrt{3x + 4} + \sqrt{5x + 1} = 11$

234) $\sqrt{15x + 4} - \sqrt{8x - 7} = 4$

235) $\sqrt{19x + 1} - \sqrt{10x - 1} = 5$

236) $\sqrt{17x + 35} - \sqrt{9x + 16} = 5$

237) $2\sqrt{4x + 5} - \sqrt{11x - 6} = 3$

238) $2\sqrt{3x + 1} - 3\sqrt{2x - 1} = 1$

239) $2\sqrt{8x + 9} - 3\sqrt{3x + 1} = 2$

240) $3\sqrt{5x - 6} - 2\sqrt{6x + 15} = 3$

241) $3\sqrt{5x + 1} - 2\sqrt{3x + 4} = 8$

242) $2\sqrt{4x + 1} - \sqrt{13x - 14} = 2$

243) $3\sqrt{3x + 1} - \sqrt{19x - 14} = 3$

244) $2\sqrt{6x + 1} - \sqrt{19x - 12} = 2$

245) $7\sqrt{5x + 9} - 5\sqrt{7x + 4} = 11$

246) $7\sqrt{3x + 4} - 2\sqrt{8x + 25} = 17$

247) $5\sqrt{62 + 3x} - \frac{1}{2}\sqrt{95\frac{2}{3} - 5x} = 41$

248) $3\sqrt{5x - 11} - 2\sqrt{7x - 126\frac{3}{4}} = 17$

249) $7\sqrt{15x + 16} - 4\sqrt{14x - 97} = 73$

250) $5\sqrt{19x + 17} - 3\sqrt{11\frac{2}{3}x - 6\frac{2}{9}} = 37$

251) $5\sqrt{13x + 9} - 2\sqrt{15x - 102\frac{3}{4}} = 53$

252) $5\sqrt{19x + 17} - 2\sqrt{72\frac{1}{2}x - 384} = 37$

253) $9\sqrt{23x + 13} - 4\sqrt{69\frac{3}{4}x - 530\frac{3}{4}} = 83$

254) $6\sqrt{23x - 21} - 7\sqrt{105\frac{16}{49} - 6\frac{6}{7}x} = 97$

255) $5\sqrt{13x + 9} - 3\sqrt{513\frac{7}{9} - 22\frac{7}{9}x} = 53$

256) $4\sqrt{27x - 17} - 7\sqrt{20\frac{29}{49} - 1\frac{1}{7}x} = 61$

257) $9\sqrt{23x + 13} - 2\sqrt{92\frac{1}{4}x + 118} = 83$

258) $6\sqrt{23x + 3} - 5\sqrt{25\frac{3}{5}x - 185\frac{14}{25}} = 47$

259) $3\sqrt{15x + 1} - 2\sqrt{16\frac{1}{2}x - 124\frac{1}{4}} = 23$

260) $9\sqrt{31x + 39} - 5\sqrt{52\frac{1}{5}x - 128\frac{6}{25}} = 67$

261) $9\sqrt{31x + 39} - 2\sqrt{477x - 1856\frac{3}{4}} = 67$

262) $7\sqrt{15x + 16} - 6\sqrt{283\frac{13}{36} - 7\frac{35}{36}x} = 73$

263) $6\sqrt{23x - 21} - 5\sqrt{9\frac{21}{25}x - 142\frac{19}{25}} = 97$

264) $1\frac{1}{2}\sqrt{15x + 1} - 2\sqrt{81\frac{1}{16} - 4\frac{1}{2}x} = 11\frac{1}{2}$

265) $2\frac{1}{4}\sqrt{31x + 39} - 2\sqrt{32\frac{61}{64}x - 138\frac{1}{32}} = 16\frac{3}{4}$

266) $5\sqrt{1\tfrac{17}{125}x^2-2\tfrac{7}{25}x-4\tfrac{2}{5}}+3\sqrt{2\tfrac{40}{49}x^2-15\tfrac{2}{3}x+24\tfrac{1}{3}}=7$

267) $5\sqrt{1\tfrac{7}{20}x^2-9x+16\tfrac{3}{5}}-3\sqrt{3\tfrac{3}{4}x^2-11x+8}=7$

268) $5\sqrt{2\tfrac{41}{175}x^2-1\tfrac{4}{25}x+11}-3\sqrt{6\tfrac{13}{63}x^2-11x+8}=7$

269) $3\sqrt{1\tfrac{55}{81}x^2-1\tfrac{1}{3}x+20}-2\sqrt{3\tfrac{7}{9}x^2-7x+11}=8$

270) $5\sqrt{11x^2-13x-2}-2\sqrt{68\tfrac{3}{4}x^2-148\tfrac{3}{4}x+52\tfrac{3}{4}}=9$

271) $5\sqrt{7x^2-3x-16}-2\sqrt{43\tfrac{3}{4}x^2-87\tfrac{1}{2}x-56}=11$

272) $3\sqrt{36x^2-100x+1}-2\sqrt{81x^2-522x+841}=11$

273) $5\sqrt{\tfrac{22}{25}x^2-3\tfrac{4}{5}x+8\tfrac{8}{25}}-3\sqrt{2\tfrac{4}{9}x^2-13x+17}=11$

274) $5\sqrt{8\tfrac{8}{25}-3\tfrac{4}{5}x-1\tfrac{7}{25}x^2}+3\sqrt{17-13x-3\tfrac{5}{9}x^2}=11$

275) $3\sqrt{61-32\tfrac{7}{9}x-150x^2}-5\sqrt{23-17x-54x^2}=13$

276) $7\sqrt{3x^2-17x+19}-3\sqrt{16\tfrac{1}{3}x^2-163\tfrac{1}{3}x+415\tfrac{4}{9}}=13$

277) $3\sqrt{64x^2-19x+7}-8\sqrt{9x^2-10\tfrac{19}{32}x+1\tfrac{3}{16}}=13$

278) $3\sqrt{8\tfrac{1}{3}x^2-25\tfrac{5}{9}x+53\tfrac{7}{9}}-5\sqrt{3x^2-17x+23}=13$

279) $5\sqrt{1{,}53x^2-7{,}92x+23{,}2}+3\sqrt{4\tfrac{1}{4}x^2-9x+11}=13$

280) $9\sqrt{7x^2-3x+3}-2\sqrt{141\tfrac{3}{4}x^2-1037\tfrac{1}{4}x+1556\tfrac{1}{2}}=31$

281) $9\sqrt{7x^2-3x+3}-7\sqrt{11\tfrac{4}{7}x^2-46\tfrac{5}{7}x+51\tfrac{1}{7}}=31$

282) $3\sqrt{13x^2-11x-31}-5\sqrt{4\tfrac{17}{25}x^2-30x+38\tfrac{11}{25}}=31$

283) $6\sqrt{11x^2-5x-25}-5\sqrt{15\tfrac{21}{25}x^2-59\tfrac{7}{25}x+39\tfrac{16}{25}}=31$

284) $6\sqrt{11x^2-13x+7}-5\sqrt{15\tfrac{21}{25}x^2+3\tfrac{3}{5}x-70\tfrac{13}{25}}=31$

285) $5\sqrt{17x^2-11x-39}-2\sqrt{106\tfrac{1}{4}x^2-268\tfrac{3}{4}x-107\tfrac{3}{4}}=32$

286) $8\sqrt{17x^2-19x+6}-3\sqrt{120\tfrac{8}{9}x^2-290\tfrac{2}{3}x+116\tfrac{5}{9}}=35$

287) $3\sqrt{13x^2-47x-112}-2\sqrt{29\tfrac{1}{4}x^2-447x+1708}=35$

288) $11\sqrt{17x^2-7x-2733}-7\sqrt{41\tfrac{48}{49}x^2-58\tfrac{40}{49}x-6297\tfrac{2}{7}}=37$

289) $7\sqrt{17x^2-13x-6}-3\sqrt{92\tfrac{5}{9}x^2-313\tfrac{4}{9}x+257\tfrac{2}{3}}=39$

290) $7\sqrt{11x^2-13x+4}-2\sqrt{134\tfrac{3}{4}x^2-661\tfrac{1}{2}x+828}=41$

291) $4\sqrt{5x^2-3x+50}-3\sqrt{8\tfrac{8}{9}x^2-132\tfrac{8}{9}x+1059\tfrac{2}{9}}=41$

292) $7\sqrt{25x^2-17x-5}-2\sqrt{306\tfrac{1}{4}x^2-1036x+927\tfrac{3}{4}}=43$

293) $7\sqrt{5x^2-13x+22}-3\sqrt{27\tfrac{2}{9}x^2-238x+693\tfrac{1}{9}}=43$

294) $4\sqrt{11x^2-19x-11}-7\sqrt{3\tfrac{29}{49}x^2-30\tfrac{38}{49}x+65\tfrac{36}{49}}=43$

295) $5\sqrt{9x^2-7x+5}-2\sqrt{56\tfrac{1}{4}x^2-337\tfrac{1}{2}x+466}=47$

296) $\sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 8} = \sqrt{x + 64}$

297) $\sqrt{2x + 7} + \sqrt{3x - 18} = \sqrt{7x + 1}$

298) $\sqrt{2x + 1} + \sqrt{7x - 3} = \sqrt{15x + 4}$

299) $\sqrt{10x - 1} - \sqrt{7x - 10} = \sqrt{5x - 21}$

300) $\sqrt{3x + 1} + \sqrt{9x + 4} = \sqrt{21x + 16}$

301) $\sqrt{4x + 1} + \sqrt{12x + 1} = \sqrt{21x + 22}$

302) $\sqrt{5x + 1} + \sqrt{7x + 4} = \sqrt{23x + 12}$

303) $\sqrt{8x + 9} + \sqrt{7x + 1} = \sqrt{30x + 19}$

304) $3\sqrt{2x + 1} - \sqrt{2x - 7} = 2\sqrt{5x - 4}$

305) $4\sqrt{x - 4} + 3\sqrt{x + 3} = \sqrt{37x + 95}$

306) $2\sqrt{3x + 4} + 3\sqrt{x + 2} = \sqrt{51x + 4}$

307) $4\sqrt{x + 2} + 3\sqrt{x - 3} = \sqrt{25x + 149}$

308) $12\sqrt{x + 5} - 5\sqrt{x - 2} = \sqrt{169x - 770}$

309) $8\sqrt{x + 5} + 15\sqrt{x + 6} = \sqrt{289x + 6170}$

310) $4\sqrt{9x + 1} + 3\sqrt{44x - 307} = 7\sqrt{4x - 3}$

311) $5\sqrt{2x + 3} - 4\sqrt{3x - 17} = 3\sqrt{10x - 101}$

312) $5\sqrt{3x - 8} + 2\sqrt{12x - 131} + 3\sqrt{7x + 4}$

313) $7\sqrt{3x + 7} - 5\sqrt{5x - 14} = \sqrt{273 - 8x}$

314) $7\sqrt{\tfrac{3}{2}x - 5} - \sqrt{\tfrac{1}{5}x + 45} = \tfrac{7}{4}\sqrt{10x + 56}$

315) $5\sqrt{\tfrac{8}{5}x + 12} - \sqrt{15x - 29} = 4\sqrt{\tfrac{5}{3}x - 9}$

316) $3\sqrt{2x + 5} - 4\sqrt{3x - 3\tfrac{3}{4}} = 5\sqrt{1\tfrac{17}{25}x - 3}$

317) $3\sqrt{3x + 1} - 2\sqrt{4x + 5} = 5\sqrt{\tfrac{7}{25}x - 1\tfrac{6}{25}}$

318) $3\sqrt{3x + 1} - 2\sqrt{4x + 5} = 5\sqrt{\tfrac{19}{25}x - 3\tfrac{16}{25}}$

319) $4\sqrt{8x + 1} - 5\sqrt{5x - 1} = 3\sqrt{3\tfrac{2}{3}x - 36\tfrac{5}{9}}$

320) $11\sqrt{2x + 3} - 5\sqrt{3x - 5} = \sqrt{1668 - 13x}$

321) $11\sqrt{2x + 3} - 6\sqrt{5x - 6} = 2\sqrt{333\tfrac{3}{4} - 26\tfrac{1}{2}x}$

322) $11\sqrt{6x - 5} + 9\sqrt{3x + 9} = 2\sqrt{19\tfrac{1}{2}x - 43\tfrac{1}{4}}$

323) $13\sqrt{3x + 1} + 7\sqrt{12x - 11} = 2\sqrt{683\tfrac{1}{4}x - 866}$

324) $13\sqrt{3x - 2} - 17\sqrt{7x + 2} = \sqrt{541x + 19}$

325) $17\sqrt{3x - 8} - 9\sqrt{x + 5} = 3\sqrt{54\tfrac{1}{3}x - 330\tfrac{8}{9}}$

326) $3\sqrt{4x-3}+2\sqrt{5x-1}=4\sqrt{6\frac{1}{2}x+1\frac{1}{16}}$

327) $4\sqrt{11x+3}-3\sqrt{7x+8}=9\sqrt{\frac{23}{81}x+1\frac{5}{27}}$

328) $5\sqrt{3x+16}-4\sqrt{5x+9}=2\sqrt{8\frac{3}{4}x-94}$

329) $5\sqrt{7x+2}-2\sqrt{3x-2}=3\sqrt{13x-92}$

330) $6\sqrt{5x-11}-7\sqrt{3x+7}=3\sqrt{2\frac{1}{9}x-65}$

331) $5\sqrt{7x-18}-3\sqrt{4x-9}=7\sqrt{3\frac{4}{49}x-9}$

332) $3\sqrt{13x+1}-4\sqrt{7x-5}=5\sqrt{6\frac{19}{25}-\frac{11}{25}x}$

333) $17\sqrt{3x-8}-9\sqrt{x+5}=4\sqrt{21x-80\frac{15}{16}}$

334) $19\sqrt{4x-3}-17\sqrt{3x+7}=4\sqrt{23\frac{5}{16}x-627\frac{5}{8}}$

335) $5\sqrt{11x+16}-3\sqrt{7x+11}=8\sqrt{1\frac{1}{16}x+3\frac{37}{64}}$

336) $23\sqrt{3x+7}-15\sqrt{7x-12}=2\sqrt{43x-726\frac{3}{4}}$

337) $3\sqrt{2x+11}-5\sqrt{3x-41}=2\sqrt{15\frac{3}{4}x-299}$

338) $4\sqrt{9x+4}-3\sqrt{6x-14}=5\sqrt{5\frac{1}{25}x-49\frac{13}{25}}$

339) $5\sqrt{4x+1}+6\sqrt{5x+4}=3\sqrt{14\frac{4}{9}x+592\frac{1}{9}}$

340) $5\sqrt{6x-5}-4\sqrt{5x-5}=2\sqrt{108\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}x}$

341) $7\sqrt{5x-6}-11\sqrt{2x-3}=4\sqrt{112\frac{15}{16}-8\frac{1}{16}x}$

342) $17\sqrt{3x-8}-9\sqrt{x+5}=3\sqrt{3\frac{1}{3}x+230\frac{1}{9}}$

343) $17\sqrt{5x-29}-19\sqrt{3x+10}=8\sqrt{9\frac{7}{32}x-104\frac{53}{64}}$

344) $5\sqrt{4x-3}-3\sqrt{8x-23}=7\sqrt{2\frac{2}{7}x-3\frac{45}{49}}$

345) $13\sqrt{3x-2}-7\sqrt{5x+15}=3\sqrt{33x-512}$

346) $13\sqrt{7x-5}+7\sqrt{8x-15}=2\sqrt{553x+7681\frac{1}{4}}$

347) $5\sqrt{4x+5}-3\sqrt{3x-8}=4\sqrt{4\frac{3}{16}x-43\frac{9}{16}}$

348) $3\sqrt{2x-2\frac{1}{3}}-4\sqrt{3x-\frac{3}{4}}=5\sqrt{1\frac{17}{25}x-3\frac{18}{25}}$

349) $11\sqrt{5x+1}-7\sqrt{3x+4}=3\sqrt{23\frac{2}{3}x-58\frac{8}{9}}$

350) $13\sqrt{3x+1}-7\sqrt{12x-11}=2\sqrt{46\frac{1}{4}x-229}$

351) $13\sqrt{3x+1}+7\sqrt{12x-11}=4\sqrt{113\frac{15}{16}x+67\frac{7}{8}}$

352) $17\sqrt{3x-2}-11\sqrt{5x-4}=4\sqrt{10\frac{3}{16}x-148\frac{3}{16}}$

353) $17\sqrt{13x+4}-22\sqrt{6x-2}=3\sqrt{1683\frac{1}{9}-91x}$

354) $9\sqrt{7x-13}-4\sqrt{4x+5}=7\sqrt{7x-37\frac{24}{49}}$

355) $17\sqrt{4x-3}-11\sqrt{5x+16}=3\sqrt{8\frac{2}{3}x-68\frac{2}{9}}$

356) $\sqrt{17x+15}+\sqrt{13x-1}=\sqrt{17x-4}+\sqrt{13x+16}$

357) $\sqrt{2x-2}+\sqrt{3x+7}=\sqrt{2x+11}+\sqrt{3x-8}$

358) $\sqrt{3x+3}+\sqrt{5x-55}=\sqrt{3x-44}+\sqrt{5x+6}$

359) $\sqrt{3x+12}+\sqrt{5x-15}=\sqrt{3x-5}+\sqrt{5x+6}$

360) $\sqrt{9x-29}+\sqrt{13x-1}=\sqrt{9x+31}+\sqrt{13x-69}$

361) $\sqrt{4x+1}+\sqrt{7x-3}=2\sqrt{x-3}+\sqrt{7x+16}$

362) $\sqrt{2x+11}+\sqrt{5x+14}=\sqrt{2x+22}+\sqrt{5x+1}$

363) $\sqrt{3x-2}+\sqrt{2x+2}=\sqrt{3x+13}+\sqrt{2x-9}$

364) $\sqrt{5x+16}+2\sqrt{x-12}=\sqrt{5x-61}+\sqrt{4x+21}$

365) $2\sqrt{\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}}+\sqrt{3x+4}=\sqrt{2x-5}+3\sqrt{\frac{1}{3}x+1\frac{2}{3}}$

366) $\sqrt{18x-17}+\sqrt{13x+16}=\sqrt{18x+22}+\sqrt{13x-17}$

367) $\sqrt{7x-3}+2\sqrt{x-5}=\sqrt{7x+22}+\sqrt{4x-35}$

368) $\sqrt{7x+16}+\sqrt{6x-9}=\sqrt{7x-5}+\sqrt{6x+10}$

369) $\sqrt{5x+15}+\sqrt{7x-38}=\sqrt{5x-21}+\sqrt{7x+2}$

370) $\sqrt{3x+7}+\sqrt{4x-3}=\sqrt{3x-12}+2\sqrt{x+5}$

371) $\sqrt{12x+25}+\sqrt{13x-30}=\sqrt{12x+97}+\sqrt{13x-90}$

372) $\sqrt{5x+16}+\sqrt{3x+1}=\sqrt{5x+39}+\sqrt{3x-14}$

373) $\sqrt{5x+6}+\sqrt{7x+8}=\sqrt{5x+29}+\sqrt{7x-17}$

374) $\sqrt{4x+1}+\sqrt{5x+4}=2\sqrt{x-3}+\sqrt{5x+21}$

375) $2\sqrt{4x+1}+\sqrt{13x+13}=\sqrt{16x+33}+\sqrt{13x-12}$

376) $\sqrt{7x-7}+2\sqrt{x-4}=\sqrt{7x+53}+2\sqrt{x-13}$

377) $3\sqrt{x+1}+\sqrt{7x+1}=\sqrt{9x-20}+\sqrt{7x+28}$

378) $\sqrt{5x+9}+\sqrt{3x-60}=\sqrt{5x-34}+\sqrt{3x-29}$

379) $\sqrt{9x+7}+\sqrt{6x-5}=\sqrt{9x-20}+\sqrt{6x+18}$

380) $\sqrt{3x-2}+\sqrt{5x-4}=\sqrt{3x+13}+\sqrt{5x-21}$

381) $\sqrt{7x+16}+3\sqrt{x+1}=\sqrt{7x-24}+\sqrt{9x+61}$

382) $\sqrt{15x+4}+\sqrt{13x-16}=\sqrt{15x-39}+\sqrt{13x+25}$

383) $\sqrt{7x+2}+\sqrt{6x-2}=\sqrt{7x+25}+\sqrt{6x-21}$

384) $\sqrt{7x+2}+\sqrt{6x-3}=\sqrt{7x+23}+\sqrt{6x-20}$

385) $\sqrt{5x+6}+\sqrt{4x-11}=\sqrt{5x+29}+2\sqrt{x-7}$

386) $x^2 - 16x = 13$

387) $7x^2 - 3x = 5$

388) $5x^2 + 58 = 8x$

389) $13x^2 + 37 = 18x$

390) $3x - \frac{17 - x}{x} = 12$

391) $(\sqrt{x} + 8)\sqrt{x} = 17$

392) $x(x^2 + 4\sqrt{x}) = 3$

393) $7x(3x^2+10\sqrt{x}) = 223$

394) $x^{\frac{4}{3}} - 6x^{\frac{2}{3}} + 17 = 22$

395) $\frac{x}{x + 4} = \frac{3x - 2}{x + 3}$

396) $x^2 - ax = b$

$a =$	0,84662	0,42331	9,123572	9,125572	10,83946
$b =$	8,53972	8,53972	9,741927	9,741927	26,9911

397) $x^2 - ax = - b$

$a =$	9,123572	9,125572	10,83946	0,3456789
$b =$	9,741927	9,741927	26,9911	0,008901234

398) $cx^2 - ax = b$

	(1)	(2)	(3)	(4)
$c =$	7,3527	1 : 1,2345	7,6543	4,01437
$a =$	33,81507	1,54994	23,45678	10,53856
$b =$	148,8711	0,6789	9,876543	23,8533
	(5)	(6)	(7)	(8)
$c =$	3,91	0,723508	3,837654	61,10457
$a =$	3,30454	1,064352	12,769566	90,03888
$b =$	1,7347	0,297508	9,840723	7024,937

399) $cx^2 - ax = - b$

	(1)	(2)	(3)	(4)
$c =$	629867	1 : 1,2345	352,97	0,723508
$a =$	9213392	1,54994	4713,5	1,064352
$b =$	26837861	0,6789	3456,7	0,297508
	(5)	(6)	(7)	(8)
$c =$	3,837654	0,498973	16,9837	4,89763
$a =$	12,769566	1,90123	83,0135	18,9567
$b =$	9,840723	1,18989	97,8973	11,9876

400) $cx^{2n} - ax^n = b$

	(1)	(2)	(3)	(4)
$n =$	3	3	4	5
$c =$	3,60567	101,473	0,381856	0,978147
$a =$	4,12356	40,1234	9,54786	0,00415824
$b =$	147,89	5,6789	—54,7983	—0,00000331447

	(5)	(6)	(7)	(8)
$n =$	$\frac{5}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$
$c =$	98,7654	98765,4	3,98726	0,03579867
$a =$	0,0234567	34,5678	17,0234	0,08456934
$b =$	0,0123456	9,01234	—15,0159	0,8154768

401) $(a + mx)^2 + (b + nx)^2 = c^2$

	(1)	(2)	(3)	(4)
$a =$	29	19	34	14
$m =$	13	17	14	11
$b =$	69	18	24	33
$n =$	20	11	23	29
$c =$	241	289	281	377
	(5)	**(6)**	**(7)**	**(8)**
$a =$	28,9973	1605,8	2,9873	1605,8
$m =$	13,0067	2604,8	5,0126	2409,473
$b =$	69,0134	—616,1	1,0475	—616,1
$n =$	19,9856	111,8	5,8931	995,9519
$c =$	241,034	1977,28	73,456	1930,58

402) $ax + b\sqrt{c^2 - d^2x^2} = e$

	(1)	(2)	(3)	(4)
$a =$	7	11	16	7
$b =$	4	—3	—5	6
$c =$	65	53	85	97
$d =$	3	9	12	5
$e =$	301	—29	47	523
	(5)	**(6)**	**(7)**	**(8)**
$a =$	0,819647	0,998765	10,8497	6,99765
$b =$	0,573678	0,0178953	0,156789	3,99573
$c =$	2	10	1	65
$d =$	1	1	11	3
$e =$	1,33947	1,73456	0,485986	300,567
	(9)	**(10)**	**(11)**	**(12)**
$a =$	6,97463	10,9753	16,0123	3,02317
$b =$	3,87854	—3,01234	—5,00967	0,593285
$c =$	65	53	85	109
$d =$	3	9	12	13
$e =$	290,876	—31,2345	47,0321	56,9873

403) $(x - 2a + 3b)^2 = (a + 4b)x - (2a + 5b)a + 12b^2$
404) $(x - 3a + 4b)^2 = (3a - x)a + 9bx - (29a - 22b)b$
405) $(x - 3a + 5b)^2 = (8b - a)x + 3a^2 - (19a - 60b)b$
406) $(x - 3a + 5b)^2 = (12b - a)x - 41ab + 3(a^2 + 20b^2)$
407) $(x - 4a + 5b)^2 = 3x(4b - a) + 10a^2 - 3b(17a - 20b)$
408) $(x - 10a + 5b)^2 = 2x(6b - 7a) + 92a^2 - 2b(47a - 30b)$
409) $(x - 3a + 2b)^2 = x(a + 3b) - a(3a + 5b) + 16b^2$
410) $(x - 3a + 7b)^2 = ax - a(3a + 43b) + 4b(4x + 21b)$
411) $(x - 5a + 3b)^2 = 5x(2b - a) + 21a^2 - 5b(5a - 6b)$
412) $(x - 5a + 4b)^2 = b(51b - 2a) + 13a(a - 3b) - x(3a - 10b)$
413) $(x - 7a + 3b)^2 = 41a^2 - 8x(a - b) - 8b(5a - 3b)$
414) $(x - 2a + 7b)^2 = x(4a + 13b) - 11(a^2 - 5b^2) - 29ab$
415) $(x - 3a + 5b)^2 = 2x(a + 6b) - 6a^2 - 7b(4a - 7b)$
416) $(x - 3a + 7b)^2 = 2x(a + 4b) - 2a(3a + 4b) + 65b^2$
417) $(x - 5a + 4b)^2 = 15a^2 - 3x(a - b) - 3b(3a - 10b)$
418) $(x - 7a + 6b)^2 = 2x(7b - 3a) - 2a(40b - 17a) + 71b^2$
419) $(x - 7a + 8b)^2 = 29a^2 - (5a - 18b)x + (79b - 125a)b$
420) $(x - 9a + 7b)^2 = 2x(8b - 5a) + 66a^2 - 2b(61a - 42b)$
421) $(x - 9a - 8b)^2 - 71a^2 = b(113a + 78b) - 11x(a + b)$
422) $(x - 11a - 4b)^2 - 9b^2 = a(115a + 111b) - x(17a + 16b)$
423) $(x - 7a + 3b)^2 = 28a^2 + 2b(a - 3b) - 2x(2a + b)$
424) $(x - 3a + 7b)^2 = (4a + 11b)x - (12a + 13b)a + 59b^2$
425) $(x - 7a + 5b)^2 = (a + 8b)x - a(7a + 45b) + 124b^2$
426) $(x - 8a + 7b)^2 = 94b^2 - 6x(a - 3b) - a(104b - 43a)$
427) $(x - 13a + 6b)^2 = 3a(47a - 5x) + b(14x + 135b) - 137ab$
428) $(x - 2a + 3b)(x - 7a - 5b) = 2(64b^2 - 3a^2) - 2b(2x + 7a)$
429) $(x - 3a + 2b)(x - 5a + 7b = 3a(x - 5a) + 7b(x - 2a + 7b)$
430) $(x - 5a - 7b)^2 - b(30a + 61b) = a(10a + 41b) - x(2a + 21b) - 4b(6b - 7a)$
431) $(x - 2a + 3b)(x - 4a + 5b) = (6b - a)x + 2(a^2 + 25b^2) - 11ab$
432) $(x - 7a + 4b)^2 - 4a(a + 8b) - 64b^2 = 2a(2x - b) + b(2x + 7b) - 24a(b - a + \frac{1}{3}x)$

433) $x^2 - ab^2 = a^2b^2 - bx$
434) $cx^2 - 2cx\sqrt{a} = ax^2 - ac$
435) $acx^2 - 3abx + 5cdx = 15bd$
436) $cx - ab = a^{-1}b^{-1}dx^2 - c^{-1}dx$
437) $a^5c^4x^2 + b^2c^3(c^4x - a^3b) = a^8bx$
438) $\frac{1}{2}ab^{-1}cx^2 + \frac{1}{2}a^{-3}b^3c^{-1} - a^{-1}bx = 0$
439) $a^{-2}cx - 3a^{-3}b^{-5}c^4 = b^3c^{-3} - 3a^{-1}b^{-2}x^{-1}$
440) $12b^6c^5x^2 - 16ac^{12}x = 9a^3b^{10}x - 12a^4b^4c^7$
441) $20b^7c^4x^2 - 12a^2b^{10}x = 25a^3c^9x - 15a^5b^3c^5$
442) $a^{-3}b^2c^{-2}x - b^{-1}c^2d^{-1} = a^{-5}b^3c^{-3}x^2 - a^{-2}cd^{-1}x$
443) $2a^{-2}b^{-2}cx^2 - 3\frac{1}{3}bc^{-3}x = 3a^{-1}b^{-4}c^4x - 5ab^{-1}$
444) $10a^{-1}dx - 45b^3c^{-3} = 8a^2b^{-3}c^5 - 36a^3c^2d^{-1}x^{-1}$
445) $a^2(b^2x^2 - 7c^2) + b^2(4ax - 5) = 6abc(ax - 2)$
446) $abx^2 + 3a^2c^{-1}x = (6a^2 + ab - 2b^2)c^{-2} - b^2c^{-1}x$
447) $14bc^3d^{-2}x^2 - 10a^3b^{-3}c^{-2}d^5x = 21a^5b^4d^{-7}x - 15a^8c^{-5}$
448) $21a^{-3}b^{-1}d^9x^2 - 35b^{-2}c^2d^4x = 9a^{-1}c^{-3}d^5x - 15a^2b^{-1}c^{-1}$
449) $21b^4c^{-2}x - 12a^3d^{-3} = 35a^{-2}b^3c^{-1}d^3 - 20ab^{-1}cx^{-1}$
450) $12a^5b^{-1}c^{-4}x - 27a^7b^{-3}cd^{-3} = 8a^{-2}b^2c^{-2}d^{-1} - 18c^3d^{-4}x^{-1}$
451) $25a^{-1}c^{-4}d^2x^2 - 20b^{-3}c^{-2}x = 35a^{-3}b^{-4}c^{-2}d^3x - 28a^{-2}b^{-7}d$
452) $25a^{-3}c^{-2}d^2x - 30a^{-2}b^{-2}c^3d^{-2} = 20b^2c^{-7}d - 24ac^{-2}d^{-3}x^{-1}$
453) $15bc^5d^{-2}x - 10a^4b^{-4}c^3d = 18a^{-3}b^5 - 12ac^{-2}d^3x^{-1}$
454) $15a^{-3}b^{-3}d^3x - 21a^{-1}b^{-4}c^5 = 25bc^{-2}d^2 - 35a^2c^3d^{-1}x^{-1}$
455) $28a^2b^{-3}c^{-2}x^2 - 20c^2d^{-1}x = 21a^{-2}b^{-1}c^{-4}d^3x - 15a^{-4}b^2d^2$
456) $12a^{-2}d^4x^2 - 15b^3c^{-3}d^4e^{-4}x = 8a^{-1}b^{-3}c^2x - 10ac^{-1}e^{-4}$
457) $3a^{-3}b^{-5}c^{15}d^{-7}x^2 - 2a^2b^{-7}c^7x = \frac{5}{3}b^4d^{-11}c^8x - \frac{10}{9}a^5b^2d^{-4}$
458) $5a^{-1}b^3dx^2 - 11\frac{2}{3}b^5c^{-4}d^{-2}x = 3ab^{-2}c^3x - 7a^2c^{-1}d^{-3}$
459) $3b^{-3}c^3d^{-3}x^2 - 2\frac{1}{7}a^{-3}b^2c^{-5}d^4x = 7a^3b^{-5}dx - 5c^{-8}d^8$
460) $6a^{-2}b^3d^{-1}x^2 - 4ab^7c^{-5}d^{-3}x = 21ac^{-1}x - 14a^4b^4c^{-6}d^{-2}$
461) $2a^{-2}c^{-1}d^2x - 7a^{-1}b^3c^{-3}d^{-3} = 1\frac{3}{7}a^{-1}b^{-3}c^3 - 5cd^{-5}x^{-1}$
462) $6a^{-1}b^{-4}d^4x - 15a^{-3}b^{-2}cd = 8a^2b^{-2}c^{-3}d^3 - 20c^{-2}x^{-1}$
463) $3a^{-2}b^{-1}c^{-1}d^4x^2 - 7\frac{1}{2}c^{-4}x = 2b^{-6}c^3d^2x - 5a^2b^{-5}d^{-2}$
464) $18a^{-3}x^2 - 7ab^{-7}c^3d^{-3}x = 3\frac{3}{5}b^4c^{-5}d^{-2}x - 1\frac{2}{5}a^4b^{-3}c^{-2}d^{-5}$
465) $5a^4b^{-2}c^4d^{-2}x^2 - 22\frac{1}{2}ac^5d^{-6}x = 4bc^{-1}x - 18a^{-3}b^3d^{-4}$
466) $15a^{-2}x^2 - 12b^3c^{-5}d^{-1}x = 10a^{-1}b^{-3}c^2d^{-1}x - 8ac^{-3}d^{-2}$
467) $21b^{-3}c^3d^3x^2 - 14a^3bcd^{-2}x = 15a^{-2}d^5x - 10ab^4c^{-2}$
468) $\frac{1}{3}a^3c^{-2}x^2 - \frac{1}{5}a^{-2}b^{-3}d^5x = \frac{5}{21}b^2c^3d^{-2}x - \frac{1}{7}a^{-5}b^{-1}c^5d^3$

469) $32a^{2r}c^{n-1} + 4a^{r+3}c^{n-1}(ac^3 - 2)x = a^7c^{n+2}x^2$

470) $x(x - a^3) - a^2b(15b - 19a^2) = 2a(3a^5 - bx)$

471) $(6x - 7a)(4x - 3a) - 23b(3a - 4b) = 37b(b - 2x) - ab$

472) $x^2 - 4c(x + 8c) - 2b(x - 38c) - 36ac + b^2 = (3a - 6b)^2$

473) $x(x + 1) - a^2(2x + 49 + 15a^2) = 20 + a(x - 31 - 29a^2)$

474) $x^2 - 10a(x - 2c) - b(5a + x) = 3(2b^2 - 7a^2) - 25c(b - c)$

475) $(1 + x)x - 2a(11a + 5a^3 - x) = 3(2 + a^2x) - 11a(1 + a^2)$

476) $x^2 - (7 - 10a^2 - 5a^4)x = -10 + 41a^2 - 2a^4 - 23a^6 - 6a^8$

477) $\frac{4}{3}ab^n - 2x\sqrt{b^{2n+3}} + b^{n+1}x^2 = a^{-1}b^{n+2}x^2 - \frac{1}{3}(3b^2 - 4a)b^n$

478) $(3a^2 + 8ab - 3b^2)x^2 - (7a^2 + 2ab + 13b^2)x = 4b^2 - 2a^2 - 7ab$

479) $\frac{1}{2}b^2x^2 - \frac{1}{4}a^{-1}cx - (8a^2 - 3)b^{-2} = ac^{-1}x - (4a^2 - 11c^2)b^{-2}c^{-1} + \frac{15}{4}a^{-2}b^{-2}c^2$

480) $x^2 - c(5x - 31a) + a(2x - 15a) = b(15b - 2x) + 14c^2 - b(34a - 41c)$

481) $3a^{-3}c^{m-1}b^{n-7}x^2 - \frac{1}{3}(15c^2 - 35a^{m+2n}b^{15})b^{-8}c^{m-3} = (5a^{m-n}c^2 + 7a^{n-11}b^n)a^{n+4}c^{m-3}x - 5b^{-8}c^{m-1}$

482) $(x + 3a^3)(x - 3a^3) - 2a^3(x - 15a^2b) + a^2b \,.\, (x + 18ab^2 - b^3) = 7ab^2(x - ab^2 + 4a^3) - a^3(a^3 - 4a^2b + b^3)$

483) $(x - 2a)(x + 2a) - 2(a - b)x - b(4c - x) + 2c(a - 3x) = 7a(a - 2b) - (3c - b)(15b + x) + 7c(3a + 4c) - 8a^2$

484) $x^2 - 9(x - 1) - 5a^2x(1 - a) = 34a^2(a^2 - a + 1) - 23a(1 - a^3) - ax(2a^2 + 1) + a^2(a^3 + 1) - 5 - 10a^4(a^2 + 2)$

485) $(8a^2 + 18ab - 35b^2)x^2 - (22a^2 + 6ab + 46b^2)x$
$= 16ab - 15a^2 + 15b^2$

486) $(18a^2 + 57ab + 35b^2)x^2 - (51a^2 + 14ab - 68b^2)x$
$= 76ab - 35a^2 - 32b^2$

487) $(45a^2 - 7ab - 12b^2)x^2 - (92a^2 - 44ab - 65b^2)x$
$= 77b^2 - 32a^2 - 12ab$

488) $(15a^2 - 19ab + 6b^2)x^2 - (49a^2 - 44ab + 10b^2)x$
$= 23ab - 40a^2 + 44b^2$

489) $(72a^2 + 59ab + 12b^2)x^2 - (86a^2 + 47ab + b^2)x$
$= 35b^2 - 24a^2 - 22ab$

490) $7ab(3x-1) - 12a^2(2x-1) = 6b^2x - 2b(9ax^2 - 5b)$

491) $ab(14x^2 - 15x + 1) - 2a^2(2x-3) = 5b^2(7x+3)$

492) $2ab(15x+2) - 15a^2(2x-1) = 20b^2x - b(24ax^2 - 35b)$

493) $ab(21x-1) - 6a^2(2x-1) = 21b^2x - b(18ax^2 - 35b)$

494) $70b^2x - ab(82x+43) = 9a^2(8x-5) - 4b(20ax^2 - 7b)$

495) $3a^2(5-2x) - 4ab(10x-1) = 35b^2 - 6bx(2ax+7b)$

496) $ab(43x+37) - a^2(28-35x) = 49b^2x - b(21b - 35ax^2)$

497) $ab(31-58x) - 2a^2(6x-7) = 10b^2 - 8bx(3ax+b)$

498) $7ab(x+1) - 5a^2(3x-1) = 2b^2(2x+3) - 6abx^2$

499) $ab(10x+29) - 10a^2(3x-1) = 28b^2x - 3b(8ax^2 - 7b)$

500) $3a^2(7-2x) - 4ab(5x+4) = 16b^2x - 8b(ax^2 - 2b)$

501) $9ab(2x^2 - 6x - 3) - 11a^2(3x-7) = 10b^2(2-3x)$

502) $2ab(17-8x) - 7a^2(3x-5) = 35b^2x - 3b(5ax^2 - 7b)$

503) $6a^2(3-5x) - ab(59x+3) = 4b^2(7-8x) - 40abx^2$

504) $2abx(12x-13) - 7a^2(4x-3) = 29ab - 10b^2(3x-1)$

505) $5a^2(7-4x) - 3b^2(2x+7) = 34ab - 2abx(4x+7)$

506) $2abx(6x-7) - 10a^2(2x-1) = 11ab - 3b^2(3x-2)$

507) $ab(85x-13) - 4a^2(7-5x) = 20b^2x - 2b(3b - 25ax^2)$

508) $ab(c^2x^2 - 9a^2 + 15b^2) - 2a^3(cx-3a) = 5b^2(2a^2 - bcx)$

509) $ab(cx+3a)(cx-3a) - 2a^3cx = 5b^2(2a^2 - bcx)$
$- 3a(2a^3 + 5b^3)$

510) $acx(bcx - 5a^2) - ab^2(7cx - 6b) = a^2b(31b - 3cx)$
$- b(35a^3 + 2b^2cx)$

511) $(ax + 7b - 13\frac{1}{2})(3x - 2a - 4) = (4bx + 7a + 18\frac{1}{2})(x - 2b + 3) - 2x(a^2 - 4b^2) - 59x - 1\frac{1}{2}$

512) $(3ax + 4b - 5)(2x - 3a - 4) = (\frac{3}{4}bx + 2\frac{3}{4}a - 2\frac{1}{2})(4x - 3b + 2) + ax(x - 9a) - bx(10\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}b) - a(3\frac{3}{4}b + 2\frac{1}{2}) + 25 - 3\frac{1}{2}b$

513) $(3ax + 5b - 4)(2x - 7a - 5) = 4x(ax + 8b) - (5bx + 4a + 8)(x - 4b + 3) - 3a(7ax + 17b) - 2(10b^2x - 13a) - 51b + 44$

514) $(3ax + 4b - 5)(2x - 7a - 6) = (2\frac{1}{5}a - \frac{3}{5}bx - 2) . (5x - 3b + 4) + ax(x - 21a) - \frac{1}{5}bx(9b - 92) - 21\frac{2}{5}ab - 1\frac{2}{5}(7a + 10b) + 38$

515) $(3ax + 2b - 5)(4x - 7a - 2) = 3ax(3x - 7a) - (2\frac{1}{2}bx - 8a + 10)(2x - 3b - 5) - bx(7\frac{1}{2}b - 17\frac{1}{2}) + 10a(b + 4) - (19b + 40)$

516) $(2ax + 3b - 4)(5x - 2a - 3) + (\frac{1}{2}a + 1\frac{1}{2}bx + 10)(2x - 3b + 5) = 9ax^2 - x(4a^2 + 4\frac{1}{2}b^2) + 26\frac{1}{2}bx - a(7\frac{1}{2}b - 4\frac{1}{2}) - 35b + 62$

517) $(4ax + 2b - 5)(3x - 5a - 7) = 60 + 5\frac{1}{3}a - (1\frac{2}{3}bx + 1\frac{2}{3}a + 5)(3x - 4b + 5) + 4ax(2x - 5a) - bx(6\frac{2}{3}b - 31\frac{1}{3}) - b(16\frac{2}{3}a + 22)$

518) $(2ax + 4b - 5)(3x - 2a - 4) = (7a - 2\frac{1}{2}bx - 7\frac{1}{2})(2x - 5b + 3) + 2ax(x - 2a) - bx(12\frac{1}{2}b - 41\frac{1}{2}) + 3a(9b - 7) - 38\frac{1}{2}b + 42\frac{1}{2}$

519) $3ax + 2b - 5)(4x - 3a - 2) = (1\frac{2}{3}a - 2\frac{1}{3}bx - 6\frac{2}{3})(3x - 4b + 7) - 9ax(a - 1\frac{1}{9}x) - bx(9\frac{1}{3}b - 42\frac{1}{3}) + a(\frac{2}{3}b - 11\frac{2}{3}) - 21\frac{2}{3}b + 56\frac{2}{3}$

520) $(3ax + 2b - 4)(2x - 5a - 3) = (2\frac{1}{2}a - 1\frac{1}{2}bx - 4)(2x - 3b + 5) + 2ax^2 - 3x)(5a^2 + 1\frac{1}{2}b^2) - \frac{1}{2}b(5a - 31x) + 1\frac{1}{2}a - 3b + 32$

521) $3ax + 5b - 11)(5x - 7a - 4) = \frac{1}{2}(5bx + a - 55)(2x - 3b + 5) + ax(13x - 21a) - 1\frac{1}{2}bx(13 - 5b) - \frac{1}{2}a(67b - 119) - 1\frac{1}{2}(45b - 121)$

522) $(1\frac{1}{2}bx - \frac{1}{2}a + 10)(2x - 3b + 5) - (4 - 3b - 2ax)(5x - 2a - 3) = 62 + 25b + 4ax(2x - a) - (4\frac{1}{2}b - 11\frac{1}{2})bx - \frac{1}{2}a(9b + 1) - 15b(4 - x)$

523) $(\frac{2}{5}ax + 5\frac{3}{20}b - 6\frac{1}{8})(5x - 6a - 7) = (\frac{7}{8}bx + 1\frac{2}{5}a + 8\frac{161}{180})(8x - 9b + 10) - x(2\frac{2}{5}a^2 - 7\frac{7}{8}b^2) - 102\frac{37}{45}x - 44\frac{11}{18} - 18{,}3ab$

524) $(ax + 5\frac{1}{9}b - 5\frac{10}{21})(3x - 7a - 4) = (1\frac{1}{3}bx + 3\frac{1}{3}a + 9\frac{11}{18})(3x - 4b + 7) - x(7a^2 - 5\frac{1}{3}b^2) - 45\frac{11}{42}x - 45\frac{47}{126} - 22\frac{4}{9}ab$

525) $(\frac{4}{5}ax + 5\frac{3}{5}b - 7\frac{4}{35})(5x - 7a - 9) = (1\frac{2}{3}bx + 4\frac{1}{5}a + 18\frac{1}{5})(3x - 4b + 9) - x(5\frac{3}{5}a^2 - 6\frac{2}{3}b^2) - 90\frac{6}{35}x - 106\frac{31}{35} - 22\frac{2}{5}ab$

526) $\frac{1}{5}(3ax + 14\frac{1}{3}b + 2)(5x - 2a - 3 = (1\frac{1}{3}bx + 3\frac{1}{15}a + 8\frac{4}{5})(3x - 2b + 4) + 2\frac{2}{3}b^2x - \frac{2}{5}x(3a^2 + 61) - 36\frac{2}{5} - \frac{2}{15}a(143 - 3b)$

527) $(1\frac{3}{4}ax + 2\frac{1}{8}b - 19\frac{15}{16})(4x - 2a - 3) = (1\frac{1}{2}bx + 6\frac{3}{8}a + 5\frac{11}{24})(2x - 3b + 5) - x(3\frac{1}{2}a^2 - 4\frac{1}{2}b^2) - 90\frac{2}{3}x + 32\frac{25}{48} + 14\frac{7}{8}ab$

528) $(\frac{2}{5}ax + 1{,}7b - 10\frac{1}{4})(5x - 2a - 3) = 1\frac{1}{2}bx + (2{,}9a + 5\frac{1}{30})(2x - 3b + 5) - x(\frac{4}{5}a^2 - 4\frac{1}{2}b^2) - 61\frac{19}{60}x + 5{,}3ab + 5\frac{7}{12}$

529) $(\frac{4}{5}ax + 4\frac{14}{15}b - 19\frac{1}{5})(5x - 2a - 3) = 18\frac{4}{15}ab - (1\frac{2}{3}bx + 10\frac{2}{5} - 4\frac{1}{5}a)(3x - 2b + 7) - x(1\frac{3}{5}a^2 + 3\frac{1}{3}b^2) - 64\frac{4}{5}x + 130\frac{2}{5}$

530) $(\frac{3}{4}ax + 3\frac{5}{12}b - 2\frac{11}{18})(4x - 3a - 2) + \frac{5}{6}ab = (2\frac{1}{3}bx + 1\frac{1}{6}a + 2\frac{23}{24})(3x - 4b + 5) - x(2\frac{1}{4}a^2 - 9\frac{1}{3}b^2) - 19\frac{23}{72}x - 9\frac{41}{72} - 4\frac{3}{4}ab$

531) $(3ax + 7b - 5)(2x - 7a - 3) = ax(5x - 21a) - (\frac{2}{3}bx + \frac{1}{3}a + 3\frac{1}{3})(3x - 2b + 4) - bx(1\frac{1}{3}b - 19\frac{2}{3}) - a(49\frac{2}{3}b - 21\frac{1}{3}) - 18\frac{2}{3}b + 28\frac{1}{3}$

532) $(1\frac{1}{3}ax + 2\frac{5}{6}b - 3{,}7)(3x - 5a - 2) = (1\frac{1}{2}bx + 4\frac{1}{6}a + 1\frac{14}{15})(2x - 5b + 3) - x(6\frac{2}{3}a^2 - 7\frac{1}{2}b^2) - 14\frac{29}{30}x + 52{,}3 + 8\frac{1}{3}ab - 1\frac{2}{3}(30{,}42 + ab)$

533) $(7ax + 2b - 3)(5x - 3a - 9) = ax(26x - 21a) - (2\frac{1}{3}bx + 10\frac{1}{3}a + 5)(3x - 4b + 5) - bx(9\frac{1}{3}b - 40\frac{2}{3}) - a(47\frac{1}{3}b - 45\frac{2}{3}) - 4(8b - 13)$

534) $(3ax + 4b - 5)(5x - 2a - 3) = 2(4a - bx - 3\frac{1}{8})(4x - 3b + 5) - 2ax(3a - 4x) - 2b(3bx - 8a) - 5(bx + 12a) - \frac{1}{4}(223b - 185) + 10b(7x + 5)$

535) $(2ax - 5bx + 3a - 4b)(3ax - 4bx + 2a + 5b)$
$= 2ax^2(3a - 19b) + 4b^2(2x^2 - 5) - x(15b^2 -$
$23a^2) - ab(7x - 11)$

536) $(2ax - 3bx + 4a - 5b)(3ax + 7bx - 3a - 4b)$
$= ax^2(6a - b) + 23bx(a - bx) + 15a^2x - b^2(31x$
$- 20) - a(21a - 11b)$

537) $(4ax - 3bx + 5a - 6b)(2ax + 4bx - 7a - 6b)$
$= 2ax^2(4a - b) - x(2a^2 + 21b^2x) - 8bx(3b -$
$4a) - 55a^2 + 36b(a + b)$

538) $(3ax - 2bx + 4a - 5b)(2ax + 7bx - 3a - 4b)$
$= x^2(6a^2 + 5ab - 17b^2) - bx(39b - 23a) -$
$a^2(18 - 7x) + b(7a + 20b)$

539) $(2ax - 3bx + 5a - 4b)(4ax + 6bx - 5a - 2b)$
$= 8ax^2(a - b) - 2b^2x(15x + 17) + 2ax(8a +$
$27b) - 2a(20a - 11b) + 8b^2$

540) $(2ax - 5bx + 6a - 3b)(3ax + 7bx - 2a - 5b)$
$= ax^2(6a - 7b) + 23ax(a + 2b) - 37b^2x^2 -$
$2b(3a + 4bx) - 3(9a^2 - 5b^2)$

541) $(3ax - 7bx + 11a - 5b)(2ax + 11bx - 3a - 5b)$
$= 3ax^2(2a - b) - x(71b^2x - 68a^2) + 10bx(11a$
$- 3b) - 53a^2 - 5b(3a - 5b)$

542) $(4ax - 3bx + 2a - 6b)(3ax + 7bx - 5a - 2b)$
$= 6a^2x(2x - 1) + bx^2(13a - 42b) - bx(51b -$
$49a) + 2b(23a + 6b) - 34a^2$

543) $(5ax - 3bx + 2a - 4b)(2ax + 6bx - 5a - 7b)$
$= 2ax^2(5a + 6b) - 31b^2x - 2b^2(19x^2 - 14) -$
$2a^2(3x + 20) + (33x + 41)ab$

544) $(3ax - 2bx + 4a - 5b)(2ax + 7bx - 3a - 4b)$
$= ax^2(6a + 11b) - 8x(2b^2x - a^2) - bx(37b -$
$23a) - 2(12a^2 - 7ab - 10b^2)$

545) $(4ax - 3bx + 2a - 5b)(3ax + 4bx - 4a - 2b)$
$= 4x^2(3a^2 - 4b^2) + abx(5x + 13) - 7x(a^2 +$
$4b^2) - a(23a - 37b) + 10b^2$

546) $(4ax - 5bx + 6a - 7b)(8ax + 9bx - 8v - 7b)$
$= 4x^2(8a^2 - 13b^2) - 53abx^2 + x(51a^2 + 71ab$
$- 91b^2) - a(88a - 59b) + 49b^2$

547) $(5ax + 15\frac{1}{2}bx - 19\frac{1}{2}a - 27\frac{1}{4}b)(2ax - 5bx - 4a + 3b) = (2ax - 3bx - 7a + 4b)(5ax + 3bx - 2a - b) - b^2x(62\frac{1}{2}x - 188\frac{3}{4}) + 44a^2 + (23\frac{1}{2}a - 77\frac{3}{4}b)b$

548) $(3ax + 7bx - 6\frac{1}{2}a - 6\frac{1}{4}b)(2ax - 3bx - 4a + 5b) - 6a^2 = (3ax - 4bx - 2a + 5b)(2ax + 3bx - 4a - 5b) - b^2x(11x - 8\frac{3}{4}) - ab(2x^2 - 17\frac{1}{2}) - 6\frac{1}{4}b^2$

549) $(6\frac{2}{3}ax + 27\frac{7}{9}bx - 8\frac{1}{9}a + 13\frac{8}{27}b)(3ax - 8bx - 4a + 5b) = (5ax - 4bx - 2a + 7b)(4ax + 5bx - 3a - 2b) + \frac{1}{9}b^2x(40\frac{2}{3} - 1712x) - \frac{1}{9}a(870\frac{2}{3}b - 130a) + 80\frac{13}{27}b^2$

550) $(7\frac{1}{2}ax + 34\frac{1}{4}bx - 12\frac{3}{4}a + 1\frac{1}{2}b)(2ax - 7bx - 3a + 5b) = (5ax - 3bx - a + 7b)(3ax + 2bx - 4a - b) - b^2x(227\frac{3}{4}x - 164\frac{3}{4}) + 19\frac{1}{4}a^2 - b(76\frac{1}{4}a - 14\frac{1}{2}b)$

551) $(7\frac{1}{2}ax + 37\frac{1}{2}bx - 7\frac{1}{4}a + 12\frac{1}{2}b)(2ax - 4bx - 3a + 5b) - 103\frac{1}{2}b^2x = (5ax - 2bx - 3a + 4b) \cdot (3ax + 9bx - 4a - 5b) - 3b^2(39x^2 - 27\frac{1}{2}) - a(2\frac{1}{4}a + 88\frac{3}{4}b)$

552) $(7\frac{1}{2}ax + 41\frac{3}{4}bx - 12\frac{1}{4}a + 17b)(2ax - 7bx - 3a + 5b) - 16\frac{3}{4}a^2 = (5ax - 3bx - a + 7b)(3ax + 2bx - 4a - b) - b^2x(251\frac{1}{4}x - 97\frac{3}{4}) + 92b^2 - ab(2x + 105\frac{1}{4})$

553) $(10ax + 28\frac{1}{2}bx - 3a + 25b)(2ax - 5bx - 4a + 7b) + 13a^2 = (5ax - 7bx - 2a + 3b)(4ax + 3bx - 2a - b) - b^2x(106\frac{1}{2}x - 83\frac{1}{2}) - 2b(76a - 89b)$

554) $(5ax + 51bx - 24\frac{1}{2}a + 37b)(2ax - 8bx - 6a + 3b) - 84a^2 = (5ax - 4bx - 3a + 2b)(2ax + 7bx - 9a - 8b) - b^2x(350x + 149) + 127b^2 - ab(333\frac{1}{2} - 21x)$

555) $(4\frac{4}{9}ax + 9\frac{49}{81}bx - 1\frac{10}{81}a + 32\frac{592}{729}b)(9ax - 10bx - 11a + 7b) - 259\frac{499}{729}b^2 = (5ax - 7bx + 9a + 10b)(8ax + 7bx - 10a - 3b) + \frac{1}{81}b^2x(1859x - 22265\frac{7}{9}) - a(340\frac{581}{729}b - 30\frac{29}{81}a)$

556) $9a^2x^2 - 3ax(4c - 5a) - 2c(5a - 2c) = 2bx(5a + 2bx)$

557) $9a^2x(x - 1) - 5bx(5bx + 4c) = 4c^2 - 3a(5bx + 2c)$

558) $9a^2x(x - 1) - ab(3 - 2x) + 2a^2 = b^2(x^2 + 3x + 2)$

559) $2a^2(2x^2 - 7x + 6) - 5b^2x(4x - 10) = 21b^2 - 7ab(2\frac{5}{7} - 1\frac{6}{7}x)$

560) $9a^2x(x - 3) + ab(x + 1) = 4b^2x^2 - 2b^2(11x - 15) - 20a^2$

561) $b^2(70x - 49 - 25x^2) - ab(5x - 7) = 2a^2(7x - 2x^2 - 6)$

562) $2a^2(2x^2 - 7x + 6) - 25b^2x(x - 2) = b(13ax + 21b) - 19ab$

563) $b^2(32x - 16x^2 - 15) - 4ab(x + 1) = a^2(24x - 4x^2 - 35)$

564) $a^2(4x^2 + 21 - 20x) - ab(30x - 33) = b^2(49x^2 - 63x + 20)$

565) $b^2(40x - 21 - 16x^2) - ab(23 - 16x) = a^2(27x - 20 - 9x^2)$

566) $a^2(9x^2 + 21x + 10) - ab(18x - 29) = b^2(4x^2 - 20x + 21)$

567) $3a^2x(3x - 2) - 2c(9bx + 10c) = 4bx(bx - a) - ac(3x + 8)$

568) $2ax(2ax - c) - 5a(2ax - 3c) = 3(3b^2x^2 + 2c^2) - 15bx(a - c)$

569) $2a^2x(2x - 7) - b^2x(9x - 24) = a(13bx - 19b - 10a) + 15b^2$

570) $5a^2x(5x - 3) - 2ax(5c - 3b) = c(24bx + 35c) + 4b^2x^2 - 21ac$

571) $3a^2x(3x - 5) - 4(4b^2x^2 - 5ax) = 4c(7bx + 3c) - ax(20b - 3c)$

572) $3a^2x(3x - 2) - cx(28b - 9a) = 2c(5c - 2a) - 8bx(a - 2bx)$

573) $a^2(9x^2 + 35) - 2b^2x(2x + 1) = ab(19x - 29) - 6(b^2 - 6a^2x)$

574) $9a^2x(x - 1) - 2bx(2bx + 7c) + 2c(3a - 5c) + 3ax(2b + 3c) = 0$

575) $$\frac{3bx^2 - 0{,}9ax + \frac{2}{15}b}{15ab - 9b^2} - \frac{1\frac{1}{2}ax^2 + 8\frac{1}{6}bx + 12\frac{14}{15}a}{25a^2 - 15ab} + \frac{\frac{9}{25}a + 3\frac{4}{15}b}{6ab} = 0$$

576) $$\frac{4bx^2 - \frac{2}{7}ax + \frac{1}{45}b}{15ab - 27b^2} - \frac{7ax^2 + 8\frac{1}{6}bx + 3\frac{7}{18}a}{35a^2 - 63ab} + \frac{\frac{4}{35}a + \frac{7}{9}b}{6ab} = 0$$

577) $$\frac{11bx^2 - \frac{2}{3}ax + 1\frac{1}{14}b}{15ab - 35b^2} - \frac{6ax^2 + 0{,}9bx + \frac{2}{21}a}{9a^2 - 21ab} + \frac{\frac{4}{15}a + \frac{9}{35}b}{6ab} = 0$$

578) $$\frac{18bx^2 - 2\frac{2}{3}ax + 17b}{10ab - 35b^2} - \frac{8ax^2 + 4{,}9bx + 6a}{6a^2 - 21ab} + \frac{1\frac{3}{5}a + 1\frac{2}{5}b}{6ab} = 0$$

579) $$\frac{13bx^2 - 7ax + 3b}{12ab - 20b^2} - \frac{5ax^2 + \frac{9}{14}bx - 4\frac{151}{210}a + 1\frac{2}{7}b}{6a^2 - 10ab} + \frac{4\frac{1}{12}a - \frac{9}{20}b}{7ab} = 0$$

580) $$\frac{3bx^2 - 3\frac{1}{8}ax + \frac{3}{4}b}{6ab - 9b^2} - \frac{6bx - ax^2 - 1\frac{1}{4}a}{8a^2 - 12ab} + \frac{4\frac{1}{6}a + 4b}{8ab} = 0$$

581) $$\frac{11\frac{1}{3}bx^2 - 9ax + 3b}{12ab - 20b^2} - \frac{7ax^2 + \frac{1}{3}bx - 8\frac{4}{5}a}{9a^2 - 15ab} + \frac{6\frac{3}{4}a + \frac{1}{5}b}{9ab} = 0$$

582) $$\frac{1\frac{1}{2}bx^2 - 0{,}1ax + \frac{3}{4}b}{6ab - 9b^2} - \frac{2ax^2 + 1\frac{1}{2}bx + 2a}{10a^2 - 15ab} + \frac{\frac{1}{6}a + b}{10ab} = 0$$

583) $$\frac{5bx^2 - ax - 7\frac{5}{12}b}{9ab - 12b^2} - \frac{ax^2 + 8\frac{1}{6}bx + \frac{7}{24}a}{6a^2 - 8ab} + \frac{1\frac{1}{3}a + 12\frac{1}{4}b}{12ab} = 0$$

584) $$\frac{2\frac{5}{8}x^2 - \frac{33}{40}x - \frac{3}{4}}{15a^2 - 21ab} - \frac{\frac{5}{8}x - 1\frac{1}{4}x^2 + \frac{41}{56}}{15ab + 21b^2} = \frac{(49x + \frac{14}{15})b^2x - (16\frac{3}{7} - 16\frac{2}{3}x^2)a^2}{200a^3b - 392ab^3}$$

585) $$\frac{2x^2 - \frac{83}{175}x - \frac{10}{21}}{10a^2 - 12ab} - \frac{0{,}8x - \frac{2}{3}x^2 + \frac{53}{126}}{10ab + 12b^2} = \frac{(42x + 2\frac{1}{15})b^2x - (13\frac{13}{36} - 11\frac{2}{3}x^2)a^2}{175a^3b - 252ab^3}$$

586) $$\frac{1\frac{5}{7}x^2 - \frac{51}{175}x - \frac{20}{49}}{10a^2 - 14ab} - \frac{\frac{107}{343} + \frac{8}{35}x - 1\frac{1}{7}x^2}{10ab + 14b^2} = \frac{(42x - 1\frac{7}{50})b^2x - (11\frac{45}{98} - 20x^2)a^2 - abx^2}{175a^3b - 343ab^3}$$

587) $$\frac{2x^2 + \frac{52}{245}x - 0{,}6}{21a^2 - 12ab} - \frac{\frac{3}{7}x - 3x^2 + 1{,}1}{21ab + 12b^2} + \frac{(13\frac{1}{3}x + 3\frac{61}{147})b^2x - (14\frac{5}{6} - 35x^2)a^2}{245a^3b - 80ab^3}$$

588) $$\frac{2x^2 + \frac{142}{343}x + \frac{6}{7}}{14a^2 + 4ab} - \frac{6\frac{2}{7}x^2 + \frac{15}{49}x + 2\frac{13}{14}}{14ab - 4b^2} = \frac{(\frac{5}{49} - 14x)b^2x - (74\frac{3}{4} + 154x^2)a^2}{343a^3b - 28ab^3}$$

589) $$\frac{5x^2 - \frac{117}{343}x - 1\frac{4}{7}}{21a^2 - 15ab} - \frac{\frac{36}{49}x - 6\frac{3}{7}x^2 + 1\frac{2}{7}}{21ab + 15b^2} = \frac{(58\frac{1}{3}x + 4\frac{52}{147})b^2x - 7a^2(6 - 15x^2)}{343a^3b - 175ab^3}$$

590) $$\frac{4x^2 - \frac{106}{363}x - 1\frac{5}{21}}{88a^2 - 56ab} - \frac{\frac{4}{11}x - 5\frac{1}{3}x^2 + 3\frac{30}{49}}{88ab + 56b^2} = \frac{(10\frac{1}{2}x + 7\frac{347}{968}b^2x - (15\frac{255}{392} - 22x^2)a^2}{363a^3b - 147ab^3}$$

591) $$\frac{1\frac{7}{9}x^2 - \frac{52}{441}x - \frac{8}{11}}{28a^2 - 44ab} - \frac{\frac{20}{63}x - \frac{7}{9}x^2 + \frac{559}{1089}}{28ab + 44b^2} = \frac{(44x + 11\frac{4}{49})b^2x - (11\frac{41}{484} - 12\frac{1}{4}x^2)a^2}{441a^3b - 1089ab^3}$$

592) $$\frac{\frac{6}{7}x^2 - \frac{41}{112}x - \frac{9}{11}}{40a^2 - 55ab} - \frac{\frac{3}{14}x - \frac{3}{7}x^2 + \frac{515}{847}}{40ab + 55b^2} = \frac{(13{,}2x + 3\frac{29}{80})b^2x - (10\frac{98}{121} - 4{,}8x^2)a^2}{448a^3b - 847ab^3}$$

593) $x^2 - \dfrac{5a^3 + 9a^2b - 4b^3}{5ac(3a - 2b)}x = \dfrac{ab(3a + 2b)}{5c^2(2b - 3a)}$

594) $\dfrac{c^2x^2}{105} - \dfrac{a^2(cx - 5a)}{35b} = \dfrac{5a^2 - 7b^2}{21} - \dfrac{b(bcx - 3a^2)}{15a}$

595) $\dfrac{x + 1}{a^3} - \dfrac{2x - 8}{a^2x - a^2} = \dfrac{(5 - 6a)^2}{ax - a} - \dfrac{2}{a} - \dfrac{a - 14}{x - 1}$

596) $\dfrac{5ax - 2a}{4bx - 6b} + \dfrac{2bx + b}{10ax + 16a} = \dfrac{10x^2 + x - 13}{(5x + 8)(2x - 3)}$

597) $\dfrac{3x - 5a}{2b^2} - \dfrac{5a + 5b}{bx - 4b^2} + \dfrac{x + 11a}{6a^2} = \dfrac{3x - 4a}{3ab}$
$- \dfrac{12b}{ax - 4ab} - \dfrac{6ax - 4bx}{abx - 4ab^2}$

598) $\dfrac{1\frac{7}{9}x^2 - 1\frac{7}{9}x - \frac{7}{9}}{6a^2 - 10ab} - \dfrac{\frac{1}{3}x^2 + 1\frac{5}{9}x + \frac{2}{3}}{6ab + 10b^2} =$
$\dfrac{(40x - 17\frac{1}{2})b^2x - (18 + 4\frac{1}{2}x^2)a^2}{81a^3b - 225ab^3}$

599) $\dfrac{\frac{5}{7}x^2 + \frac{51}{56}x - 1}{12a^2 - 15ab} - \dfrac{\frac{1}{2}x - \frac{2}{7}x^2 + \frac{17}{35}}{12ab + 15b^2} =$
$\dfrac{(8\frac{1}{3}x + 13\frac{23}{24})b^2x - (6\frac{8}{15} - 2\frac{2}{3}x^2)a^2 - \frac{4}{3}abx^2}{112a^3b - 175ab^3}$

600) $\dfrac{4x^2 - \frac{62}{125}x - 1\frac{1}{3}}{20a^2 - 24ab} - \dfrac{\frac{12}{25} - 2x^2 + \frac{73}{90}}{20ab + 24b^2} =$
$\dfrac{(30x + 8\frac{39}{50})b^2x - (7\frac{23}{72} - 12\frac{1}{2}x^2)a^2}{125a^3b - 180ab^3}$

601) $\dfrac{1\frac{5}{9}x^2 - 1\frac{17}{36}x - \frac{3}{7}}{20a^2 - 35ab} - \dfrac{\frac{7}{9}x - \frac{1}{3}x^2 + \frac{85}{147}}{20ab + 35b^2} =$
$\dfrac{(19{,}6x - 9\frac{11}{20})b^2x - (8\frac{8}{49} - 2{,}4x^2)a^2}{144a^3b - 441ab^3}$

602) $\dfrac{12x^2 - \frac{17}{25}x - 1\frac{1}{6}}{15a^2 - 18ab} - \dfrac{1\frac{73}{180} + 0{,}8x - 9x^2}{15ab + 18b^2} =$
$\dfrac{(120x + 7{,}2)b^2x - (15\frac{77}{108} - 75x^2)a^2}{125a^3b - 180ab^3}$

603) $\frac{7}{8}a^{m-1}b^{1-n} - (a^2 + b)x\sqrt{a^{-1}b} - \frac{1}{3}(7a^2b - b^2)a^{-}$
$= -\frac{3}{4}bx^2 - \frac{1}{24}(8a^3b^{n-1} - 21a^{m-1})b^{1-n}$

604) $\frac{ab + a\sqrt{x}}{c\sqrt{x} - x} = \frac{cd\sqrt{x} + dx}{b - \sqrt{x}} - \frac{ex^2}{(c\sqrt{x} - x)(b - \sqrt{x})}$

605) $\sqrt{ax - 2b^2} \, . \, \sqrt{bx + a} = 0$

606) $2\sqrt{x - a} + 3\sqrt{2x} = (7a + 5x) : \sqrt{x - a}$

607) $\sqrt{3abx + a^2} \, . \, \sqrt{11a^{-1}b^{-1}c^2x - 2b^{-2}c^2} = 6ab^{-1}c$

608) $(2a^2 - b^2 - 2ax) : \sqrt{4x^2 + 4ab - 3b^2} = b$

609) $x + 2b^2 = \sqrt{\big(a(x - 3ab)(5a + 6b) + 4(7a^2 + b^2)^2}$
$\overline{- 196a^4\big)} - 3ab$

610) $x - ab = \sqrt{\big((4ab - 7a^2 - \frac{1}{2}x)^2 - a^3(17a - 5b) - \frac{1}{4}x}$
$\overline{(x - 16ab)\big)} - 2a^2$

611) $3x + 4b - 4a = 2\sqrt{\big(2x^2 - (5a - 2b)x + 12a^2}$
$\overline{- 6ab - 11b^2\big)}$

612) $2ab^2 + 2a\sqrt{bx^3 + (a^2 - b^2)x^2 + b^4 - 4a^2b^2 + 4a^4}$
$= (2a^2 - b^2)x + 4a^3$

613) $(2a^2 - ab) + \sqrt{\big((6ab - 3b^2)x^2 - (10a^2b - 2ab^2)x}$
$\overline{+ (9a^4 + 2a^3b + 2a^2b^2)\big)} = (a + b)x$

614) $ab^3x^2 + (1 + c)bd\sqrt{c} + b^2cx^2 = \big(b^3d\sqrt{c} +$
$(ab + c)(1 + c)\big)x$

615) $2a^2c^2x^2 + \frac{1}{2}(b^2 + ac)l^2\sqrt{b^3} = \big(c^2d^2\sqrt{b^3} +$
$(a^2 - 3)(b^2 + ac)\big)x + 6c^2x^2$

616) $2c^2d^{-2} + acd^{-1} - (a - b)(2c + ad)d^{-1}x =$
$(a + b)cd^{-1}x - (a^2 - b^2)x^2$

617) $4(a + c)a^{-1}b^2x^2 - \big((3a - 4c)4bx + 6bd\big) : (a - c)$
$= \big(5a^2 + (c - a)(a - 3bd)4bx\big) : a(a - c)$

618) $(4a - 5\sqrt{b})x^2 - (a^2b^4 + c^2d^2) : (4ab + 5\sqrt{b^3})$
$= \big(10(ab^2 + cd)x + 2abcd\big) : (4a + 5\sqrt{b})$

619) $\frac{(5a + 10ab^2)x^2}{9b^2 - 3a^2b^2} - \Big(\frac{5\sqrt{a} + b}{3b^3} +$
$\frac{(1 + 2b^2)cd\sqrt{c}}{3 - a^2}\Big)x + \frac{cd}{ab} \, . \, \sqrt{(a + b)c} = 0$

620) $\frac{(7a^3 + 35a^2b^2)dx^2}{b^2 - 5} + \frac{\sqrt{a^2 - b^3}}{c^2\sqrt{b^3}} =$
$\frac{2(ad + 5b^2d)x}{b^2 - 5} + \frac{7ax\sqrt{a^4 - a^2b^3}}{2c^2\sqrt{b^3}}$

621) $x\sqrt{\{(a + d^2nx) : (b + nx)\}} = c + dx$

622) $\sqrt[3]{x^3 + ax} = \sqrt{x^2 + b}$

623) $\sqrt[3]{(x^3 + 3ax^2 + 3abx + b^3)} = \sqrt{(x^2 + 2ax + b^2)}$

624) $m\sqrt{ax + b} + n\sqrt{cx + d} = e$

625) $\sqrt{x + a} + \sqrt{x + b} = \sqrt{x + a + b}$

626) $x^2 - ax + b\sqrt{x^2 - ax + c} = d$

627) $x^2 - 5x + 3\sqrt{x^2 - 5x + 2} = 26$

628) $x^2 - 2x + 6\sqrt{x^2 - 2x + 5} = 11$

629) $2x^2 + 3x - 5\sqrt{2x^2 + 3x + 9} = -3$

630) $(x^2 - 2ax + b)^2 + c(x - a)^2 = d$

631) $(x^2 - 6x + 5)^2 - 8(x - 3)^2 = 241$

632) $(x^2 - 10x + 13)^2 - 3(x - 5)^2 = -32$

633) $x^2 - ax = \frac{1}{4}\{c^2 - (a - 1)^2\} + c\sqrt{x}$

634) $x^2 - 5x = 12 + 8\sqrt{x}$

635) $x^2 - 7x = 72 + 18\sqrt{x}$

636) $x^2 - 11x = 24 + 14\sqrt{x}$

637) $\frac{a^2x^2}{b} + \frac{a^2c^2 - e^2}{x^2} + \frac{2a^2c}{b} = d^2 + \frac{2de}{x}$

638) $x^2 - \frac{15}{x^2} - 14 = 4 + \frac{32}{x}$

639) $\frac{49x^2}{4} + \frac{48}{x^2} - 49 = 9 + \frac{6}{x}$

640) $\frac{25x^2}{4} - 50 - \frac{1344}{x^2} = 49 + \frac{532}{x}$

641) Man finde jenen Wert von λ, durch welchen jede der nachfolgenden Gleichungen zwei gleiche Wurzeln erhält:

1) $2x^2 + 2x + \lambda = 0$
2) $3x^2 + 5x - \lambda = 0$
3) $4\lambda x^2 - 5x + 6 = 0$
4) $123\lambda x^2 - 234x + 345 = 0$
5) $3x^2 + 2\lambda x + 5 = 0$
6) $x^2 - 2(\lambda - 5)x + \lambda^2 = 0$
7) $\lambda x^2 - (57 + \lambda)x + 13\lambda + 4 = 0$
8) $(x - 2\lambda)^2 - (x - 5\lambda)(x - 8\lambda) + (x - 6\lambda)^2 = 81$
9) $ax^2 + 2\lambda x + c = 0$
10) $(ax - \lambda)^2 + 2b\lambda x + c^2 = 0$

642) Je zwei zusammengehörige Gleichungen haben eine gemeinsame Wurzel; wie heißt dieselbe und wie heißen die nicht gemeinsamen Wurzeln?

1) $x^2 - 12x + 35 = 0$ und $x^2 - 13x + 40 = 0$

2) $x^2 + 3x - 54 = 0$ und $x^2 - 2x - 99 = 0$

3) $x^2 - 1{,}1x + 0{,}3 = 0$ und $15x^2 - 14x + 3 = 0$

4) $24x^2 + 2x - 15 = 0$ und $42x^2 + 65x + 25 = 0$

5) $x^2 - \frac{145}{72}x + 1 = 0$ und $81x^2 - 135x + 56 = 0$

6) $x^2 + \frac{ac+b^2}{bc}x + \frac{a}{c} = 0$ und $acx^2 - (c^2 - ab)x - bc = 0$

643) Wie groß ist der unbestimmt gelassene Koeffizient λ, wenn die Gleichungen

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ und } a'x^2 + b'x + c' = 0$$

eine gemeinsame Wurzel haben?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
$a =$	1	1	42	3	3	λ	λ	1	2
$b =$	$-2{,}6\lambda$	-2λ	λ	-10	-4	-61	$-\frac{1}{6}$	λ	$-\lambda$
$c =$	22	-5	30	λ	$\frac{\lambda}{4}$	30	$\frac{1}{72}$	21	$-\frac{900}{49}$
$a' =$	2	2	30	2	4	λ	5λ	1	7
$b' =$	$-\lambda$	-3λ	λ	-7	$\frac{32}{3}$	-71	$\frac{31}{12}$	-8	3
$c' =$	2	-20	42	λ	$-\lambda$	42	$-\frac{1}{2}$	15	-10

IV. Gleichungen vom zweiten Grad mit mehreren Unbekannten.

1) $10x + y = 3xy$
$y - x = 2$

2) $y^3 = \frac{1}{2}xy$
$x - y = 15$

3) $y^4 = \frac{1}{7}xy^2$
$x - 17y = 12$

4) $x + 2y = 30$
$y^2 - 10x = 10y + 36$

5) $5x + 5y = 13x - 13y$
$x + y^2 = 25$

6) $2x + 3y = 17$
$xy = 12$

7) $5x - 3y = 23$
$xy = 28$

8) $3x + 5y = 31$
$xy + y^2 = 18$

9) $2x + 3y = 27$
$5xy - 7y^2 = -25$

10) $4x + 7y = 47$
$2xy + 3y^2 = 105$

11) $2x + 3y = 23$
$x^2 + 3xy + 2y^2 = 130$

12) $7x - 3y = 5$
$3x^2 + 4xy + 5y^2 = 81$

13) $3x - 7y = 5$
$2x^2 - 11xy + 3y^2 = -9$

14) $3xy + 4x - 5y = 28$
$6xy - 7x + 8y = 83$

15) $x + y = a$
$x + xy = b$

$a =$	12	20	23	26
$b =$	40	108	128	162

16) $xy + x = a$
$xy - y = b$

$a =$	18	35	48	72
$b =$	10	24	35	56

17) $x + xy = a$
$bx + cy = dxy$

$a =$	8	8	15	24
$b =$	9	9	5	3
$c =$	2	4	3	4
$d =$	4	5	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{16}{21}$

18) $x^2 + ax = y^2 - b$
$y^2 - x^2 = y + c$

$a =$	7	8	5	6
$b =$	5	16	45	26
$c =$	26	33	56	47

19) $18x : y = 8y : x$
$3xy + 2x + y = 485$

20) $ax : y = by : x$
$cxy + dx + ey = f$

21) $a_1x + b_1y = c_1$
$a_2x^2 + b_2y^2 = c_2$

$a_1 =$	5	2	2	2
$b_1 =$	3	−3	3	7
$c_1 =$	13	4	19	23
$a_2 =$	3	3	5	4
$b_2 =$	2	−2	−2	3
$c_2 =$	14	67	107	31

22) $x + y = a$
$xy = b$

$a =$	78	99	110	135
$b =$	1485	2268	2925	3744

23) $ax^2 - 2bx + cdy^2 + 4dy = ad$
$a^2x^2 - abx + acdy^2 + ady = a^2d + 2b^2$

24) $5x - 3y = 1;\quad 2y^2 - x^2 - 3xy + 10x - 5y = 1$
25) $5x - 4y = 8;\quad 4x^2 + 3y^2 - 7xy + 7x - 5y = 20$
26) $6x - 11y = 3;\quad 5x^2 + 9y^2 - 14xy + 11x - 19y = 18$
27) $3x - 2y = 3;\quad 7y^2 - 11x^2 - 3xy + 38x - 8y = 29$
28) $5x - 3y = 1;\quad 5y^2 - 2x^2 - 7xy + 7x - 2y = 3$
29) $3x - 2y = 11;\quad 4y^2 - x^2 - 5xy + 42x - 3y = 145$
30) $4x - 5y = 1;\quad 4y^2 - x^2 - 2xy + 4x - 3y = 3$
31) $6x - 5y = 5;\quad 11y^2 - 5x^2 - 9xy + 22x - 3y = 20$
32) $5x - 3y = 13;\quad 7x^2 + 6y^2 - 8xy + 45x - 2y = 328$
33) $3x - 4y = 4;\quad 4x^2 + 9y^2 - 12xy + 6x - 5y = 18$
34) $7x - 4y = 13;\quad 5y^2 - 10x^2 - 3xy + 49x - 2y = 55$
35) $3x - 2y = 1;\quad 4x^2 + 2y^2 - 5xy + 9x - 6y = 11$
36) $5x - 3y = 16;\quad 4x^2 + 3y^2 - 7xy + 20x - 3y = 113$
37) $5x - 3y = 1;\quad x^2 + 4y^2 - 7xy + 6x - 3y = 1$
38) $5x - 7y = 2;\quad 5x^2 + 9y^2 - 13xy + 13x - 19y = 14$
39) $5x - 3y = 1;\quad 9y^2 - 5x^2 - 11xy + 29x - 13y = 14$
40) $7x - 8y = 5;\quad 3x^2 + 11y^2 - 13xy + 10x - 6y = 11$
41) $4x - 3y = 6;\quad 2x^2 + 3y^2 - 5xy + 5x - 2y = 11$
42) $4x - 3y = 7;\quad 5x^2 + 6y^2 - 11xy + 8x - 5y = 19$
43) $7x - 2y = 4;\quad 5y^2 - 50x^2 - 3xy + 66x - 2y = 17$
44) $6x - 5y = 1;\quad 2x^2 + 3y^2 - 5xy + 8x - 7y = 31$
45) $9x - 5y = 2;\quad 7y^2 - 6x^2 - 9xy + 30x - 15y = 1$
46) $5x - 3y = 9;\quad x^2 + 4y^2 - 7xy + 21x - 5y = 36$
47) $2x - 3y = 1;\quad 2x^2 + 5y^2 - 3xy - x - 7y = 24$
48) $3x - 5y = 4;\quad 3x^2 + 5y^2 - 7xy + x - 3y = 11$
49) $7x - 3y = 6;\quad 11y^2 - 43x^2 - 7xy + 95x - 3y = 53$
50) $5x - 3y = 16;\quad 7y^2 - 12x^2 - 4xy + 111x - 5y = 243$
51) $4x - 3y = 6;\quad 5y^2 - 3x^2 - 4xy + 23x - 3y = 32$
52) $5x - 2y = 11;\quad 7y^2 - 35x^2 - 3xy + 180x - 2y = 231$
53) $4x - 3y = 11;\quad x^2 + 5y^2 - 7xy + 26x - 3y = 86$
54) $4x - 3y = 6;\quad x^2 + 2y^2 - 3xy + 6x - 3y = 11$
55) $4x - 3y = 1;\quad 7y^2 - 9x^2 - 2xy + 12x - 5y = 14$
56) $5x - 2y = 7;\quad 3y^2 - 7x^2 - 4xy + 6x - 6y = -69$
57) $5x - 3y = 16;\quad 2x^2 + 3y^2 - 5xy + 27x - 2y = 131$
58) $5x - 4y = -1;\quad x^2 + 2y^2 - 3xy + 4x - 4y = 1$
59) $3x - 4y = 1;\quad 4x^2 + 3y^2 - 7xy + 3x - 5y = 22$

60)	$5x^2 - 6xy + 7y^2 = 93$	$7x^2 - 8xy + 10y^2 = 135$
61)	$5x^2 - 13xy + 3y^2 = 75$	$9x^2 - 23xy + 5y^2 = 139$
62)	$5x^2 - 11xy - 3y^2 = -143$	$11x^2 - 23xy - 7y^2 = -297$
63)	$5x^2 - 7xy + 3y^2 = 15$	$9x^2 - 12xy + 5y^2 = 29$
64)	$7x^2 - 13xy + 5y^2 = -5$	$6x^2 - 11xy + 4y^2 = -6$
65)	$7x^2 - 11xy + 5y^2 = 55$	$6x^2 - 9xy + 4y^2 = 46$
66)	$14x^2 - 19xy + 8y^2 = 221$	$19x^2 - 26xy + 11y^2 = 296$
67)	$17x^2 - 26xy + 5y^2 = 12$	$21x^2 - 32xy + 6y^2 = 11$
68)	$5x^2 - 18xy + 14y^2 = 125$	$15x^2 - 53xy + 39y^2 = 315$
69)	$3x^2 + 7xy - 2y^2 = 36$	$8x^2 + 19xy - 5y^2 = 101$
70)	$5x^2 - 13xy - 4y^2 = -21$	$12x^2 - 31xy - 10y^2 = -50$
71)	$5x^2 - 13xy - 4y^2 = -64$	$7x^2 - 18xy - 6y^2 = -89$
72)	$5x^2 - 7xy + 3y^2 = 9$	$19x^2 - 27xy + 11y^2 = 23$
73)	$3x^2 - 11xy + 7y^2 = -7$	$5x^2 - 17xy + 11y^2 = -1$
74)	$5x^2 - 7xy + 3y^2 = 15$	$13x^2 - 19xy + 7y^2 = 31$
75)	$5x^2 - 4xy + 3y^2 = 59$	$9x^2 - 6xy + 5y^2 = 117$
76)	$7x^2 - 13xy + 8y^2 = 22$	$6x^2 - 11xy + 7y^2 = 21$
77)	$5x^2 - 9xy + 7y^2 = 53$	$13x^2 - 23xy + 17y^2 = 133$
78)	$2x^2 - 3xy + 5y^2 = 76$	$11x^2 - 16xy + 28y^2 = 427$
79)	$9x^2 - 13xy + 23y^2 = 333$	$11x^2 - 16xy + 28y^2 = 403$
80)	$3x^2 - 11xy - 2y^2 = -108$	$12x^2 - 43xy - 9y^2 = -426$
81)	$5x^2 - 13xy + 7y^2 = -25$	$6x^2 - 15xy + 9y^2 = 9$
82)	$3x^2 - 7xy - 4y^2 = -31$	$14x^2 - 29xy - 19y^2 = -124$
83)	$5x^2 - 3xy + 2y^2 = 20$	$19x^2 - 11xy + 7y^2 = 73$
84)	$13x^2 - 9xy + 16y^2 = 575$	$9x^2 - 6xy + 11y^2 = 401$
85)	$11x^2 - 7xy + 5y^2 = 77$	$16x^2 - 10xy + 7y^2 = 112$
86)	$3x^2 - 20xy + 7y^2 = 15$	$7x^2 - 48xy + 19y^2 = 11$
87)	$7x^2 - 12xy - 3y^2 = -113$	$3x^2 - 6xy - y^2 = -61$
88)	$11x^2 - 14xy + 15y^2 = 387$	$17x^2 - 22xy + 23y^2 = 585$
89)	$2x^2 + 3xy - 5y^2 = -129$	$13x^2 + 19xy - 31y^2 = -779$
90)	$5x^2 - 11xy - 3y^2 = 195$	$13x^2 - 28xy - 8y^2 = 517$
91)	$7x^2 - 5xy + 9y^2 = 57$	$15x^2 - 9xy + 19y^2 = 127$
92)	$7x^2 - 8xy + 3y^2 = 27$	$11x^2 - 13xy + 4y^2 = 37$
93)	$5x^2 - 11xy + 6y^2 = 68$	$8x^2 - 16xy + 9y^2 = 137$
94)	$13x^2 - 7xy + 11y^2 = 343$	$20x^2 - 11xy + 16y^2 = 500$
95)	$4x^2 - 11xy - 5y^2 = -30$	$11x^2 - 29xy - 14y^2 = -71$

96) $x^2y + xy^2 = a$
$bx + by = cxy$

$a =$	30	308	810	2268
$b =$	6	28	18	36
$c =$	5	11	5	7

97) $x + y = a$
$x^3 + y^3 = b$

$a =$	6	12	20	28
$b =$	72	756	3500	5572

98) $x + y = a$
$x^4 + y^4 = b$

$a =$	20	23	24
$b =$	21202	38561	85922

99) $x + y = a$
$x^5 + y^5 = b$

$a =$	8	11	13
$b =$	3368	17831	35893

100) $x + y = a$
$x^3 + y^3 = bxy$

$a =$	5	7	11	11
$b =$	$5\frac{5}{6}$	$7\frac{7}{12}$	$11\frac{1}{30}$	$14\frac{15}{28}$

101) $x^3 + y^3 = a$
$xy(x + y) = b$

$a =$	370	468	855	2926
$b =$	210	420	840	2574

102) $x^3 = y^3 = a$
$xy(x - y) = b$

$a =$	56	61	988	1981
$b =$	16	20	308	546

103) $(x-y)(x^2+y^2)=a$
$(x - y)xy = b$

$a =$	13	195	1832	2165
$b =$	6	84	884	1020

104) $ax - by = c$
$a^3x^3 - b^3y^3 = dxy$

105) $(x + y)(x^2 + y^2) = a$
$(x + y)xy = b$

$a =$	888	2055	4893	6647
$b =$	420	660	2184	2760

106) $x + y = xy$
$xy = x^2 - y^2$

107) $x + y = xy$
$x^2 + y^2 + x + y = 0$

108) $x + y = \frac{1}{2}y^2$
$x^2 + y^2 = y^3$

109) $(x + y + a)^2 + (x - y + a)^2 = b$
$x^2 - y^2 = c$

110) $xy + xy^2 = a$
$x + xy^3 = b$

$a =$	18	60	140	270
$b =$	27	140	455	1134

111) $x + y = a$
$x^3y + xy^3 = b$

$a =$	11	13	17
$b =$	1820	3560	10362

112) $x^2 + y^2 + x + y = a$
$xy = b$

$a =$	18	76	162	212
$b =$	6	28	72	84

113) $x^2 + y^2 + x + y = a$
$x + y = xy$

$a =$	$32\frac{13}{16}$	$44\frac{16}{25}$	$74\frac{22}{49}$	$92\frac{25}{64}$

114) $x^2 + y^2 - x - y = a$
$xy + x + y = b$

$a =$	78	198	212	344
$b =$	39	111	125	179

115) $x^2+y^2+xy=a(x+y)$
$x^2+y^2-xy=b(x-y)$

$a =$	7	$15\frac{6}{7}$	$8\frac{5}{11}$	$10\frac{11}{14}$
$b =$	9	39	$12\frac{1}{3}$	$15\frac{1}{4}$

116) $x^2+ax+by=c-2xy$
$y^2+ay+bx=d$

$a =$	3	5	7	4
$b =$	1	4	3	9
$c =$	73	92	243	197
$d =$	44	44	216	141

117) $x^2+y^2+x-y=a$
$(x^2+y^2)(x-y)=b$

$a =$	102	132	194	282
$b =$	485	1220	1665	1385

118) $a(x+y)+b(x^2+y^2)=c$
$a'xy+b'(x^2+y^2)=c'$

$a =$	5	7	4	6	$a' =$	3	9	5	8
$b =$	2	—2	3	5	$b' =$	4	4	—2	3
$c =$	108	1	227	319	$c' =$	181	104	28	271

119) $ax=by$
$4a^2x^2=(c+x+y)(c+x-y)(c-x+y)(x-c+y)$

120) $a_1x^2+2b_1xy+c_1y^2=d_1$
$a_2x^2+2b_2xy+c_2y^2=d_2$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a_1 =$	3	1	1	10	3	5	5	6
$b_1 =$	—2	$1\frac{1}{2}$	$-2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	—2	—3	—3	$-3\frac{1}{2}$
$c_1 =$	5	2	—2	7	5	4	7	5
$d_1 =$	33	63	12	232	23	44	71	32
$a_2 =$	5	2	5	16	6	7	7	5
$b_2 =$	—3	$-5\frac{1}{2}$	7	$-1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$-4\frac{1}{2}$	$-4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$c_2 =$	7	30	12	9	—7	5	11	4
$d_2 =$	47	60	4	424	56	49	103	115

121) $(1+y+y^2)x=a$
$(1+y^2+y^4)x^2=b$

$a =$ 147 171 186 $b =$ 13377 22059 23436

122) $(1+y+y^2+y^3)x=a$
$(1+y^2+y^4+y^6)x^2=b$

$a =$ 150 200 255 $b =$ 4165 20500 39321

123) $(1-y-y^2+y^3)x=a$
$(1-y^2-y^4+y^6)x^2=b$

$a =$ 27 112 135 $b =$ 3645 31360 34425

124) $x^2y+xy^2=a$
$x^4y^2+x^2y^4=b$

$a =$ 84 180 210 $b =$ 3600 16400 25578

125) $x + y = a$

$x^5 + x^3y^2 + x^2y^3 + y^5 = b$

$a =$ 4 5 6 7 $b =$ 280 455 3276 2275

126) $(x^2 + y^2)(x + y) = axy$

$(x^4 - y^4)(x^2 + y^2) = bx^2y^2$

$a =$ $7\frac{1}{2}$ $10\frac{5}{6}$ $31\frac{1}{5}$ 20,3 $b =$ $18\frac{3}{4}$ $23\frac{17}{36}$ $648\frac{24}{25}$ 176,61

127) $(x^2 - y^2)(x - y) = axy$

$(x^4 - y^4)(x^2 - y^2) = bx^2y^2$

$a =$ 3 $\frac{5}{6}$ $19\frac{1}{5}$ 6,3 $b =$ 45 $9\frac{1}{36}$ $599\frac{1}{25}$ 127,89

128) $(x + y)(1 + xy + x^2y + xy^2 + x^2y^2) + xy = a$

$xy(x + y)(x + y + xy)(x + y + xy + x^2y + xy^2) = b$

129) $2x - 3y = 7a$

$5y + 3\sqrt{(3x - 7y - 3a)^2 - (5x - 2a)^2} = 4x + 5a$

130) $x - 3y = a$

$5a + 3\sqrt{(3x - 5y - 5a)^2 - (x - 3y - a)^2 + (2y + a)^2}$
$= 5x - 3y$

131) $x - 2y = 3b$

$2\sqrt{(x - 2y - 3b)^2 + (2x - 3y)^2 - 20ab} + 5y$
$+ 18b = a + 3x$

132) $x + 3y = 4a$

$3\sqrt{(4x + 13y - 17a)^2 + (2y + 7b)^2 - 4b^2} +$
$15a - 16y = 5x + 11b$

133) $x - 2y = 3b$

$3\sqrt{(x + y)^2 + (2x - 3y - 5b)^2 + (x - 2y - 3b)^2 - 6a^2}$
$- x = a + 2b + 3y$

134) $x + \sqrt{xy} + y = a$

$x^2 + xy + y^2 = b$

$a =$ 19 49 39 79 $b =$ 133 931 741 2923

135) $x^2 + y\sqrt{xy} = a$ $y^2 + x\sqrt{xy} = b$

$a =$ 9 336 665 760 $b =$ 18 112 266 456

136) $\sqrt{\frac{ax}{x + y}} + \sqrt{\frac{x + y}{ax}} = b$

$xy + c(x + y) = d$

$a =$ 5 3 60 132 $c =$ 1 -1 2 5

$b =$ 2 2 $5\frac{1}{5}$ $6\frac{1}{6}$ $d =$ 84 54 59 79

137) $\sqrt{\dfrac{ax - by}{cx}} + \sqrt{\dfrac{cx}{ax - by}} = d$

$x^2 - e = (fy - g)x$

$a = 3 \quad 23 \quad 49 \quad 104 \qquad e = 18 \quad -88 \quad 10 \quad 18$

$b = 2 \quad 4 \quad 5 \quad 3 \qquad f = 4 \quad 3 \quad 7 \quad 2$

$c = 2 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \qquad g = 9 \quad 11 \quad 4 \quad 17$

$d = 2 \quad 3\tfrac{1}{3} \quad 4\tfrac{1}{4} \quad 5\tfrac{1}{5}$

138) $\sqrt{x - y} + a\sqrt{x + y} = (x - b) : \sqrt{x - y}$

$x^2 + y^2 = cy$

$a = \tfrac{1}{2} \quad \tfrac{1}{4} \quad \tfrac{1}{6} \quad \tfrac{2}{5} \qquad c = 2\tfrac{4}{15} \quad 22\tfrac{2}{3} \quad 38\tfrac{4}{5} \quad 44\tfrac{1}{8}$

$b = 1 \quad 4 \quad 3 \quad 2$

139) $x + y - \sqrt{\dfrac{x + y}{x - y}} = \dfrac{a}{x - y}$

$x^2 + y^2 = b$

140) $\dfrac{x + y}{x - y} - \dfrac{x - y}{x + y} = a$

$\dfrac{\sqrt{x - y}}{x^2} + \dfrac{1}{x} = \dfrac{b}{\sqrt{x - y}}$

$a = 4\tfrac{4}{5} \quad 2\tfrac{1}{10} \quad \tfrac{88}{117} \quad \tfrac{208}{153} \qquad b = \tfrac{4}{9} \quad \tfrac{18}{49} \quad \tfrac{42}{121} \quad \tfrac{48}{169}$

141) $x(x + y) = a - \sqrt{x^2 + xy + b}$

$\dfrac{x + \sqrt{x^2 - y^2}}{x - \sqrt{x^2 + y^2}} = c - \dfrac{x - \sqrt{x^2 - y^2}}{x + \sqrt{x^2 - y^2}}$

$a = 52 \quad 251 \quad 567 \quad 343 \qquad c = 4\tfrac{1}{4} \quad 25\tfrac{1}{25} \quad 3\tfrac{31}{225} \quad 3\tfrac{25}{36}$

$b = 4 \quad 55 \quad -15 \quad -1$

142) $y^2 + \dfrac{y}{x} = \dfrac{a}{x^2} \qquad \dfrac{x^4}{b} + \dfrac{x^2}{cy} = \dfrac{d}{y^2}$

$a = 42 \quad 42 \quad 42 \quad 156 \qquad c = 2 \quad 3 \quad 3 \quad 6$

$b = 3 \quad 6 \quad 4 \quad 4 \qquad d = 54 \quad 28 \quad 87 \quad 330$

143) $a^2x^4 - 2abx^2y^2 + b^2y^4 - anx^2 + bny^2 = c$

$d^2y^4 - 2dexy^2 + e^2x^2 = f^2$

144) $x^4 - 6x^2y^2 + 9y^4 - x^2 + 3y^2 = 132$

$y^4 - 10xy^2 + 25x^2 = 1$

145) $9x^4 - 12x^2y^2 + 4y^4 - 39x^2 + 26y^2 = 1290$

$9y^4 - 60xy^2 + 100x^2 = 4$

146) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2} = a$

$x - y = b$

$a = 6\frac{3}{4} \quad 12\frac{4}{9} \quad 20\frac{5}{16} \quad 30\frac{6}{25} \qquad b = 2 \quad 4 \quad 9 \quad 12$

147) $(a^2 - b^2)x^2 - y^2 = 2bxy$

$\frac{x^8}{y^4} - \frac{c}{x^4} = \frac{x^2}{y^2}$

148) $\frac{x^2 + y^3}{y^2} + 2x = a - \frac{x + y^3}{y}$

$b + x = cy^2$

$a = 17\frac{1}{9} \quad 15\frac{3}{4} \qquad b = 34 \quad 17 \qquad c = 4 \quad 5$

149) $\frac{y + x}{y - x} = a + x$

$\frac{y + a}{x} - b = \frac{(c^2 - b)x + y : x + c(a-1)(b+1) - b(a+1)}{y}$

$a = 2 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \qquad b = 1 \quad 2 \quad 1 \quad 3 \qquad c = 2 \quad 2 \quad 3 \quad 2$

150) $(x^4 + y^4)^2 + x^2y^2(x^2 - y^2)^2 + x^2 - y^2 = b$

$x^2 - y^2 = a$

$a = 3 \quad 8 \quad 5 \quad 16 \qquad b = 328 \quad 7308 \quad 10314 \quad 556052$

151) $ax - 2c\sqrt{ax^2y - bxy^2} = by - c^2xy$

$bx - ay + d = 0$

$a = 25 \quad 18 \quad 55 \quad 65 \qquad c = 2 \quad 2 \quad 3 \quad 3$

$b = 3 \quad 10 \quad 12 \quad 8 \qquad d = 116 \quad 4 \quad 203 \quad 309$

152) $\frac{y}{ax} + b \cdot \frac{y - \sqrt{x - 1}}{y^2 - 2c^2\sqrt{x^2 - 1}} = \frac{\sqrt{x + 1}}{x}$

$\frac{y^4}{4c^2} = xy^2 - c^2$

$a = 2 \quad 4 \quad 4 \quad 9 \qquad b = \frac{4}{3} \quad \frac{13}{11} \quad \frac{64}{11} \quad \frac{164}{35} \qquad c = 1 \quad 1 \quad 2 \quad 2$

153) $by + \frac{\sqrt{x^2 - aby + c}}{d} = \frac{x^2}{a} - e$

$\frac{x^2}{by} + \frac{cx}{a} = 2\sqrt{\frac{cx^3}{aby} + \frac{dx^2}{ab} - \frac{dy}{a}}$

154) $5y + \frac{\sqrt{x^2 - 15y - 14}}{5} = \frac{x^2}{3} - 36$

$\frac{x^2}{8y} + \frac{2x}{3} = \sqrt{\frac{x^3}{3y} + \frac{x^2}{4} - \frac{y}{2}}$

155) $\frac{\sqrt{x^2 + 20y + 23}}{3} - 4y = \frac{x^2 - 101}{5}$

$\frac{x^2}{3y} + \frac{7x}{6} = 2\sqrt{\frac{7x^3}{18y} + \frac{x^2}{2} - \frac{3y}{2}}$

156) $a^2 + b^2 = \frac{(x + y)^2(x^4 + y^4)}{x^4y^4}$

$x + y = xy\sqrt{ab}$

157) $a^2 + b^2 = \frac{(x + y - 1)^4 + \{1 - (x - y)^2\}^2}{(x^2 - y^2 + 2y - 1)^2}$

$ab = \frac{1 - x + y}{1 + x - y}$

158) $\frac{a^2 + b^2}{2} = \frac{(xy + 1)^2 + (x + y)^2}{y^4 - 2y^2 + 1}$

$ab = \frac{x^2 - 1}{y^2 - 1}$

159) $ax + by = 2(x^2 - y^2)$

$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{x^4 - y^4}{x^2y^2}$

160) $a - b = \frac{x^2 - y^2}{(x + 1)(y + 1)}$

$ab = \frac{(x - 1)(y - 1)}{(x + 1)(y + 1)}$

161) $a + b = \frac{(x + y)(x^2 + y^2)}{x^2y^2}$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{x^2 + y^2}{x + y}$

162) $b^2 - a^2 = \frac{4(x + y)(xy + 1)}{y^4 - 2y^2 + 1}$

$\frac{a + b}{2} = \frac{xy + 1}{y^2 - 1}$

163) $$\frac{3\frac{1}{2}x-11\frac{11}{16}y-6}{6x-21y}-\frac{3x+11\frac{11}{16}y-5}{6x+21y}=\frac{2-102\frac{2}{3}y-2\frac{2}{3}x}{16x^2-196y^2}$$

$$\frac{\frac{7}{20}x+\frac{53}{80}}{10y+6}-\frac{\frac{11}{25}y+\frac{17}{125}}{8x-6}=\frac{4x-5y+3\frac{409}{800}}{100xy+60x-75y-45}$$

164) $$\frac{3\frac{1}{4}x-5\frac{1}{8}y-5}{6x-9y}-\frac{3x+5\frac{1}{8}y-7}{6x+9y}=\frac{5\frac{1}{3}x-48y-1}{16x^2-36y^2}$$

$$\frac{\frac{1}{6}x+1\frac{1}{8}}{8y+20}-\frac{4\frac{1}{6}y-7\frac{1}{12}}{16x-12}=\frac{3x-5y+22\frac{9}{32}}{24xy+60x-18y-45}$$

165) $$\frac{2{,}2x-5{,}9y-6}{28x-77y}-\frac{2x+5{,}9y-13}{28x+77y}=\frac{20x-149\frac{2}{7}y-5\frac{1}{7}}{80x^2-605y^2}$$

$$\frac{\frac{5}{21}x+\frac{157}{441}}{20y+36}-\frac{\frac{16}{45}y+\frac{116}{225}}{28x-12}=\frac{4x-13y-52\frac{4131}{4900}}{315xy+567x-135y-243}$$

166) $$\frac{4\frac{1}{3}x-2{,}4y-7}{6x-4y}-\frac{4x+2{,}4y-4}{6x+4y}=\frac{2\frac{1}{2}-22\frac{1}{2}x-55y+8\frac{2}{3}xy}{45x^2-20y^2}$$

$$\frac{1{,}8x+3{,}1}{6y+2}-\frac{1\frac{11}{15}y-\frac{8}{45}}{4x-6}=\frac{2x-3y-5\frac{29}{36}}{30xy+10x-45y-15}$$

167) $$\frac{2\frac{1}{7}x-0{,}1y-5}{10x-6y}-\frac{2x+0{,}1y-7}{10x+6y}=\frac{42xy+35x-126y-2}{175x^2-63y^2}$$

$$\frac{x+2\frac{2}{7}}{30y+18}-\frac{0{,}9y+2{,}76}{42x-24}=\frac{8x-11y-19\frac{498}{525}}{140xy+84x-80y-48}$$

168) $$\frac{3{,}2x-7{,}6y-7}{6x-15y}-\frac{3x+7{,}6y-11}{6x+15y}=\frac{2xy+13\frac{1}{3}x-150y-3\frac{1}{3}}{20x^2-125y^2}$$

$$\frac{0{,}12x+2\frac{19}{125}}{21y+35}-\frac{\frac{7}{15}y+4\frac{16}{45}}{35x-56}=\frac{7x-11y-35\frac{218}{1575}}{75xy+125x-120y-200}$$

169) $$\frac{5\frac{1}{5}x-2\frac{33}{200}y-3}{15x-6y}-\frac{5x+2\frac{33}{200}y-11}{15x+6y}=\frac{53\frac{1}{3}x-37\frac{1}{3}y-12}{100x^2-16y^2}$$

$$\frac{\frac{15}{49}x+\frac{170}{343}}{20y+28}-\frac{\frac{16}{35}y-\frac{52}{175}}{28x-8}=\frac{5x-3y-38\frac{116}{1225}}{245xy+343x-70y-98}$$

170) $$\frac{4\frac{5}{8}x-12\frac{7}{64}y-6}{20x-55y}-\frac{4x+12\frac{7}{64}y-12}{20x+55y}=\frac{9{,}6x-79{,}2y-0{,}8}{32x^2-242y^2}$$

$$\frac{\frac{7}{11}x+1\frac{213}{242}}{84y+42}-\frac{\frac{3}{8}y+1\frac{41}{48}}{77x-35}=\frac{5x-7y-9\frac{1477}{3388}}{264xy+132x-120y-60}$$

171) $$\frac{3\frac{7}{9}x-6\frac{7}{27}y-5}{6x-10y}-\frac{3x+6\frac{7}{27}y-7}{6x+10y}=\frac{9x-90y+5}{27x^2-75y^2}$$

$$\frac{1\frac{3}{14}x+\frac{71}{98}}{6y-15}-\frac{10{,}5y+28{,}5}{21x+6}=\frac{5x-3y+111\frac{31}{49}}{28xy-70x+8y-20}$$

172) $$\frac{2\frac{5}{9}x-4\frac{5}{27}y-5}{6x-10y}-\frac{2x+4\frac{5}{27}y-7}{6x+10y}=\frac{9x-90y+1{,}5}{27x^2-75y^2}$$

$$\frac{2{,}6x+2{,}54}{9y+6}-\frac{8{,}5y-2\frac{1}{6}}{15x-6}=\frac{5x-7y+9\frac{113}{225}}{30xy+20x-12y-8}$$

173) $$\frac{5\frac{2}{9}x-8\frac{37}{54}y-11}{6x-10y}-\frac{5x+8\frac{37}{54}y-7}{6x+10y}=\frac{18x+135y+2}{75y^2-27x^2}$$

$$\frac{2{,}5x+13}{6y+3}-\frac{3y+2\frac{1}{4}}{3x-12}=\frac{2x-5y-45{,}5}{4xy+2x-16y-8}$$

174) $$\frac{2{,}7x-6\frac{7}{8}y-7}{6x-15y}-\frac{3x+6\frac{7}{8}y-11}{6x+15y}=\frac{13\frac{1}{3}x-150y+1}{20x^2-125y^2}$$

$$\frac{1\frac{8}{125}-\frac{14}{25}x}{21y+35}-\frac{9\frac{7}{15}-2{,}6y}{35x-56}=\frac{7x-11y-35\frac{317}{525}}{75xy+125x-120y-200}$$

175) $$\frac{5\frac{1}{7}x-8\frac{24}{245}y-7}{63x-99y}-\frac{5x+8\frac{24}{245}y-10}{63x+99y}=\frac{11\frac{2}{3}x-103\frac{8}{9}y-7\frac{7}{9}}{245x^2-605y^2}$$

$$\frac{\frac{1}{11}x+1\frac{427}{484}}{45y+63}-\frac{\frac{13}{20}y+2\frac{6}{25}}{99x-45}=\frac{9x-7y-25\frac{1467}{3025}}{220xy+308x-100y-140}$$

176) $$\frac{5\frac{5}{12}x-9\frac{59}{96}y-6}{20x-35y}-\frac{5x+9\frac{59}{96}y-9}{20x+35y}=\frac{7{,}2x-63y-1{,}4}{48x^2-147y^2}$$

$$\frac{1{,}3x+6{,}02}{14y+21}-\frac{18\frac{3}{4}y-19\frac{3}{8}}{35x-49}=\frac{6x-5y-\frac{603}{700}}{20xy+30x-28y-42}$$

177) $$\frac{4\frac{5}{14}x-10\frac{31}{56}y-7}{6x-15y}-\frac{4x+10\frac{31}{56}y-3}{6x+15y}=\frac{18\frac{2}{3}x+116\frac{2}{3}y+3\frac{1}{3}}{175y^2-28x^2}$$

$$\frac{5{,}5x+21{,}5}{15y+40}-\frac{\frac{2}{3}y+1\frac{5}{36}}{5x-15}=\frac{4x-7y-81\frac{13}{45}}{12xy+32x-36y-96}$$

178) $$\frac{\frac{14}{15}x+\frac{41}{90}}{12y+15}-\frac{4\frac{3}{16}+2\frac{3}{4}y}{18x-3}=\frac{3x-50\frac{5}{6}y-700\frac{283}{432}}{120xy+150x-20y-25}$$

$$\frac{2\frac{1}{3}x-1{,}1y-3}{20x-8y}-\frac{2x+1{,}1y-7}{20x+8y}=\frac{15x-15y-30}{75x^2-12y^2}$$

179) $$\frac{\frac{5}{6}x + 1\frac{3}{4}}{8y + 2} - \frac{\frac{31}{48} - \frac{7}{12}y}{4x - 2} = \frac{3xy + 4x - 3y + 38\frac{29}{32}}{24xy + 6x - 12y - 3}$$

$$\frac{2\frac{1}{6}x + y - 3\frac{11}{18}}{2x - 2} - \frac{6\frac{5}{6}y - 2x + 1}{6y + 4} = \frac{1}{3} + \frac{16\frac{5}{9}}{3xy - 3y + 2x - 2}$$

180) $$\frac{\frac{7}{8}x + 2\frac{27}{32}}{6y + 15} - \frac{6\frac{7}{8} - 1\frac{1}{4}y}{12x - 3} = \frac{3\frac{2}{3}xy + 7x - 5y + 122\frac{41}{48}}{16xy + 40x - 4y - 10}$$

$$\frac{6\frac{1}{7}x + \frac{1}{2}y - 10\frac{31}{84}}{9x - 12} - \frac{3\frac{2}{21}y - \frac{3}{7}x + 3}{6y + 9} = \frac{2}{7} +$$

$$\frac{22\frac{23}{28}}{6xy + 9x - 8y - 12}$$

181) $$\frac{2\frac{1}{6}x + 2\frac{5}{12}}{8y + 2} - \frac{\frac{41}{48} - 1\frac{5}{12}y}{4x - 2} = \frac{5{,}5xy + 4x - 3y + 54\frac{19}{32}}{24xy + 6x - 12y - 3}$$

$$\frac{4x + 2\frac{4}{9}y - 7\frac{5}{27}}{2x - 2} - \frac{14\frac{2}{3}y - 5\frac{2}{3}x + 1}{6y + 4} = \frac{1}{3} +$$

$$\frac{20\frac{4}{27}}{3xy - 3y + 2x - 2}$$

182) $$\frac{\frac{1}{4}x + 2\frac{3}{20}}{9y + 6} - \frac{4\frac{11}{12} - \frac{7}{12}y}{15x - 12} = \frac{4\frac{1}{3}xy + 13x - 18\frac{1}{9}y - 32\frac{41}{45}}{60xy + 40x - 48y - 32}$$

$$\frac{7\frac{2}{15}x + 0{,}9y - 9\frac{17}{300}}{6x - 8} - \frac{1\frac{34}{75}y - 0{,}4x + 3}{4y + 6} = \frac{3}{5}$$

$$+ \frac{\frac{103}{200} + 2\frac{64}{75}xy}{6xy - 8y + 9x - 12}$$

183) $$\frac{\frac{1}{4}x + 2\frac{3}{20}}{9y + 6} - \frac{\frac{1}{3}y + 4\frac{1}{36}}{15x - 12} = \frac{4\frac{1}{3}xy + 13x - 17y - 29\frac{28}{135}}{60xy + 40x - 48y - 32}$$

$$\frac{27\frac{4}{15}x - \frac{5}{9}y - 67\frac{8}{45}}{15x - 35} - \frac{17\frac{44}{45}y - 1\frac{1}{3}x + 9}{30y + 25} = 1\frac{1}{3}$$

$$- \frac{11\frac{11}{45}}{18xy - 42y + 15x - 35}$$

184) $$\frac{\frac{2}{15}x + 1\frac{7}{45}}{10y + 4} - \frac{0{,}48 - 0{,}2y}{6x - 10} = \frac{3{,}5xy + 7x - 5y + 2\frac{7}{45}}{75xy + 30x - 125y - 50}$$

$$\frac{30\frac{37}{84}x + y - 14\frac{177}{196}}{35x - 15} - \frac{3\frac{335}{588}y - \frac{1}{7}x + 4}{15y + 20} = \frac{2}{3}$$

$$+ \frac{4\frac{68}{245}}{21xy - 9y + 28x - 12}$$

185) $\frac{x - 2y + 3}{2x - 4} - \frac{4x + 5y - 6}{4y - 6} =$

$\frac{2xy - 7(x^2 + y^2) + 23y + 9x - 12\frac{1}{2}}{6xy - 12y - 9x + 18} - \frac{5}{6}$

$\frac{x - 2y}{3x^2 + 6y^2} - \frac{5}{6x + 3y} = \frac{6 - 3\frac{1}{3}xy - 8\frac{2}{3}y^2}{4x^3 + 8xy^2 + 2x^2y + 4y^3}$

186) $\frac{x - 3y + 5}{2x - 4} - \frac{2x + 3y - 1}{4y - 6} =$

$\frac{11xy - 6\frac{1}{2}x^2 - 6y^2 + 27\frac{1}{2}y - 4\frac{1}{2}x - 45}{6xy - 12y - 9x + 18} - \frac{5}{6}$

$\frac{3x - 2y}{3x^2 + 6y^2} - \frac{5}{6x + 9y} = \frac{11\frac{1}{3}xy - 3x^2 - 7\frac{1}{3}y^2 - 44\frac{1}{3}}{4x^3 + 8xy^2 + 6x^2y + 12y^3}$

187) $\frac{2x - y - 4}{6x - 10} - \frac{5x + 2y + 3}{8y - 14} =$

$\frac{11\frac{1}{2}y - 24x^2 - \frac{1}{2}xy - 2\frac{1}{2}y^2 + 13\frac{1}{2}x + 15\frac{1}{2}}{36xy - 60y - 63x + 105} + \frac{1}{6}$

$\frac{5x - 9y}{10x^2 + 15y^2} - \frac{7}{15x + 20y} = \frac{-55{,}6 - 2x^2 - 27{,}8y^2}{18x^3 + 27xy^2 + 24x^2y + 36y^3}$

188) $\frac{2x - 3y + 4}{4x - 6} - \frac{5x + 6y - 10}{6y - 8} =$

$\frac{36\frac{1}{2}x - 17\frac{1}{2}x^2 - 4xy - 13y^2 + 58\frac{1}{2}y - 72\frac{1}{2}}{18xy - 27y - 24x + 36} - \frac{1}{6}$

$\frac{2x - 3y}{8x^2 + 6y^2} - \frac{1}{6x + 10y} = \frac{4xy - 0{,}5x^2 - 25y^2 - 30{,}5}{36x^3 + 27xy^2 + 60x^2y + 45y^3}$

189) $\frac{2x - 3y + 4}{4x - 8} - \frac{5x + 6y - 2}{8y - 12} =$

$\frac{3\frac{3}{4}xy - 7x^2 - 8\frac{3}{4}y^2 + 16\frac{3}{4}y + \frac{3}{4}x + 25\frac{1}{4}}{6xy - 9x - 12y + 18} - \frac{5}{12}$

$\frac{3x - 4y}{15x^2 + 10y^2} - \frac{8}{10x + 15y} = \frac{3{,}2xy - 10{,}6x^2 - 15{,}6y^2 + 31\frac{2}{5}}{12x^3 + 18x^2y + 8xy^2 + 12y^3}$

190) $\frac{2x - 3y + 4}{6x - 4} - \frac{5x + 6y - 7}{6y - 10} =$

$\frac{2\frac{1}{2}xy - 26x^2 - 11y^2 + 43{,}5y - 6x - 27}{27xy - 18y - 45x + 30} - \frac{5}{6}$

$\frac{10x - 5y}{6x^2 + 9y^2} - \frac{2}{9x + 12y} = \frac{33x^2 + 31\frac{1}{3}xy - 33\frac{2}{3}y^2 + 20}{24x^3 + 32x^2y + 36xy^2 + 48y^3}$

191) $\frac{x-2y}{3x+9y}-\frac{2x-3y}{3x-9y}=\frac{2\frac{1}{3}-\frac{1}{3}x^2-6xy-2\frac{2}{3}y^2}{2x^2-18y^2}-\frac{2}{3}$

$\frac{3x-2y}{3x^2-6xy+12y^2}-\frac{5}{3x+6y}=\frac{7\frac{2}{3}xy-3\frac{1}{3}x^2-17y^2+2\frac{2}{3}}{2x^3+16y^3}$

192) $\frac{2x-y}{12x+15y}-\frac{x-2y}{12x-15y}=\frac{11\frac{2}{3}x^2-6xy-7\frac{2}{3}y^2+19\frac{2}{3}}{32x^2-50y^2}-\frac{1}{3}$

$\frac{x-2y}{9x^2-12xy+16y^2}-\frac{1}{6x+8y}=\frac{15xy-9x^2-50\frac{1}{2}y^2+58\frac{1}{2}}{81x^3+192y^3}$

193) $\frac{2x-3y}{6x+4y}-\frac{2x-5y}{6x-4y}=\frac{11x^2-xy+19y^2-11}{27x^2-12y^2}-\frac{1}{2}$

$\frac{5x-3y}{8x^2-4xy+2y^2}-\frac{1}{2x+y}=\frac{9{,}5x^2+3xy-13{,}5y^2+18}{40x^3+5y^3}$

194) $\frac{2x-3y}{12x+8y}-\frac{5x-3y}{12x-8y}=\frac{13x^2-9\frac{3}{4}xy-1\frac{1}{4}y^2+19}{27x^2-12y^2}-\frac{3}{4}$

$\frac{9x-4y}{3x^2-6xy+12y^2}-\frac{5}{3x+6y}=\frac{3x^2+45\frac{1}{3}xy-56y^2+142\frac{1}{3}}{5x^3+40y^3}$

195) $\frac{2x-3y}{12x+15y}-\frac{2x-6y}{12x-15y}=\frac{19\frac{2}{3}x^2-1\frac{2}{3}xy-5\frac{1}{3}y^2+1}{32x^2-50y^2}-\frac{2}{3}$

$\frac{10x-5y}{27x^2-36xy+48y^2}-\frac{2}{9x+12y}=$

$\frac{13\frac{2}{3}x^2+67\frac{1}{3}xy-72y^2+19\frac{2}{3}}{108x^3+256y^3}$

196) $\frac{14x+12y}{12x+15y}-\frac{14x-21y}{12x-15y}=\frac{20\frac{1}{3}x^2+1\frac{1}{3}xy-5\frac{2}{3}y^2+5}{32x^2-50y^2}-\frac{2}{3}$

$\frac{10x-5y}{27x^2-36xy+48y^2}-\frac{2}{9x+12y}=$

$\frac{16\frac{1}{3}x^2+63xy-68\frac{1}{3}y^2+\frac{1}{3}}{108x^3+256y^3}$

197) $\frac{2x-3y}{12x+20y}-\frac{6x-5y}{12x-20y}=\frac{10\frac{3}{4}x^2-24\frac{1}{4}xy-27y^2+8\frac{1}{4}}{27x^2-75y^2}-\frac{3}{4}$

$\frac{7x-4y}{8x^2-20xy+50y^2}-\frac{3}{2x+5y}=$

$\frac{129\frac{1}{2}xy-16\frac{1}{2}x^2-252\frac{1}{2}y^2-46\frac{1}{2}}{24x^3+375y^3}$

198) $\frac{7}{44}y - \frac{\frac{9}{44}y - \frac{1}{2}}{3x-5} = \frac{1\frac{5}{44}xy - \frac{1}{2}}{7x+3}$

$$\frac{10y^2 - 468x^2}{8x-20} - \frac{15y^2 - 726x^2 - 12xy + 31{,}5y - 140{,}6}{12x-28}$$

$$= 2x + y - 5 + \frac{4\frac{7}{8}y - 146\frac{9}{20}x}{6x^2 - 29x + 35}$$

199) $\frac{5}{44}y - \frac{\frac{3}{11}y + \frac{17}{22}}{3x-2} = \frac{\frac{25}{44}xy - 2\frac{21}{22}}{5x+4}$

$$\frac{87\frac{1}{3}x^2 - 1\frac{1}{2}y^2}{12x-15} - \frac{25\frac{2}{3}x^2 - 12xy - \frac{5}{9}y^2 + 42\frac{3}{4}y - 129}{6x-21}$$

$$= 3x + 2y - 5 + \frac{2\frac{1}{4}y - 156\frac{1}{3}x}{8x^2 - 38x + 35}$$

200) $\frac{15}{44}y - \frac{\frac{9}{11}y + 1\frac{5}{22}}{3x-2} = \frac{1\frac{31}{44}xy - 5\frac{1}{22}}{5x+4}$

$$\frac{26\frac{10}{29}x^2 + 10y^2}{6x-9} - \frac{35\frac{25}{29}x^2 - 45xy + 25y^2 + 66{,}5y - 98\frac{1}{3}}{15x-21}$$

$$= 2x + 3y - 4 + \frac{4\frac{1}{6}y - 98\frac{1}{9}x + 71\frac{21}{29}x^2}{10x^2 - 29x + 21}$$

201) $\frac{5}{47}y - \frac{\frac{12}{47}y - \frac{4}{47}}{4x-7} = \frac{\frac{25}{47}xy - \frac{42}{47}}{5x+3}$

$$\frac{\frac{5}{6}y^2 - 99\frac{4}{9}x^2}{15x-12} - \frac{1\frac{1}{6}y^2 - 244\frac{2}{9}x^2 - 63xy + 19y - 14\frac{3}{4}}{21x-6}$$

$$= 5x + 3y - 2 + \frac{2y - 93\frac{1}{12}x}{35x^2 - 38x + 8}$$

202) $\frac{4}{51}y - \frac{\frac{6}{17}y - \frac{16}{17}}{3x-4} = \frac{\frac{8}{51}xy - 1\frac{12}{17}}{2x+3}$

$$\frac{\frac{10}{31}y^2 - 1\frac{21}{31}x^2}{8x-12} - \frac{\frac{25}{31}y^2 - 40xy - 24\frac{6}{31}x^2 - 62{,}5y + 26\frac{1}{3}}{20x+32}$$

$$= x + 2y - 1 + \frac{1\frac{5}{8}y - 4\frac{2}{3}x}{10x^2 + x - 24}$$

203) $\frac{15}{52}y - \frac{\frac{9}{26}y - 1\frac{9}{26}}{3x-4} = \frac{1\frac{23}{52}xy + \frac{15}{26}}{5x+2}$

$$\frac{308x^2 + 5y^2}{6x-9} - \frac{592x^2 - 36xy + 10y^2 + 46{,}5y - 63}{12x-15}$$

$$= 2x + 3y - 4 + \frac{2\frac{1}{6}y - 68\frac{2}{3}x + 157\frac{1}{3}x^2}{8x^2 - 22x + 15}$$

204) $xy = a$
$(b - y)z = c$
$(d - x)(z - e) = f$

$a =$	24	48	45	72
$b =$	7	13	11	14
$c =$	8	45	14	50
$d =$	3	10	8	11
$e =$	11	1	2	2
$f =$	3	32	15	24

205) $x^2 + xz = a$
$z^2 + xz = b$
$y^2 + yz + z^2 = c - dy$

$a =$	24	36	60	65
$b =$	12	45	84	104
$c =$	28	137	113	115
$d =$	3	4	5	6

206) $xyz = m(x^2 + a) = n(x+z) = p(x^2+z-c)$

$m =$	3	3	5	$2\frac{1}{3}$
$a =$	4	11	8	5
$n =$	12	$7\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{3}$	10
$p =$	4	5	6	$3\frac{1}{2}$
$c =$	10	2	1	-6

207) $x^2 + y = m(x^2 + z)$
$x^2 + z = n(y^2 + z)$
$ay^3 + by^2 - cy - dx^2 - ez = 0$

$m =$	$\frac{7}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{26}{27}$	$\frac{8}{7}$
$n =$	$\frac{8}{13}$	$\frac{1}{2}$	$3\frac{6}{7}$	$\frac{7}{13}$
$a =$	5	3	4	5
$b =$	7	4	5	6
$c =$	34	5	6	7
$d =$	17	8	5	61
$e =$	7	54	-22	145

208) $x(y + z) = a$
$y(x + z) = b$
$z(x + y) = c$

209) $x^2 + y^2 + z^2 = a$
$y^2 = 2xz + b$
$cx = dz$

210) $x^2 + y^2 + z^2 = a$
$y^2 = 2xz + b$
$cx = dy$

211) $x^2 - ab = a^2 - xz$
$y^2 - yz = c - xy - z^2$
$xz - ab = b^2 - z^2$

212) $y^2 = xz$
$x + y + z = a$
$x^2 + y^2 + z^2 = b$

213) $y^2 = xz$
$x + y + z = a$
$x^2 - y^2 + z^2 = b$

214) $x^2 = ty$
$y^2 = xz$
$x + y = a$
$z + t = b$

215) $xy = tz$
$x + y = a$
$z + t = b$
$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = c$

216) $xy = tz$
$x + y = a$
$z + t = b$
$x^2 - y^2 + z^2 + t^2 = c$

217) $xy = tz$
$x + y = a$
$z + t = b$
$x^2 - y^2 - z^2 + t^2 = c$

218) $xy = tz = a$
$x + y + z + t = b$
$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = c$

219) $xy = tz = a$
$x + y + z + t = b$
$x^2 + y^2 - z^2 - t^2 = c$

220) $xy = tz = a$
$x + y + z + t = b$
$x^3 + y^3 + z^3 + t^3 = c$

221) $x^2 = ty$
$y^2 = xz$
$x - y + z - t = a$
$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = b$

222) $x^2 = ty$
$y^2 = xz$
$x - y + z - t = a$
$x^2 + y^2 - z^2 - t^2 = b$

223) $x^2 = ty$
$y^2 = xz$
$x - y + z - t = a$
$x^2 - y^2 + z^2 - t^2 = b$

224) $x^2 = ty$
$y^2 = xz$
$x + y + z + t = a$
$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = b$

225) $x^2 = ty$
$y^2 = xz$
$x + y - z - t = a$
$x^2 + y^2 - z^2 - t^2 = b$

226) $xy = tz$
$x + y = a$
$z + t = b$
$x^3 + y^3 + z^3 + t^3 = c$

227) $xy = tz$
$x + y = a$
$z + t = b$
$x^4 + y^4 + z^4 + t^4 = c$

228) $xy = tz$
$x + y + z + t = a$
$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = b$
$x^3 + y^3 + z^3 + t^3 = c$

229) $xy = tz$
$x + y - z - t = a$
$x^2 + y^2 - z^2 - t^2 = b$
$x^3 + y^3 - z^3 - t^3 = c$

230) $xy = tz$
$x + y + z + t = a$
$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = b$
$x^4 + y^4 + z^4 + t^4 = c$

231) Welcher Bedingung müssen die Koeffizienten a, b, c, d, e genügen, wenn die Gleichungen

$$ax + b = 0 \text{ und } cx^2 + dx + e = 0$$

eine gemeinsame Wurzel haben?

232) Welche Bedingung müssen die Koeffizienten der Gleichung

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$$

erfüllen, damit die linke Seite in zwei lineare Faktoren zerfällt?

233) Die linke Seite der Gleichung

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0$$

soll in zwei lineare Faktoren zerfallen. Man finde den Wert des unbestimmt gelassenen Koeffizienten λ.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
a =	1	1	6	10	36	λ
b =	—4	—3	λ	0	—24	0
c =	λ	5	56	—0,4	0	—12
d =	4	3	—28,5	λ	0	12,5
e =	—17	—15	86	5,2	λ	11,5
f =	15	λ	132	—67,6	—100	2

Dreizehnter Abschnitt.

Aufgaben zur Anwendung der Gleichungen des ersten Grades mit mehreren unbekannten Größen.

1) Multipliziert man von zwei Zahlen die erste mit a, die zweite mit b, so ist die Summe der Produkte c; multipliziert man aber die erste mit a', die zweite mit b', so ist die Summe der Produkte c'.

$a =$	2	3	4	35	$a' =$	7	11	7	56
$b =$	5	7	5	18	$b' =$	4	9	—4	—27
$c =$	31	161	233	761	$c' =$	68	307	38	269

2) Zwei Zahlen geben zu einander addiert s als Summe; durch einander dividiert geben sie q als Quotienten und r als Rest.

$s =$	49	47	84	107	$r =$	1	5	7	11
$q =$	5	5	6	7					

3) Zwei Zahlen zu finden, deren Summe und Quotient a ist. $a =$ 5 6 13 18

4) Addiert man zur ersten von zwei Zahlen a, so wird sie $m$mal so groß als die zweite; addiert man aber zur zweiten b, so wird sie $n$mal so groß als die erste.

$a =$	4	20	35	33	$b =$	8	5	21	44
$m =$	$3\frac{1}{4}$	$1\frac{2}{5}$	$2\frac{3}{4}$	$1\frac{2}{5}$	$n =$	$\frac{1}{2}$	2	$1\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{4}$

5) Die $m$fache Differenz zweier Zahlen wird von der $n$fachen Summe derselben um a, die $m$fache Summe von der $n$fachen Differenz um b übertroffen.

$m = \frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{3}{4}$ $a = 2\frac{7}{8}$ 23 $52\frac{1}{2}$ 145
$n = 4$ $1\frac{5}{6}$ $3\frac{1}{3}$ $3\frac{1}{2}$ $b = \frac{5}{8}$ —2 $2\frac{1}{2}$ 9

6) Die Zahl a soll so in drei ungleiche Teile geteilt werden, daß der zweite durch den ersten dividiert den Quotienten q, der dritte durch den ersten dividiert den Quotienten q' gebe.

a = 533 544 756 924 q' = 23 18 25 28
q = 17 13 16 15

7) Zwei Zahlen verhalten sich zu einander wie ihre Summe zu a, oder ihre Differenz zu b.

a = 5 7 9 11 b = 3 3 5 5

8) Zwei Zahlen stehen im Verhältnis $m : n$; addiert man a zu der einen und subtrahiert es von der andern, so erhält man das umgekehrte Verhältnis.

m = 3 7 4 5 a = 10 54 35 48
n = 5 13 9 11

9) Differenz, Summe und Produkt zweier Zahlen verhalten sich wie $a : b : c$.

a = 2 3 4 3 c = 10 24 66 80
b = 3 5 7 7

10) Wenn man zu dem einen Faktor eines Produkts a, zu dem andern b addiert, so wird das neue Produkt um c größer; wenn man aber von dem einen Faktor a', von dem andern b' subtrahiert, so wird das neue Produkt um c' kleiner.

a = 14 —4 5 a' = 7 —3 3
b = 5 13 —2 b' = 11 10 —7
c = 1581 601 313 c' = 1129 538 —139

11) Dividiert man mit der kleinern zweier Zahlen in die größere, so ist der Quotient q und der Rest r; dividiert man aber mit der größern in die kleinere, so ist der Quotient q' und der Rest r'.

q =	4	2	67	5
r =	0,742	2,099	0,431	7,25
q' =	0,21	0,3	0,01	0,1
r' =	0,04162	0,3083	0,4435	10,89

12) Wird die Summe zweier Zahlen durch ihre Differenz dividiert, so erhält man q zum Quotienten. Substituiert man nun in diesem die Zahl a für die kleinere der beiden Zahlen, so wird der Quotient um 1 kleiner, als diese Zahl.

$q = 1\frac{2}{5}\quad 1\frac{4}{5}\quad 1\frac{4}{7}\quad 1\frac{6}{7}\qquad a = 12\quad 21\quad 36\quad 13\frac{1}{3}$

13) Ein Bruch ist so beschaffen, daß der Wert $m:n$ entsteht, wenn man Zähler und Nenner um a vermehrt; dagegen der Wert $p:q$, wenn man Zähler und Nenner um b vermindert.

$m:n = \frac{1}{4}\quad \frac{9}{11}\quad \frac{3}{8}\quad \frac{1}{2}\quad \frac{4}{5}\qquad p:q = \frac{1}{5}\quad \frac{2}{3}\quad \frac{1}{6}\quad \frac{1}{3}\quad \frac{5}{7}$

$a = 1\quad 5\quad 1\quad 3\quad 17\qquad b = 1\quad 5\quad 5\quad 4\quad 7$

14) Dividiert man die Summe zweier Zahlen durch ihre Differenz, so ist der Quotient q, der Rest r; die Differenz der Quadrate ist gleich der $n$fachen Summe.

$q = 12\quad 7\quad 6\quad 10\qquad n = 3\quad 4\quad 5\quad 4$

$r = 1\quad 2\quad 3\quad 2$

15) Zieht man eine zweiziffrige Zahl von a ab, so hat der Rest dieselben Ziffern in umgekehrter Ordnung; die Anzahl der Einer wird von der der Zehner um b übertroffen.

$a = 121\quad 143\quad 110\quad 176\qquad b = 5\quad 3\quad 4\quad 2$

16) Eine zweiziffrige Zahl ist der $m$fachen Summe der einzelnen Ziffern gleich; durch Addition von a erhält man eine Zahl mit denselben Ziffern in umgekehrter Ordnung.

$m = 4\quad 6\frac{7}{13}\quad 4\frac{3}{4}\quad 5\frac{4}{5}\qquad a = 18\quad -27\quad 18\quad -9$

17) Das $n$fache einer zweiziffrigen Zahl übertrifft die Summe der beiden Ziffern um a; vermindert man die gesuchte Zahl um b, so hat der Rest dieselben Ziffern, aber in umgekehrter Ordnung.

$n = \frac{1}{4}\quad \frac{1}{6}\quad \frac{2}{9}\quad \frac{1}{5}\qquad b = 36\quad 18\quad 54\quad 27$

$a = 9\quad \frac{1}{6}\quad 8\frac{2}{3}\quad 4$

18) Wird eine gewisse zweiziffrige Zahl durch eine andere dividiert, welche um a größer ist, als die $m$fache Ziffernsumme (m'fache Zifferndifferenz), so ist der Quotient q; subtrahiert man aber von ihr eine Zahl, welche um b größer ist als die $n$fache Zifferndifferenz (n'fache Ziffernsumme), so hat der Rest dieselben Ziffern in umgekehrter Ordnung.

$a =$	$4\frac{2}{3}$	1	-2	$a =$	4	$24\frac{1}{2}$	4
$m =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$m' =$	1	$\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{3}$
$q =$	$7\frac{4}{5}$	12	5	$q =$	9	$2\frac{2}{3}$	$5\frac{1}{4}$
$b =$	2	16	8	$b =$	6	$37\frac{1}{2}$	2
$n =$	7	5	7	$n' =$	$2\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$	7

19) Die Summe von zwei $n$ziffrigen Zahlen ist s. Werden sie neben einander geschrieben und durch den Dezimalstrich getrennt, so entsteht eine $m$mal so große Zahl, wenn die kleinere nach der größern geschrieben wird, als umgekehrt.

$s =$	99	999	999	999	$m =$	$1\frac{25}{38}$	6	$4\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$
$n =$	2	3	3	3					

20) Unter drei Zahlen wird die erste von der Summe der beiden andern um a, die zweite von der Summe der beiden andern um b, die dritte von der Summe der beiden andern um c übertroffen.

$a =$	23	17	25	19	$c =$	11	-1	-5	-15
$b =$	15	5	-3	-7					

21) Von vier Zahlen gibt die erste und zweite a, die erste und dritte b, die erste und vierte c, die zweite und dritte d.

$a =$	39	52	55	58	$c =$	30	45	43	44
$b =$	34	49	50	52	$d =$	25	47	47	48

22) Man soll vier Zahlen aus folgenden Angaben bestimmen. Addiert man zur Summe der beiden ersten die dritte, so erhält man d; addiert man zu derselben Summe die vierte, so erhält man c; addiert man zu der Summe aus den beiden letzten die erste, so erhält

man b; addiert man zu derselben Summe die zweite, so erhält man a.

$d =$	64	55	63	73	$b =$	76	60	67	79
$c =$	70	58	65	77	$a =$	78	61	69	83

23) Die Summe dreier Zahlen ist s. Die $m$fache erste, $n$fache zweite und $p$fache dritte zusammengezählt gibt a; addiert man aber die m'fache erste, die n'fache zweite und die p'fache dritte, so erhält man a'.

$s =$	$2\frac{3}{4}$	23	25	36	$m' =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
$m =$	6	2	7	5	$n' =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$
$n =$	4	3	5	4	$p' =$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$
$p =$	2	4	3	3	$a' =$	1	15	15	27
$a =$	$11\frac{1}{2}$	72	103	138					

24) Die Zahl a ist so in drei Teile zu teilen, daß gleiche Resultate erhalten werden, wenn der erste um das $m$fache von der Summe der beiden andern, oder der zweite um das $n$fache, oder der dritte um das $p$fache von der Summe der beiden andern vermehrt wird.

$a =$	441	232	948	589	$n =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$
$m =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$p =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$

25) Drei Zahlen zu finden, so daß die erste von der $m$fachen Summe der beiden andern abgezogen a gibt, die zweite von der $n$fachen Summe der beiden andern abgezogen b, und die dritte von der $p$fachen Summe der zwei andern abgezogen c.

$m =$	1	$\frac{1}{2}$	2	$1\frac{1}{3}$	$b =$	48	8	81	41
$a =$	18	12	55	37	$p =$	3	$\frac{3}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$
$n =$	2	$\frac{2}{3}$	3	$1\frac{3}{4}$	$c =$	76	$-10\frac{1}{2}$	30	18

26) Zieht man von der Summe dreier Zahlen die $m$fache Differenz zwischen der zweiten und dritten, die $n$fache Differenz zwischen der ersten und dritten, die $p$fache Differenz zwischen der ersten und zweiten ab, so erhält man der Reihe nach die Reste a, b, c.

$m =$	10	5	$1\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{4}$	$a =$	65	59	57	37
$n =$	4	6	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{7}$	$b =$	53	88	42	39
$p =$	6	7	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{6}$	$c =$	43	62	60	42

27) Wenn man von der ersten unter drei Zahlen a abzieht und ebensoviel zur zweiten hinzuzählt, so verhält sich der Rest zur Summe wie $m : n$. Zieht man von der zweiten a' ab, und zählt ebensoviel zur dritten hinzu, so verhält sich der Rest zur Summe wie $m' : n'$. Zieht man aber von der dritten a'' ab und zählt ebensoviel zur ersten hinzu, so verhält sich der Rest zur Summe wie $m'' : n''$.

$a =$	4	5	—11	6	$n' =$	10	7	3	9
$m =$	1	1	14	2	$a'' =$	—5	2	7	13
$n =$	2	2	9	5	$m'' =$	11	15	17	26
$a' =$	10	2	1	—3	$n'' =$	3	7	12	33
$m' =$	3	3	2	8					

28) Es werden drei Zahlen von folgender Beschaffenheit gesucht. Addiert man a''' zur ersten und zweiten, so verhalten sich die Summen wie $m''' : n'''$; addiert man a' zur zweiten und dritten, so verhalten sich die Summen wie $m' : n'$; addiert man a'' zur dritten und ersten, so verhalten sich die Summen wie $m'' : n''$.

$a''' =$	6	4	5	1	$n' =$	7	3	2	7
$m''' =$	2	4	3	4	$a'' =$	5	8	11	6
$n''' =$	3	5	4	5	$m'' =$	11	7	7	5
$a' =$	—36	—8	—7	6	$n'' =$	7	5	4	3
$m' =$	6	2	1	5					

29) Es werden drei Zahlen von folgender Beschaffenheit gesucht. Zieht man von der ersten und zweiten a''' ab, so verhalten sich die Differenzen wie $m''' : n'''$; zieht man aber von der zweiten a' ab und addiert zur dritten a', so verhält sich die Differenz zur Summe wie $m' : n'$; dividiert man endlich sowohl die erste als die dritte Zahl durch b, so findet man im ersten Fall den

Quotienten $= q$, im andern $= q'$, und die Reste beider Divisionen verhalten sich zu einander wie $m'' : n''$.

$a''' =$	1	2	6	5	$b =$	13	11	23	19
$m''' =$	2	5	5	4	$q =$	1	2	1	1
$n''' =$	3	9	8	5	$q' =$	3	5	2	3
$a' =$	2	5	2	1	$m'' =$	3	5	4	2
$m' =$	7	3	2	3	$n'' =$	1	4	9	1
$n' =$	9	4	3	5					

30) Die Summe dreier Zahlen ist s. Wird von der ersten und zweiten c subtrahiert, so verhalten sich die Reste wie $m : n$; wird hingegen von der zweiten und dritten a subtrahiert, so verhalten sich die Reste wie $p : q$.

$s =$	47	78	82	98	$a =$	3	2	-2	5
$c =$	2	3	5	-7	$p =$	3	5	4	6
$m =$	3	2	6	3	$q =$	5	6	5	11
$n =$	2	3	7	4					

31) Drei Zahlen sind so beschaffen, daß das Quadrat ihrer Summe um a größer ist, als die Summe ihrer Quadrate; daß ferner die erste mit der Summe der beiden andern multipliziert um b größer wird als das Produkt derselben, und daß endlich die dritte sich zur ersten verhält, wie die Summe der zweiten und dritten sich zu c verhält.

$a =$	292	286	518	510	$c =$	$17\frac{1}{3}$	$21\frac{3}{5}$	$23\frac{3}{8}$	$27\frac{5}{7}$
$b =$	62	73	115	129					

32) Man sucht drei Zahlen von folgender Beschaffenheit: vermindert man die erste um a und dividiert den Rest mit b, so erhält man die zweite; dividiert man die erste durch die Summe der zweiten und dritten, so ist der Quotient q und der Rest das $m$fache der dritten Zahl; dividiert man aber die Summe der ersten und dritten durch die Summe der zweiten und dritten, so ist der Quotient q', der Rest aber um d größer als die dritte Zahl.

a =	200	15	8	14	m =	$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{3}{5}$	$\frac{5}{6}$
b =	4	6	9	7	q' =	3	5	7	4
q =	3	5	7	4	d =	60	12	16	20

33) Man sucht drei Zahlen von folgender Beschaffenheit: dividiert man die Summe der ersten und zweiten durch die dritte, so erhält man q zum Quotienten und c zum Rest; dividiert man die Summe der ersten und dritten durch die zweite, so erhält man p zum Quotienten und b zum Rest; dividiert man endlich die Summe der zweiten und dritten durch die erste, so erhält man n zum Quotienten und a zum Rest.

q =	1	1	1	1	b =	14	33	4	3
c =	10	13	2	2	n =	6	3	4	4
p =	1	1	2	2	a =	0	15	9	12

34) Man sucht vier Zahlen von folgender Beschaffenheit: dividiert man die Summe aus der zweiten und dritten, aus der zweiten und vierten, aus der dritten und vierten durch die erste, so sind der Reihe nach die Quotienten q, p, n und die Reste d, c, b; dividiert man aber die zweite durch die Summe aus der dritten und vierten, so ist der Quotient m, der Rest a.

q =	5	3	4	8	c =	5	17	21	10
p =	6	3	4	6	b =	3	4	29	12
n =	2	4	2	4	m =	2	1	1	1
d =	18	7	2	10	a =	14	—63	2	9

35) Von vier Zahlen übertrifft die erste die $m$fache Summe der drei übrigen um a; die zweite die $n$fache Summe der drei übrigen um b; die dritte die $p$fache Summe der drei übrigen um c; die vierte die $q$fache Summe der drei übrigen um d.

m =	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	p =	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	1
a =	24	90	—140	c =	20	0	—82
n =	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	1	q =	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{5}$	1
b =	21	100	—128	d =	16	—108	—70

36) Die Zahl s soll so in vier ungleiche Teile geteilt werden, daß die $m$fache Summe der ersten zwei Teile den dritten Teil um a übertreffe, und die $n$fache Differenz derselben zwei Teile von dem vierten Teil um b übertroffen werde, daß ferner der zweite Teil um c mehr betrage, als das $p$fache von der Summe des ersten und vierten Teils.

$s = 144 \quad 157 \quad 173 \quad 209 \qquad b = 16 \quad 3 \quad 1 \quad 12$
$m = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{1}{2} \qquad c = 23 \quad 22\frac{1}{4} \quad 6 \quad -38$
$a = 15 \quad -5 \quad 35 \quad 9 \qquad p = \frac{1}{4} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{3}{7} \quad \frac{5}{6}$
$n = \frac{1}{2} \quad 2\frac{7}{9} \quad 1\frac{1}{2} \quad 2\frac{2}{3}$

37) Bei einer dreiziffrigen Zahl, welche, wenn man ihre Ziffern in umgekehrter Reihenfolge anschreibt, ungeändert bleibt, ist die Summe der einzelnen Ziffern $= s$; setzt man die Ziffer der Einer an die Stelle der Hunderter, ohne die Reihenfolge der beiden andern Ziffern zu verändern, so ist die neue Zahl um a größer, als die ursprüngliche.

$s = 10 \quad 12 \quad 19 \quad 23 \qquad a = 45 \quad -27 \quad 45 \quad -18$

38) Eine dreiziffrige Zahl hat die Beschaffenheit, daß sie durch die Summe ihrer Ziffern dividiert q zum Quotienten gibt; zieht man die gesuchte Zahl von der umgekehrten ab, so ist die Differenz gleich d; die Ziffer der Zehner ist das $m$fache von der Summe der beiden andern Ziffern.

$q = 36 \quad 61 \quad 37 \quad 46 \qquad m = \frac{2}{7} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{15} \quad \frac{7}{12}$
$d = 198 \quad -495 \quad 297 \quad -396$

39) Die Summe der drei Ziffern einer Zahl ist s; das $n$fache der mittleren Ziffer ist um b kleiner, als die Summe der beiden andern. Zieht man von der gedachten Zahl d ab, so hat der Rest dieselben Ziffern in umgekehrter Ordnung.

$s = 16 \quad 20 \quad 19 \quad 17 \qquad b = 1 \quad -2 \quad 4 \quad 2$
$n = 2 \quad 1\frac{3}{4} \quad \frac{2}{3} \quad 1\frac{1}{2} \qquad d = 495 \quad 198 \quad 396 \quad 693$

40) Eine gewisse Zahl wird mit drei Ziffern geschrieben, die in arithmetischer Progression stehen; wird diese Zahl

durch das $m$fache von der Summe der einzelnen Ziffern dividiert, so ist der Quotient q; wird aber d von der gesuchten Zahl subtrahiert, so hat der Rest mit der gesuchten Zahl gleiche Ziffern aber in entgegengesetzter Ordnung.

$m = 1 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{8}{7} \qquad d = 198 \quad 396 \quad 594 \quad 396$

$q = 48 \quad 107 \quad 71 \quad 51\frac{5}{8}$

41) Die drei Ziffern einer gewissen Zahl stehen in arithmetischer Progression. Subtrahiert man von der gesuchten Zahl d, so hat der Rest dieselben Ziffern in umgekehrter Ordnung; dividiert man die gesuchte Zahl durch die $m$fache Summe der einzelnen Ziffern, so ist der Quotient q und der Rest r.

$d = -198 \quad 594 \quad 396 \quad 396 \qquad q = 28 \quad 29 \quad 10 \quad 19$

$m = 1 \quad 1\frac{5}{6} \quad 4\frac{1}{3} \quad 2\frac{3}{5} \qquad r = 9 \quad 6 \quad 65 \quad 12$

42) Zieht man in einer dreiziffrigen Zahl von der an der Stelle der Hunderter stehenden Ziffer die an der Stelle der Einer stehende ab, so erhält man dasselbe Resultat, als wenn man die letztgenannte Ziffer um die an der Stelle der Zehner stehende Ziffer vermindert. Addiert man d zu der Zahl, so hat die Summe dieselben Ziffern in umgekehrter Ordnung; dividiert man sie aber durch die $m$fache Summe der einzelnen Ziffern, so ist der Quotient q und der Rest r.

$d = 198 \quad 297 \quad 99 \quad 396 \qquad q = 28 \quad 4 \quad 11 \quad 9$

$m = 1 \quad 3\frac{1}{4} \quad 2\frac{5}{6} \quad 1\frac{2}{5} \qquad r = 9 \quad 18 \quad 15 \quad 6$

43) An den Stellen der Einer und Zehner einer zweiziffrigen Zahl stehen dieselben Ziffern, welche an den Stellen der Zehner und Hunderter einer dreiziffrigen Zahl stehen. Addiert man beide Zahlen, so erhält man a zur Summe; zieht man von der dreiziffrigen Zahl die $m$fache Ziffernsumme der andern Zahl ab, so bleibt b als Rest; zieht man von der zweiziffrigen Zahl die $n$fache Summe der Ziffern der andern Zahl ab, so bleibt c als Rest.

$a = 642 \quad 986 \quad 685 \quad 515 \qquad m = 1 \quad 12 \quad 8 \quad 9$
$b = 571 \quad 693 \quad 559 \quad 379 \qquad n = 1 \quad 3 \quad 5 \quad 2$
$c = 41 \quad 17 \quad 7 \quad 8$

44) Man sucht eine vierziffrige Zahl von der Beschaffenheit, daß die Summe der einzelnen Ziffern s betrage; daß ferner die Summe der äußern zwei Ziffern um a größer sei, als die der zwei mittlern; daß die Summe der Ziffern an der Einer- und Zehnerstelle jene der andern zwei um b übertreffe; daß endlich, wenn man zu der gesuchten Zahl d addiert, die Summe dieselben Ziffern aber in umgekehrter Ordnung habe.

$s = 10 \quad 23 \quad 23 \quad 24 \qquad b = 4 \quad 9 \quad 1 \quad 4$
$a = 0 \quad -1 \quad 5 \quad -8 \qquad d = 3087 \quad 7173 \quad 3726 \quad 2178$

45) Von einer vierziffrigen Zahl ist die Summe der an den Stellen der Tausender und Hunderter stehenden Ziffern um a größer, als die Summe der beiden andern Ziffern; ferner wird die an der Stelle der Hunderter stehende Ziffer von der Summe der drei übrigen um b übertroffen. Subtrahiert man c von der zu suchenden Zahl, so bleibt als Rest eine dreiziffrige Zahl, welche mit Ausnahme der Ziffer an der Stelle der Tausender dieselben Ziffern aber in umgekehrter Ordnung hat. Addiert man endlich zu der gesuchten Zahl d, so hat die Summe dieselben Ziffern aber in umgekehrter Ordnung.

$a = 0 \quad -7 \quad 1 \quad 6 \qquad c = 6307 \quad 1802 \quad 4198 \quad 5297$
$b = 14 \quad 11 \quad 7 \quad 4 \qquad d = 1818 \quad 3357 \quad 2637 \quad 369$

46) Ein gemischter Bruch hat folgende Beschaffenheit: addiert man zum Zähler des angehängten Bruches b, so erhält man n; vermindert man den Nenner um c, so erhält man p; zieht man aber von dem gemischten Bruche a ab, so erhält man m.

$b = 25 \quad 33 \quad 23 \quad 22 \qquad p = 11\frac{1}{5} \quad 8\frac{1}{2} \quad 9\frac{2}{3} \quad 10\frac{2}{3}$
$n = 9\frac{2}{3} \quad 10\frac{2}{3} \quad 10\frac{4}{7} \quad 11\frac{1}{7} \qquad a = \frac{23}{24} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{8}{7} \quad \frac{5}{7}$
$c = 10\frac{1}{3} \quad 1 \quad 6 \quad 8 \qquad m = 6\frac{5}{8} \quad 7\frac{4}{5} \quad 8\frac{1}{3} \quad 9\frac{4}{5}$

47) Addiert man eine gewisse Zahl zum Zähler eines gewissen Bruchs, und zum Nenner die Zahl a, so erhält man den Bruch $m : n$; subtrahiert man die gedachte Zahl vom Zähler, und vom Nenner die Zahl b, so erhält man den Bruch $p : q$; subtrahiert man vom Zähler die Zahl c, und addiert zum Nenner die gesuchte Zahl, so erhält man den Bruch $r : s$.

a	$= 28$	5	1	5	$p : q$	$= \frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
$m : n$	$= \frac{1}{7}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	c	$= \frac{2}{5}$	$1\frac{3}{4}$	2	5
b	$= 3$	2	2	3	$r : s$	$= \frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

48) Addiert man zum Zähler des bei einer gemischten Zahl stehenden Bruches a, so erhält man b; subtrahiert man vom Nenner c, so erhält man d; addiert man gleichzeitig zum Zähler a und subtrahiert vom Nenner c, so erhält man e.

a	$= 18$	25	24	d	$= 28\frac{1}{3}$	$11\frac{1}{5}$	$9\frac{2}{3}$
b	$= 28\frac{1}{5}$	$9\frac{2}{3}$	$9\frac{3}{4}$	e	$= 29\frac{1}{3}$	$26\frac{1}{5}$	$11\frac{4}{15}$
c	$= 17$	$10\frac{1}{3}$	13				

49) Addiert man zum Zähler des bei einer gemischten Zahl stehenden Bruches a, so erhält man b; subtrahiert man vom Nenner c, so erhält man d; addiert man aber zum Zähler e, während man vom Nenner f subtrahiert, so erhält man g.

a	$= 4$	21	13	e	$= 2$	4	17
b	$= 6\frac{1}{3}$	$8\frac{1}{3}$	$8\frac{3}{4}$	f	$= 3$	3	4
c	$= 6$	11	7	g	$= 6\frac{2}{3}$	$7\frac{1}{2}$	$9\frac{2}{3}$
d	$= 7\frac{2}{3}$	$9\frac{1}{2}$	$8\frac{2}{3}$				

50) Zwei mehrziffrige Zahlen werden mit einander multipliziert. Wird das Resultat an irgend einer Stelle um a Einheiten dieser Stelle zu klein, so giebt das fehlerhafte Produkt durch den kleineren Faktor dividiert q zum Quotienten und r zum Rest; ein um a' Einheiten an einer Stelle weiter links fehlerhaftes Produkt giebt in gleicher Weise q' zum Quotienten und r' zum Rest;

ein um a'' Einheiten an noch einer Stelle weiter links fehlerhaftes Produkt giebt ebenso q'' zum Quotienten und r'' zum Rest.

$a\ =$ 1	3	2	2	2	2
$q\ =$ 971	961	893	878	983	893
$r\ =$ 214	42	256	267	268	252
$a' =$ 2	2	1	1	1	1
$q' =$ 965	888	879	876	969	879
$r' =$ 198	124	152	401	206	134
$a'' =$ 1	1	1	1	1	1
$q'' =$ 940	546	719	857	810	719
$r'' =$ 48	152	392	274	359	214

51) Dividiert man die Summe von sechs Zahlen durch die Summe der drei ersten, so ist der Quotient m und der Rest a; dividiert man sie durch die Summe der ersten, zweiten und fünften, so ist n der Quotient und b der Rest; dividiert man sie durch die Summe der dritten, vierten und fünften, so ist p der Quotient und c der Rest; dividiert man sie durch die Summe der zweiten, fünften und sechsten, so ist der Quotient q und der Rest das q'fache der zweiten; dividiert man sie durch die Summe der drei letzten, so ist r der Quotient und die r'fache Summe der fünften und sechsten der Rest. Die Summe der zweiten, dritten und fünften beträgt s.

$m =$ 1	1	1	1	$q =$ 2	2	2	3
$a =$ 35	35	37	32	$q' =$ 1	$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{7}$	$\frac{7}{9}$
$n =$ 1	1	1	1	$r =$ 4	4	4	5
$b =$ 48	47	50	49	$r' =$ 1	$\frac{4}{3}$	$1\frac{1}{5}$	$\frac{3}{2}$
$p =$ 3	3	3	3	$s =$ 77	81	79	73
$c =$ 4	18	10	25				

52) Die Summe dreier Zahlen ist s. Man nehme das $m$fache der ersten Zahl, subtrahiere davon a, und addiere den Rest gleichheitlich zur zweiten und dritten. Nun nehme man das $m$fache von der so vergrößerten zweiten Zahl, subtrahiere hievon a, und addiere die eine

Hälfte des Restes zur verminderten ersten, die andere zur vermehrten dritten Zahl. Endlich nehme man von der so vermehrten dritten Zahl das $m$fache, subtrahiere hievon a, und verteile den Rest gleichmäßig an die beiden andern. Die so erhaltenen drei Resultate sind gleich groß.

$s =$	17586	8352	12396	9126	$a =$	3	5	4	7
$m =$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$					

53) Man verlangt n Zahlen den Bedingungen entsprechend, daß die $m_1$fache Summe aller weniger dem $(m_1 + 1)$fachen der ersten $= a_1$; die $m_2$fache Summe aller weniger dem $(m_2 + 1)$fachen der zweiten $= a_2$ u. s. w.; zuletzt die $m_n$fache Summe aller weniger dem $(m_n + 1)$fachen der $n$ten $= a_n$ wird.

$m_1 =$	2	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{2}{3}$	$m_3 =$	4	$\frac{1}{4}$	$2\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$
$a_1 =$	41	$10\frac{1}{2}$	261	25	$a_3 =$	115	-5	261	24
$m_2 =$	3	$\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$m_4 =$	5	$\frac{1}{5}$	3	$\frac{5}{6}$
$a_2 =$	76	$1\frac{1}{3}$	261	$28\frac{1}{4}$	$a_4 =$	158	$-8\frac{2}{5}$	261	$18\frac{1}{2}$

54) n Zahlen von der Eigenschaft zu bestimmen, daß, wenn die erste an alle übrigen soviel abgibt, als jede groß ist, ebenso hierauf die zweite an alle übrigen so viel abgibt, als jede nun groß ist, u. s. w., bis zur $n$ten, zuletzt n Zahlen entstehen, die alle $= a$.

$n =$	3	4	5	6	$a =$	24	80	96	448

55) a Stücke einer Ware und b Stücke einer zweiten Ware kosten zusammen c ℳ., während a' Stücke der ersten und b' Stücke der zweiten Ware zusammen c' ℳ. kosten.

$a =$	4	8	$3\frac{3}{4}$	$8\frac{1}{2}$	$a' =$	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{2}{3}$	$12\frac{1}{2}$	$12\frac{3}{4}$
$b =$	3	9	$9\frac{1}{2}$	$17\frac{1}{4}$	$b' =$	$1\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{2}$	19	23
$c =$	4,1	30,3	$9\frac{13}{20}$	$34\frac{7}{20}$	$c' =$	2,3	$33\frac{7}{20}$	23,3	$47\frac{1}{2}$

56) Von zweierlei Münzen, deren Wert a und b ℳ., haben s Stücke zusammen einen Wert von c ℳ.

$a =$	16,2	16,7	16,9	9,6	$s =$	49	142	65	38
$b =$	20,5	4,2	20,4	16,3	$c =$	940	1558,9	1228	512,2

57) Zwei Personen sollen zusammen s ℳ bezahlen. A kann die ganze Summe bezahlen, wenn ihm B das $n$fache seines Geldes gibt; B kann sie bezahlen, wenn ihm A das $m$fache seines Geldes gibt.

$s = 120 \quad 72 \quad 90 \quad 16{,}5 \qquad m = \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{1}{4}$

$n = \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{1}{3}$

58) Bei zwei Körpern wiegt das $m$fache des ersten a Kilogramm weniger als das $n$fache des zweiten, während das $q$fache des zweiten b Kilogramm weniger wiegt als das $p$fache des ersten.

$m = \frac{2}{5} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{8}{9} \quad \frac{5}{6} \qquad q = \frac{5}{8} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{13}{19} \quad \frac{8}{9}$

$a = 96 \quad 188 \quad -167 \quad 773 \qquad b = 0 \quad 9 \quad 104 \quad 95$

$n = \frac{3}{4} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{7}{11} \quad \frac{11}{8} \qquad p = \frac{4}{9} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{13}{12}$

59) A kauft zweierlei Waren im Ganzen für s ℳ, indem er für den Meter der ersten a ℳ, für den der zweiten b ℳ bezahlt. Wäre der Preis von einem Meter der ersten Ware b ℳ, der zweiten a ℳ, so würde die ganze Ware um d ℳ weniger kosten.

$s = 11{,}8 \quad 14\frac{3}{20} \quad 88{,}7 \quad 36{,}9 \qquad b = 1{,}6 \quad 1{,}3 \quad 1\frac{3}{4} \quad \frac{3}{4}$

$a = 1{,}2 \quad 0{,}8 \quad 1\frac{13}{20} \quad \frac{13}{20} \qquad d = \frac{1}{2} \quad 1 \quad 0{,}6 \quad 1$

60) A und B erhalten zusammen s ℳ Arbeitslohn. A arbeitete a, B b Tage; dabei erhielt A für a' Tage d ℳ mehr als B für b' Tage.

$s = 34{,}1 \quad 49{,}4 \quad 53{,}7 \quad 51{,}4 \qquad a' = 3 \quad 4 \quad 3 \quad 4$

$a = 7 \quad 15 \quad 13 \quad 17 \qquad b' = 4 \quad 3 \quad 5 \quad 7$

$b = 12 \quad 14 \quad 16 \quad 23 \qquad d = 0{,}9 \quad 2{,}4 \quad -\frac{39}{20} \quad -2{,}8$

61) A und B erhalten zusammen s ℳ Arbeitslohn, während der tägliche Lohn des A a ℳ, der des B b ℳ beträgt. Hätte A so lange gearbeitet als B, und B so lange als A, so würde B um das $n$fache seines vorigen Anteils mehr erhalten als A.

$s = 98 \quad 186 \quad 104 \quad 216 \qquad b = 3 \quad 2\frac{1}{4} \quad 1\frac{1}{4} \quad 2{,}4$

$a = 2\frac{1}{2} \quad 2\frac{1}{2} \quad 1{,}2 \quad 2 \qquad n = \frac{5}{12} \quad \frac{1}{18} \quad \frac{33}{200} \quad \frac{2}{3}$

62) Von zwei Gefäßen, welche leer gleichviel wiegen, hält das eine a, das andere a' Kubikcentimeter. Mit einer Flüssigkeit gefüllt wiegt das erste c, das zweite c' Gramm.

$a =$	950	132,3	98	43	$c =$	1306,5	277,71	157,6	85,9
$a' =$	860	118,9	73	56	$c' =$	1221,8	265,65	127,6	102,8

63) A und B fertigten zusammen s Stücke einer Ware, wobei A m und B n Tage beschäftigt war. Ein andermal brachten sie bei derselben täglichen Leistung, wie das erstemal, s' Stücke zusammen, indem A m' und B n' Tage arbeitete.

$s =$	968	229	443	394	$s' =$	671	269	493	421
$m =$	8	10	22	38	$m' =$	5	8	33	57
$n =$	12	9	35	51	$n' =$	9	15	28	34

64) Von A geht um a Uhr b Minuten eine telegraphische Nachricht nach B, welche daselbst um c Uhr d Minuten anlangt. Von B geht hierauf mit derselben Geschwindigkeit um p Uhr q Minuten eine telegraphische Nachricht nach A, welche in A um r Uhr s Minuten anlangt.

$a =$	2	3	5	6	$p =$	4	5	7	9
$b =$	13	17	43	57	$q =$	15	27	37	51
$c =$	2	3	5	7	$r =$	3	5	8	9
$d =$	44	51	26	29	$s =$	54	10	7	31

65) Wenn bei der Bewegung der Planeten um die Sonne die größte Entfernung der Erde und des Planeten P a Meilen, die kleinste b Meilen beträgt, welches ist die Entfernung der beiden Planeten von der Sonne unter Voraussetzung von kreisförmigen Bahnen?

$a =$	36615750	52156600	128188800	217811000
$b =$	4717850	10823000	86855200	176447000
$P =$	Venus	Mars	Jupiter	Saturn

66) Wenn B dem A b *M.* giebt, so haben beide gleichviel; wenn aber A dem B a *M.* giebt, so hat B $n$mal so viel, als dem A noch übrig bleibt.

$b = 10 \quad 24 \quad 7 \quad 13 \qquad n = 2 \quad 1\frac{2}{3} \quad 3 \quad 2\frac{1}{2}$
$a = 10 \quad 24 \quad 13 \quad 11$

67) In einer Familie hat jeder Sohn $m$mal so viel Schwestern als Brüder, jede Tochter $n$mal so viel Brüder als Schwestern.

$m = 1 \quad 7 \quad 1 \quad 2\frac{1}{2} \qquad n = 2 \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{3}{4}$

68) A war vor a Jahren $m$mal so alt und wird nach b Jahren $n$mal so alt als B.

$a = 7 \quad 10 \quad 9 \quad 5 \qquad b = 3 \quad 10 \quad 3 \quad 3$
$m = 7 \quad 6 \quad 9 \quad 5\frac{1}{2} \qquad n = 3 \quad 2 \quad 3 \quad 3\frac{1}{2}$

69) Nach a Jahren wird B $n$mal so alt sein, als A vor a Jahren war, und nach b Jahren wird A $m$mal so alt sein, als B vor b Jahren war.

$a = 12 \quad 4 \quad 6 \quad 22 \qquad b = 12 \quad 5 \quad 4 \quad 22$
$n = 1 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \qquad m = 3 \quad 2 \quad 3 \quad 4$

70) Drei Personen zählen zusammen s Jahre. Vor a Jahren war A so alt als B und C zusammen; nach b Jahren wird B c Jahre weniger zählen als A und C zusammen.

$s = 83 \quad 53 \quad 72 \quad 63 \qquad b = 9 \quad 11 \quad 13 \quad 12$
$a = 7 \quad 9 \quad 8 \quad 11 \qquad c = 44 \quad 30 \quad 39 \quad 37$

71) Drei Personen zählen gegenwärtig zusammen s Jahre. B war vor einer Zeit, welche = dem $a$fachen von jetzigen Alter des A ist, $m$mal so alt als A und $n$mal so alt als C.

$s = 99 \quad 102 \quad 112 \quad 89 \qquad m = 2\frac{1}{2} \quad 2 \quad 1\frac{3}{4} \quad 1\frac{3}{5}$
$a = \frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{2}{7} \qquad n = \frac{2}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{3}{4}$

72) Jemand kauft zweierlei Sorten einer Ware. Das $m$fache der ersten wiegt a Pfund mehr als das $n$fache der zweiten; wären es aber von der zweiten Sorte a Pfund mehr, so würde diese $p$mal so viel wiegen als die erste.

$m = \frac{2}{5} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{3} \quad \frac{7}{4} \qquad n = \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{7}{4} \quad \frac{8}{5}$
$a = 10 \quad 21 \quad 92 \quad 69 \qquad p = \frac{2}{3} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{4}{3}$

73) Von dreierlei Waren ist die erste und dritte *m*mal so viel wert als die zweite, die zweite und dritte ist *n*mal so viel wert als die erste, während der Wert der dritten *c* ℳ beträgt.

$m = 2 \quad 1\frac{3}{4} \quad 1\frac{4}{5} \quad 1\frac{2}{3} \qquad c = 10 \quad 1\frac{3}{20} \quad 12\frac{1}{2} \quad 24\frac{3}{4}$

$n = 1\frac{1}{3} \quad 1\frac{2}{3} \quad 2\frac{1}{2} \quad 2\frac{1}{4}$

74) Von drei Stücken einer Ware kostet das erste und dritte *m*mal so viel als das zweite, das zweite und dritte *n*mal so viel als das erste, während der Wert des dritten *d* ℳ weniger beträgt als der des zweiten.

$m = 2 \quad 1\frac{3}{4} \quad 1\frac{4}{5} \quad 1\frac{2}{3} \qquad d = 10 \quad 1\frac{7}{20} \quad 50 \quad 49\frac{1}{2}$

$n = 1\frac{1}{3} \quad 1\frac{2}{3} \quad 1\frac{1}{2} \quad 2\frac{1}{4}$

75) Von vier Stücken einer Ware kostet das erste *a*, das zweite *b* ℳ; das erste und dritte zusammen kosten *c* ℳ mehr als das zweite und vierte zusammen; das erste und vierte zusammen kosten *n*mal so viel als das zweite und dritte zusammen.

$a = 50 \quad 25 \quad 33 \quad 46 \qquad c = 8 \quad -15 \quad -3 \quad 22$

$b = 2 \quad 27 \quad 17 \quad 18 \qquad n = 3\frac{3}{4} \quad 1\frac{1}{6} \quad 1\frac{1}{2} \quad 1\frac{2}{5}$

76) Von drei Körpern wiegt der erste *a* Gramm; der erste und zweite zusammen um das *m*fache mehr als der dritte; der zweite und dritte zusammen um das *n*fache mehr als der erste.

$a = 180 \quad 270 \quad 360 \quad 1584 \qquad n = \frac{1}{2} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{5}{6}$

$m = \frac{1}{4} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{4}$

77) Von drei Körpern wiegt der erste *a* Gramm; der erste und zweite zusammen um das *m*fache mehr als der dritte; der erste und dritte zusammen um das *n*fache mehr als der zweite.

$a = 80 \quad 60 \quad 952 \quad 715 \qquad n = \frac{2}{11} \quad \frac{3}{8} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{3}{7}$

$m = \frac{2}{3} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{5}$

78) Von drei Körpern wiegt der erste *a* Gramm; der erste und zweite zusammen *m*mal so viel als der dritte; der zweite und dritte zusammen *n*mal so viel als der erste.

$a = 135 \quad 120 \quad 595 \quad 1045 \qquad n = 1\frac{2}{3} \quad 3 \quad 2\frac{1}{5} \quad 2\frac{3}{5}$
$m = 1\frac{1}{2} \quad 2 \quad 1\frac{1}{3} \quad 1\frac{3}{4}$

79) Von drei Stücken einer Ware kostet das erste a ℳ.; das erste und dritte zusammen um das $m$fache mehr als das zweite; das zweite und dritte zusammen um das $n$fache mehr als das erste.

$a = 180 \quad 270 \quad 360 \quad 168 \qquad n = \frac{1}{2} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{5}{7}$
$m = \frac{1}{4} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3}$

80) Von drei Stücken einer Ware kostet das erste a ℳ.; das erste und dritte zusammen $m$mal so viel als das zweite; das zweite und dritte zusammen $n$mal so viel als das erste.

$a = 120 \quad 135 \quad 80 \quad 144 \qquad n = 3 \quad 1\frac{2}{3} \quad 3\frac{1}{4} \quad 3\frac{1}{3}$
$m = 2 \quad 1\frac{1}{2} \quad 2\frac{1}{3} \quad 2\frac{1}{5}$

81) Von drei Stücken einer Ware wiegt das erste a Kilogramm; das erste und zweite wiegen zusammen um das $m$fache mehr als das dritte; das erste und dritte zusammen um das $n$fache mehr als das zweite und dritte zusammen.

$a = 426 \quad 445 \quad 291 \quad 620 \qquad n = \frac{2}{11} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{7}{8}$
$m = \frac{2}{3} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{5}$

82) Es kauft jemand zweierlei Waren, und bezieht dieselben in zwei gleichen Lieferungen. Bei der ersten Lieferung zahlt er für ein Stück der ersten Ware a ℳ., für ein Stück der zweiten Ware b ℳ., im Ganzen s ℳ. Bei der zweiten Lieferung ist jedes Stück der ersten Ware um c ℳ. teurer, jedes Stück der zweiten um d ℳ. wohlfeiler; sie kostet daher im Ganzen s' ℳ.

$a = 7 \quad 27 \quad 36 \qquad c = 1 \quad 1 \quad -1\frac{1}{2}$
$b = 5 \quad 24 \quad 28\frac{1}{2} \qquad d = 1 \quad 1\frac{1}{2} \quad -1$
$s = 596 \quad 2019 \quad 2421 \qquad s' = 592 \quad 1981\frac{1}{2} \quad 2412$

83) A vertauscht an B m Stücke einer Ware gegen n Stücke einer andern Ware, wobei ihm B noch a ℳ. aufgeben muß. Würde B das Stück seiner Ware

um b ℳ. teuerer anschlagen, so könnte er q Stücke für p Stücke des A geben.

$m =$	3	5	6	12	$b =$	4	3	5	4
$n =$	5	14	10	17	$q =$	2	5	3	4
$a =$	48	3	4	11	$p =$	1	2	2	3

84) Jemand kauft a Stücke einer Ware und b Stücke einer zweiten Ware zusammen für s ℳ.; ein andermal, während das Stück der ersten Ware um c ℳ., das der zweiten um d ℳ. teurer geworden ist, zahlt er für a' Stücke der ersten und b' Stücke der zweiten Ware zusammen s' ℳ.

$a =$	3	200	15	22	$d =$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{2}$	0,2	$\frac{1}{8}$
$b =$	$2\frac{1}{2}$	100	21	27	$a' =$	5	16	25	33
$s =$	9,8	395	44,1	95,2	$b' =$	3	40	14	18
$c =$	0,1	0,4	$\frac{3}{20}$	0,2	$s' =$	$14\frac{13}{20}$	98	51,7	104,4

85) A hat dreierlei Stücke einer Ware. m Meter des ersten Stückes und n Meter des zweiten Stückes kosten zusammen c ℳ.; n' Meter des zweiten Stückes und p' Meter des dritten kosten zusammen a ℳ.; m' Meter des ersten und p Meter des dritten kosten zusammen b ℳ.

$m =$	5	8	9	22	$a =$	38,8	44,1	94,7	81,5
$n =$	6	9	14	21	$m' =$	3	4	15	33
$c =$	48,6	29,3	45,7	89,9	$p =$	4	21	8	25
$n' =$	7	12	21	14	$b =$	43,4	61,9	45,7	133,6
$p' =$	2	7	16	15					

86) A hat dreierlei Sorten einer Ware. m Meter der ersten, n Meter der zweiten und p Meter der dritten Sorte kosten zusammen a ℳ.; ebenso kosten m' Meter der ersten, n' Meter der zweiten und p' Meter der dritten Sorte zusammen a' ℳ.; m'' Meter der ersten Sorte, n'' Meter der zweiten und p'' Meter der dritten Sorte zusammen a'' ℳ.

$m =$	2	3	4	6	$p' =$	4	7	8	7
$n =$	2	4	5	5	$a' =$	22	21,2	29,2	31,2
$p =$	1	5	6	4	$m'' =$	10	9	9	12

a =	11	15,8	20,8	19,8	n'' =	4	7	11	13
m' =	2	3	6	9	p'' =	2	8	10	14
n' =	3	6	7	8	a'' =	33	31,1	41,9	48,6

87) Es hat jemand s Geldstücke, teils Zwanzigfrankstücke, teils holl. Zehnguldenstücke, teils Sovereigns. Die Zwanzigfrank- und Zehnguldenstücke zusammen betragen c *M.*, die Zwanzigfrankstücke und Sovereigns zusammen b *M.* 1 Zwanzigfrankstück = 16,2 *M.* 1 holl. Zehnguldenstück = 16,8 *M.* 1 Sovereign = 20,4 *M.*

s =	21	30	50	50	69	61
c =	181,8	298,2	462,6	431,4	661,8	664,8
b =	285	358,2	659,4	635,4	867	622,8

88) Für a Stücke einer Ware erhält man b Stücke einer zweiten Ware und noch c *M.* zur Ausgleichung; bei gleichem Preis erhält man für a' Stücke der ersten Ware b' Stücke der zweiten Ware und noch c' *M.* zur Ausgleichung.

a =	15	12	27	a' =	59	16	45
b =	7	7	10	b' =	28	9	16
c =	1,3	0,7	—4,5	c' =	2,5	4,1	—0,9

89) ***A*** und ***B*** verdienen in p Tagen c *M.*, ***A*** und ***C*** in n Tagen b *M.*, ***B*** und ***C*** in m Tagen a *M.*

p =	5	8	7	9	b =	78	29,4	23,2	27,6
c =	38	59,2	21,7	34,55	m =	7	5	6	10
n =	10	3	8	8	a =	57,4	56	16,8	31

90) ***A***, ***B*** und ***C*** verdienen zusammen s *M.* täglich. ***A*** hat m, ***B*** n, ***C*** p Tage gearbeitet; ***C*** bekommt a *M.* weniger als ***A***, und b *M.* weniger als ***B***.

s =	4,3	$1\frac{17}{20}$	$2\frac{1}{20}$	$4\frac{13}{20}$	p =	24	18	25	24
m =	15	15	16	14	a =	3	$2\frac{1}{4}$	$\frac{3}{10}$	—9,1
n =	18	16	21	21	b =	3	$\frac{3}{5}$	$3\frac{1}{4}$	—2,1

91) ***A***, ***B*** und ***C*** sind zusammen a *M.* schuldig. Die Zahlung kann geschehen, wenn ***B*** das $n$fache seines Ver-

mögens zu dem des A, oder wenn C das $p$fache seines Vermögens zu dem des B, oder wenn A das $m$fache seines Vermögens zu dem des C legt.

$a =$	800	219	1403	79,1	$p =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{4}{7}$
$n =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$m =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$

92) A, B und C haben eine gemeinschaftliche Schuld zu bezahlen. Die Zahlung kann geleistet werden, wenn B dem A das $n$fache seines Geldes gibt, oder wenn C, welcher c ℳ. besitzt, dem B das $p$fache seines Geldes gibt, oder wenn A dem C das $m$fache seines Geldes gibt.

$n =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$c =$	8,4	15	72	315
$p =$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$m =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{17}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

93) m Arbeiter erhalten zusammen einen Taglohn $= a$ ℳ., wenn der Lohn für einen Arbeiter der ersten Klasse $= b_1$, der zweiten Klasse $= b_2$ und der dritten Klasse $= b_3$ ℳ. Wäre der Lohn eines Arbeiters der ersten Klasse um den Lohn eines Arbeiters der dritten Klasse kleiner, und der eines Arbeiters der zweiten Klasse um eben so viel größer, so würde der gesammte Taglohn $= c$ ℳ. sein.

$m =$	65	64	69	$b_2 =$	$2\frac{1}{5}$	2,1	2
$a =$	109,8	118,3	127,3	$b_3 =$	0,9	1	$1\frac{1}{20}$
$b_1 =$	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{7}{20}$	4,4	$c =$	126	135,3	$145\frac{3}{20}$

94) m Arbeiter erhalten zusammen einen Taglohn $= a$ ℳ., wenn der Lohn für einen Arbeiter der ersten Klasse $= b_1$, der zweiten Klasse $= b_2$ und der dritten Klasse $= b_3$ ℳ. Wären in der zweiten Klasse $n_2$mal und in der dritten $n_3$mal so viel Arbeiter als gegenwärtig, während die Anzahl aller Arbeiter wieder $= m$, so würde der gesamte Taglohn $= c$ ℳ. sein.

$m =$	95	102	112	$b_3 =$	1,2	1,4	1,6
$a =$	140,3	$157\frac{1}{4}$	198,7	$n_2 =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$
$b_1 =$	$1\frac{19}{20}$	$2\frac{1}{4}$	2,1	$n_3 =$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{9}$
$b_2 =$	1,6	1,8	1,75	$c =$	$152\frac{13}{20}$	$191\frac{11}{20}$	207,2

95) Bei dreierlei Arbeiterklassen beträgt die Anzahl der Arbeiter in der ersten und zweiten Klasse das $m$fache von der Anzahl der Arbeiter in der zweiten und dritten Klasse. Werden von der ersten Klasse a Arbeiter entlassen, so treffen je b Arbeiter der ersten Klasse auf c Arbeiter der dritten Klasse. Werden aber aus der ersten und zweiten Klasse $n$mal so viele Arbeiter entlassen, als zurückbleiben, und d neue Arbeiter in die erste Klasse aufgenommen, so treffen je b' Arbeiter der ersten und zweiten Klasse zusammen auf c' Arbeiter der dritten Klasse.

$m =$	5	4	5	3	$n =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$
$a =$	10	18	9	8	$d =$	5	27	13	6
$b =$	22	15	21	23	$b' =$	13	22	73	19
$c =$	3	2	2	4	$c' =$	2	3	7	3

96) A und B zusammen vollenden eine Arbeit in c Tagen; B und C zusammen in a Tagen; A und C zusammen in b Tagen. In wie viel Tagen vollenden sie einzeln oder vereint die nämliche Arbeit?

$c =$	7	$8\frac{17}{46}$	$12\frac{8}{25}$	$b =$	9	$9\frac{1}{6}$	$12\frac{5}{6}$
$a =$	$7\frac{7}{8}$	$8\frac{3}{4}$	$14\frac{2}{3}$				

97) A und B vollenden eine gewisse Arbeit in a_b Zeiteinheiten; A und C in a_c Zeiteinheiten, u. s. w. In wie viel Zeiteinheiten würde jeder allein, oder alle zusammen die Arbeit fertig bringen?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a_b =$	7	40	18	12	9	$8\frac{2}{5}$	21
$a_c =$	$8\frac{2}{5}$	56	12	20	10	12	30
$b_c =$	14	70	9	15	$8\frac{2}{11}$	$9\frac{1}{3}$	$23\frac{1}{3}$

	(8)	(9)	(10)		(8)	(9)	(10)
$a_b =$	$22\frac{2}{9}$	$14\frac{2}{7}$	—	$b_c =$	$18\frac{3}{4}$	—	$10\frac{10}{11}$
$a_c =$	$17\frac{1}{7}$	$22\frac{2}{9}$	$10\frac{2}{7}$	$c_d =$	20	$17\frac{1}{7}$	$12\frac{12}{17}$
$a_d =$	—	$18\frac{3}{4}$	$10\frac{4}{5}$				

98) Es kauft jemand drei Stücke einer Ware, und bezahlt den Meter des ersten mit a, des zweiten mit b,

des dritten mit c *M*, das Ganze mit s *M*. Hielte das erste Stück eben so viele Meter als das zweite, und umgekehrt das zweite eben so viele als das erste, und nähme der Käufer statt des dritten Stücks ein anderes, das d Meter weniger hält, und wovon der Meter c' *M* kostet, so wäre die zu erlegende Summe = s' *M*. Hätte aber der Käufer jeden Meter des ersten mit a'', des zweiten mit b'', des dritten mit c'' *M* bezahlt, so würde die zu erlegende Summe s'' *M* betragen.

a =	$5\frac{1}{4}$	5,4	$7\frac{1}{2}$	s' =	$441\frac{1}{4}$	885	738
b =	4	5	7	a'' =	$5\frac{1}{2}$	$5\frac{3}{4}$	$8\frac{1}{4}$
c =	3,6	4,5	$6\frac{3}{4}$	b'' =	4,5	$5\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{2}$
s =	441	903	771	c'' =	4	4,2	7
d =	—3	10	4	s'' =	$482\frac{1}{2}$	$909\frac{3}{4}$	821
c' =	$3\frac{1}{4}$	4,8	$6\frac{3}{8}$				

99) *A* zahlt für a_1 Stücke einer Ware und b_1 Stücke einer zweiten Ware s_1 *M* mehr als *B* für a_2 Stücke der ersten und b_2 Stücke der zweiten Ware. *C* zahlt für a_3 Stücke der ersten, b_3 Stücke der zweiten und c_3 Stücke einer dritten Ware s_2 *M* mehr, als *D* für a_4 Stücke der ersten und c_4 Stücke der dritten Ware. *E* vertauscht a_5 Stücke der ersten und c_5 Stücke der dritten Ware gegen b_5 Stücke der zweiten Ware und erhält daher s_3 *M* zurück.

a_1 =	9	5	16	s_2 =	2,2	—23,5	20,05
b_1 =	23	7	19	a_4 =	14	15	9
s_1 =	2,6	$3\frac{1}{4}$	6,2	c_4 =	25	32	22
a_2 =	13	8	11	a_5 =	10	13	6
b_2 =	17	3	21	c_5 =	15	5	7
a_3 =	11	9	13	b_5 =	18	13	15
b_3 =	19	6	14	s_3 =	8,95	$1\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$
c_3 =	8	7	17				

100) *A* hat aus *M* eine gewisse Ware bezogen. Durch einen teilweisen Verkauf erlöst er das $m$fache des ganzen Ankaufspreises in *M* und sämtliche Spesen, und

hat daher, wenn alle Spesen auf die verkaufte Ware geschlagen werden, einen reinen Gewinn von b ℳ. Bei einem um das $n$fache erhöhten Verkaufspreis würde er noch a ℳ. mehr als seine Auslagen für die ganze Ware eingenommen haben. Verkauft er den Rest um das $p$fache von seinem Ankaufspreise in M, so gewinnt er im Durchschnitt an der ganzen Ware das $q$fache des ganzen Ankaufspreises in M.

$m =$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{7}$	$a =$	300	1000	60
$b =$	300	600	100	$p =$	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{10}$
$n =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$q =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{24}$	$\frac{3}{28}$

101) A und B spielen mit einander. Nach einer gewissen Anzahl von Spielen hat A $m$mal so viel gewonnen, als er zum Spiele mitgebracht, so daß, wenn er noch a ℳ. mehr hätte, sein Geld das $n$fache von dem des B wäre. Da aber B wieder b ℳ. gewinnt, so hat dieser jetzt $p$mal so viel als A.

$m =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$b =$	10	1	$\frac{3}{5}$	2,2
$a =$	15	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	3,3	$p =$	2	$\frac{9}{5}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{3}$
$n =$	3	3	$4\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{7}$					

102) A, B und C, welche zusammen s ℳ. haben, spielen zwei Partieen. In der ersten Partie verliert B das $m_2$fache und C das $m_3$fache seiner Barschaft an A, welcher nun a ℳ. mehr hat, als B und C zusammen. In der zweiten Partie verliert A das $n_1$fache seines jetzigen Geldes, und C c ℳ. weniger als A an B, welcher um b ℳ. weniger hat als A und C zusammen.

$s =$	117	105	188	$n_1 =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$
$m_2 =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{7}$	$c =$	5	$3\frac{1}{2}$	—2
$m_3 =$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$b =$	31	9	24
$a =$	13	—11	—32				

103) A und B spielen mit C. Im ersten Spiel verliert A das $m_1$fache, B das $n_1$fache seiner Barschaft; im zweiten verliert A das $m_2$fache, B das $n_2$fache seiner

nunmehrigen Barschaft; im dritten verliert A das $m_3$fache, B das $n_3$fache vom Rest seiner Barschaft nach dem zweiten Spiel. Der Gesamtverlust von A ist das $r$fache von dem des B, welcher nach dem dritten Spiel b ℳ mehr besitzt als A.

$m_1 = \frac{1}{10} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{8}$ $\qquad m_3 = \frac{1}{4} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{5}$
$n_1 = \frac{1}{9} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{15}$ $\qquad n_3 = \frac{1}{15} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{7}$
$m_2 = \frac{1}{9} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{13}$ $\qquad r = 2 \quad 1\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}$
$n_2 = \frac{1}{16} \quad \frac{1}{13} \quad \frac{1}{12}$ $\qquad b = 60 \quad -95\frac{1}{2} \quad 371\frac{4}{5}$

104) A, B, C spielen mit einander. Im ersten Spiel gewinnen B und C das $n$fache ihres Geldes, im zweiten A und C, im dritten A und B. Nun besitzt jeder a ℳ.

$n = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$ $\qquad a = 108 \quad 192 \quad 250 \quad 64{,}8$

105) A, B, C, D spielen mit einander. Im ersten Spiel gewinnen B, C, D jeder das $n$fache von dem, was er besitzt; ebenso im zweiten A, C, D; im dritten A, B, D und im vierten A, B, C. Nun besitzt jeder a ℳ.

$n = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5}$ $\qquad a = 40{,}5 \quad 76{,}8 \quad 187{,}5 \quad 259{,}2$

106) In jedem von zwei Gefäßen befindet sich eine gewisse Quantität Wasser. Gießt man aus dem ersten so viel in das zweite, als schon darin ist, hierauf aus dem zweiten so viel in das erste, als nun darin ist, u. s. w. im ganzen $n$mal, so befinden sich in jedem Gefäß a Liter.

$a = 80 \quad 56 \quad 96 \quad 128$ $\qquad n = 3 \quad 3 \quad 4 \quad 5$

107) Jemand hat zwei volle Gefäße und ein leeres. Um das leere Gefäß zu füllen, bedarf es entweder des Inhalts vom ersten nebst dem $n$fachen vom Inhalt des zweiten, oder des Inhaltes vom zweiten nebst dem $m$fachen vom Inhalt des ersten. Alle drei Gefäße zusammen halten a Liter.

$n = \frac{1}{5} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{2}{5}$ $\qquad a = 1440 \quad 336 \quad 355 \quad 350$
$m = \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{3}{7}$

108) In drei Gefäßen befindet sich Wasser. Werden a Liter aus dem ersten in das zweite gegossen, so ist in diesem $n$mal so viel als in jenem noch bleibt. Gießt man b Liter aus dem zweiten ins dritte; so ist in diesem $p$mal so viel als im zweiten noch übrig bleibt. Gießt man c Liter aus dem dritten ins erste, so bleibt im dritten noch $m$mal so viel, als im ersten nach dieser Zulage sein würde.

$a = 23 \quad 19 \quad 20 \quad 17$ $\qquad p = 3 \quad 2 \quad 1\frac{3}{4} \quad 1\frac{2}{3}$
$n = 4 \quad 3 \quad 4 \quad 2\frac{1}{2}$ $\qquad c = 29 \quad 31 \quad 40 \quad 35$
$b = 47 \quad 51 \quad 60 \quad 51$ $\qquad m = 2 \quad 1\frac{1}{2} \quad 2\frac{7}{8} \quad 1\frac{1}{2}$

109) In drei Gefäßen befindet sich Wasser. Gießt man aus dem ersten das $m$fache des Inhalts in das zweite, hierauf aus dem zweiten das $n$fache des Inhalts in das dritte, und endlich aus dem dritten das $p$fache des Inhalts in das erste, so enthält jedes Gefäß a Liter.

$m = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8}$ $\qquad p = \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{8}$
$n = \frac{1}{3} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{8}$ $\qquad a = 42 \quad 72 \quad 180 \quad 147$

110) In drei Gefäßen befindet sich Wasser. Gießt man aus dem ersten in das zweite und dritte das $n_1$fache ihres bisherigen Inhalts, dann aus dem zweiten in das erste und dritte das $n_2$fache ihres jetzigen Inhalts, und zuletzt aus dem dritten in das erste und zweite das $n_3$fache ihres nunmehrigen Inhalts, so enthält jedes Gefäß a Liter.

$n_1 = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2}$ $\qquad n_3 = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{1}{6}$
$n_2 = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{4}$ $\qquad a = 27 \quad 50 \quad 128 \quad 175$

111) In einem Zeughaus befinden sich drei verschiedene Haufen von Kugeln. Legt man von den Kugeln des ersten Haufens das $m$fache auf den zweiten und ebenso auf den dritten; hierauf von den Kugeln, die sich jetzt im zweiten Haufen befinden, daß $n$fache auf den ersten und ebenso auf den dritten Haufen; end=

lich von den Kugeln, die nun den dritten Haufen ausmachen, das $p$fache auf den ersten und ebenso auf den zweiten Haufen, so befinden sich in jedem Haufen a Kugeln.

$m =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$p =$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$n =$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$a =$	75	90	136	297

112) A hat zweierlei Sorten einer Ware. Mischt er m Maßeinheiten der geringern mit n der bessern, so kann er die Maßeinheit für a ℳ verkaufen; mischt er aber p Maßeinheiten der geringern mit q der bessern, so kann er die Maßeinheit für c ℳ verkaufen.

$m =$	9	5	8	8	$p =$	3	$7\frac{1}{2}$	5	7
$n =$	7	3	4	5	$q =$	5	$3\frac{3}{4}$	7	6
$a =$	$2\frac{3}{4}$	$10\frac{1}{4}$	0,7	1,8	$c =$	2,9	10	0,82	$1\frac{3}{4}$

113) Jemand hat zwei Sorten Silber; m Gewichtseinheiten der einen mit n Gewichtseinheiten der andern vermischt geben Silber vom Feingehalt a; p Gewichtseinheiten der ersten mit q Gewichtseinheiten der zweiten vermischt geben Silber vom Feingehalt c.

$m =$	10	12	10	42	$p =$	$7\frac{1}{2}$	5	7	28
$n =$	5	4	9	39	$q =$	$1\frac{1}{2}$	15	12	35
$a =$	$\frac{11}{16}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{37}{48}$	$c =$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{23}{32}$	$\frac{3}{4}$

114) Zwei Stoffe vom spezifischen Gewicht a und b sollen so mit einander verbunden werden, daß der daraus entstandene Körper das spezifische Gewicht c erhalte und p Gramm wiege.

$a =$	11,324	7,207	10,474	$c =$	0,45	1,23	9,123
$b =$	0,24	0,557	8,788	$p =$	80	100	60

115) A mischt dreierlei Sorten einer Ware zu den Preisen a, b, c so, daß er von der zweiten $n$mal so viel nimmt als von der ersten, und daß er p Kilogramm jedes zum Preise d erhält.

$a =$	45	47	1,5	0,98	$n =$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{5}$
$b =$	40	42	1,28	0,84	$p =$	57	165	1047	67,6
$c =$	34	33	0,99	0,75	$d =$	39	40	1,23	0,88

116) Mit einem Metallgemisch, dessen Gewicht $= q$ Gramm, welches aus a Teilen Zink, b Teilen Kupfer und c Teilen Zinn besteht, werden q' Gramm eines andern aus denselben Stoffen bestehenden Gemisches zusammengeschmolzen. In der hiedurch erhaltenen Legierung befinden sich a'' Teile Zink, b'' Teile Kupfer und c'' Teile Zinn.

$q =$	300	210	210	234	$q' =$	200	756	546	546
$a =$	2	3	4	5	$a'' =$	3	5	7	9
$b =$	3	5	5	6	$b'' =$	4	7	9	10
$c =$	4	7	6	7	$c'' =$	5	11	11	11

117) Unter drei Mischungen enthält die erste bei a_1 Gramm vom Stoffe A b_1 vom Stoffe B und c_1 vom Stoffe C; dasselbe bedeuten a_2, b_2, c_2 und a_3, b_3, c_3 für die zweite und dritte Mischung. Eine aus diesen drei Stücken bereitete vierte Mischung soll a Gramm enthalten vom Stoffe A, b vom Stoffe B, und c vom Stoffe C.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a_1 =$	16	16	2	3	26	30	25	23
$b_1 =$	14	15	4	9	11	7	16	7
$c_1 =$	20	20	8	18	9	9	14	6
$a_2 =$	9	9	3	10	18	24	21	17
$b_2 =$	15	15	9	14	4	5	12	8
$c_2 =$	18	18	6	24	5	7	7	5
$a_3 =$	8	8	10	4	36	36	27	19
$b_3 =$	20	20	5	13	2	10	20	13
$c_3 =$	12	12	15	8	10	2	16	10
$a =$	13	13	4	10	22	26	69,9	$8\frac{5}{9}$
$b =$	17	17	6	23	7	6	44,8	$4\frac{5}{18}$
$c =$	19	19	9	26	7	7	35,3	$3\frac{1}{6}$

118) Vier Metalle sind in dem Verhältnis $a : b : c : d$ gemischt; setzt man der Mischung dem Gewichte nach das $n$fache einer andern Legierung derselben Metalle hinzu, so ändert sich das Verhältnis um in $a' : b' : c' : d'$.

$a =$	1	1	1	1	$a' =$ 3	4	3	6
$b =$	3	2	3	3	$b' =$ 4	5	5	7
$c =$	5	3	5	4	$c' =$ 5	6	7	8
$d =$	7	5	7	7	$d' =$ 6	7	9	9
$n =$	$2\frac{3}{8}$	2	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$				

119) Ein Stück Metall, welches q Gramm wiegt, verliert im Wasser a Gramm. Dasselbe ist aus drei andern Metallen A, B und C zusammengesetzt. A verliert im Wasser das $p$fache, B das p'fache, C das p''fache seines Gewichts. Bei der Mischung verhält sich der Gewichtsverlust des Metalls C zum Gewichtsverlust des Metalls B wie $m : n$.

$q =$	108	626	570	147	$p'' =$ $11\frac{10}{90}$	$\frac{9}{58}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{7}{51}$
$a =$	9	88	53	$12\frac{1}{2}$	$m =$ 6	5	4	3
$p =$	$5\frac{50}{90}$	$\frac{5}{44}$	$\frac{3}{44}$	$\frac{4}{79}$	$n =$ 7	$3\frac{1}{9}$	$4\frac{1}{5}$	2
$p' =$	$9\frac{130}{180}$	$\frac{7}{51}$	$\frac{7}{73}$	$\frac{3}{44}$				

120) Wäre ein gewisses Rechteck um a Längeneinheiten kürzer, dagegen um b Längeneinheiten breiter, so würde es ein Quadrat bilden; wäre es aber um a' Längeneinheiten länger und um b' Längeneinheiten schmäler, so wäre es $n$mal so lang als breit.

$a =$	1	4	7	8	$a' =$ 1	4	13	1
$b =$	1	4	8	6	$b' =$ 1	6	2	3
$n =$	2	2	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$				

121) Ein Rechteck wird in mn gleiche Teile geteilt. Gibt man jedem Teil ein $m$tel der Länge und ein $n$tel der Breite, so beträgt der Umfang jedes Teils a Längeneinheiten; gibt man ihm aber ein $n$tel der Länge und ein $m$tel der Breite, so beträgt der Umfang jedes Teils b Längeneinheiten.

$m =$	3	5	4	7	$a =$ 54	106	206	448
$n =$	2	4	3	5	$b =$ 56	110	214	464

122) In ein Rechteck ist ein ihm ähnliches eingezeichnet, dessen Inhalt das $n_2$fache vom Inhalt des ersten ist,

und dessen Umfang um $2a$ Längeneinheiten kleiner ist, als der Umfang des ersten. Wenn die eine Seite des ersten Rechtecks um b, die andere um c Längeneinheiten größer wäre, so wäre der Inhalt desselben um q Quadrateinheiten größer.

$n_2 =$	$\frac{1}{9}$	$\frac{9}{16}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{4}{9}$	$c =$	15	4	7	4
$2a =$	600	68	204	100	$q =$	5805	504	993	683
$b =$	9	3	4	5					

123) A und B besitzen zusammen s *M.*; durch die $m$jährigen Zinsen erwächst das Kapital des A zu $p\,^0/_0$ auf dieselbe Summe, als das Kapital des B zu $q\,^0/_0$.

$s =$	16095	21320	32640	$q =$	5	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$p =$	4	5	$4\frac{1}{2}$	$m =$	$7\frac{7}{12}$	7	9

124) A und B besitzen zusammen ein Vermögen von s *M.*; die Jahreszinsen betragen bei gleichen Prozenten a *M.* A erhält in m Jahren eben so viel Zins als B in n Jahren.

$s =$	10000	21700	13400	$m =$	3	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{3}$
$a =$	425	$976\frac{1}{2}$	$569\frac{1}{2}$	$n =$	2	$1\frac{2}{3}$	$3\frac{1}{4}$

125) Von zwei Kapitalien gibt das $m$fache des ersten zu $p\,^0/_0$ und das $n$fache des zweiten zu $q\,^0/_0$ zusammen in c Jahren a *M.* Zins. Der Rest des ersten zu $p'\,^0/_0$ und des zweiten zu $q'\,^0/_0$ geben in c' Jahren a' *M.* Zins.

$m =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{7}$	$a =$	327,9	464	964,5
$p =$	$3\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$p' =$	$5\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$
$n =$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{5}$	$q' =$	$4\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$
$q =$	$4\frac{1}{4}$	4	$4\frac{1}{2}$	$c' =$	2	4	5
$c =$	6	$7\frac{1}{4}$	3	$a' =$	277,2	758	2287,5

126) Zwei Kapitalien, das eine zu p, das andere zu $p'\,^0/_0$ verzinst, geben in einem Jahre zusammen a *M.* Zins. Wäre das erste zu p', das zweite zu $p\,^0/_0$ verzinst, so würden die Zinsen d *M.* weniger betragen.

$p =$	5	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	5	$a =$	284,4	314,7	294	314
$p' =$	$4\frac{1}{2}$	4	$3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{4}$	$d =$	4,5	—8,1	$2\frac{1}{4}$	$8\frac{1}{4}$

127) Ein Kapital von a ℳ ist teils zu p_1, teils zu p_2, teils zu p_3 % ausgeliehen; die jährlichen Zinsen sind zusammen c ℳ. Wäre der erste Teil zu p_2, der zweite zu p_3 und der dritte zu p_1 % ausgeliehen, so würden die jährlichen Zinsen d ℳ betragen.

$a =$	18000	9800	10800	$p_3 =$	3	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$
$p_1 =$	4	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	$c =$	680	398	463
$p_2 =$	5	4	$4\frac{1}{4}$	$d =$	740	390	451

128) Ein Kapital, zu einem gewissen Zinsfuß auf Zinsen ausgeliehen, wächst nach Verlauf von m Jahren mit den Zinsen auf a ℳ. Zu p % höher verzinst würde es in n Jahren mit den Zinsen auf b ℳ anwachsen.

$a =$	6486	$11369\frac{1}{4}$	$26207\frac{1}{4}$	$p =$	1	1	$\frac{1}{4}$
$m =$	8	$\frac{5}{12}$	$\frac{10}{12}$	$n =$	5	$\frac{8}{12}$	$\frac{16}{12}$
$b =$	$6051\frac{1}{4}$	11569,2	26859,8				

129) Ein Kapital beträgt mit den $m$jährigen Zinsen a ℳ; ein $c$mal größeres Kapital beträgt bei gleichen Prozenten mit den $n$jährigen Zinsen b ℳ.

$m =$	7	$2\frac{1}{3}$	3	4	$2\frac{1}{4}$
$a =$	2101,95	16795,8	2240	3186	$3964\frac{1}{2}$
$c =$	3	3	3	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{3}{4}$
$n =$	5	$1\frac{1}{2}$	5	3	$3\frac{2}{3}$
$b =$	5892,75	48591,9	7200	$5107\frac{1}{2}$	$7339\frac{1}{2}$

130) Welcher Zinsfuß (jährlich) liegt der Diskontoberechnung zu grunde, wenn A für eine gewisse Summe, welche er nach m Monaten zu zahlen schuldig ist, a ℳ, und wenn B für die gleiche Summe, die er nach n Monaten zu zahlen schuldig ist, b ℳ bar entrichtet?

$m =$	7	8	5	$n =$	13	7	9
$a =$	3728	5016	4427	$b =$	3632	5049	4320,6

131) B hat b ℳ mehr und zu p % höher ausgeliehen als A, weßhalb er jährlich c ℳ mehr an Zinsen einnimmt; C hat b' ℳ mehr und zu p' % höher ausgeliehen als A, weßhalb er jährlich c' ℳ mehr an Zinsen einnimmt.

$b =$	12600	1600	8400	$b' =$	3000	3000	10400
$p =$	1	$\frac{1}{2}$	1	$p' =$	2	1	$1\frac{1}{2}$
$c =$	730	112	432	$c' =$	380	230	612

132) *A* nimmt *a* ℳ. auf, während er *b* ℳ. ausleiht, und hat so einen jährlichen Zinsengenuß von *c* ℳ. Ein andermal nimmt er unter den nämlichen Bedingungen *a'* ℳ. auf und leiht *b'* ℳ. aus, so daß er einen jährlichen Zinsengenuß von *c'* ℳ. hat. Zu wie viel Prozent hat er aufgenommen und ausgeliehen?

$a =$	8000	4600	5400	$a' =$	9400	7600	5800
$b =$	23000	14400	19800	$b' =$	17500	15300	20400
$c =$	905	463	675	$c' =$	539,5	397	686

133) *A* nimmt *a* ℳ. auf, während er *b* ℳ. ausleiht, und hat dadurch einen jährlichen Zinsengenuß von *c* ℳ. Hätte er aber *d* ℳ. weniger und auch um *p* % niedriger aufgenommen, so wären ihm jährlich *e* ℳ. mehr Zinsen übrig geblieben als vorher.

$a =$	4000	3400	4100	$d =$	1000	800	600
$b =$	10000	8600	9800	$p =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$c =$	400	251	326	$e =$	65	$38\frac{1}{2}$	41,5

134) *B* hat *b* ℳ. weniger aber auf *m* Jahre länger ausgeliehen als *A*; *C* hat *c* ℳ. weniger aber auf *n* Jahre länger ausgeliehen als *A*; deßwegen erhält bei einem Zinsfuße von *p* % *B* *d* ℳ. weniger Zinsen als *A*, und *C* *e* ℳ. mehr als *B*.

$b =$	2400	400	1400	$d =$	390	—174	26
$m =$	1	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{2}$	$e =$	100	15	138
$c =$	3200	1000	1500	$p =$	5	$4\frac{1}{2}$	4
$n =$	3	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{3}{4}$				

135) *A* hat sein Haus für *a* ℳ., sein Warenlager für *b* ℳ. versichert; für beide zusammen zahlt er *c* ℳ. Prämie. Wenn nun die Werte des Hauses und Warenlagers sich in *a'* und *b'* umändern und deßhalb *d* ℳ. weniger Prämie zu bezahlen ist, zu wie viel ‰ waren Haus und Warenlager versichert?

$a =$	14000	11200	9600	$a' =$	16400	12000	10400
$b =$	10000	16000	17800	$b' =$	6400	15600	13800
$c =$	40	40,6	37,5	$d =$	5,1	—0,2	5,1

136) a ℳ. sind in zwei Posten ausgeliehen, und zwar der kleinere um p % höher, als der größere. Wächst der Zins des größern Posten um q %, während der des kleinern um r % abnimmt, so wird der Zinsenertrag um das $m$fache des ursprünglichen vermehrt. Wächst aber der Zins des größern Posten auf gleiche Art, ohne daß sich der Zins des kleinern verändert, so nimmt der Zinsenertrag um das $n$fache zu.

$a =$	5000	5000	7000	6000	$r =$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$p =$	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	$m =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{3}{26}$
$q =$	1	1	$\frac{3}{4}$	1	$n =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{13}$

137) A hat seine Kapitalien teils zu p, teils zu p' % ausgeliehen; B teils zu q, teils zu q' %. Die Zinsen des A betragen daher a ℳ. mehr, als die des B. Hätte A sein ganzes Vermögen zu r, B zu r' % ausgeliehen, so würden die $n$jährigen Zinsen des A b ℳ. weniger betragen, als die n'jährigen Zinsen des B. Würden beide die Hälfte ihres Vermögens gegenseitig vertauschen, so hätte A c ℳ. mehr als B, während sie im Ganzen s ℳ. besitzen.

$p =$	4	$3\frac{3}{4}$	5	$r' =$	5	4	$4\frac{3}{4}$
$p' =$	$5\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$n =$	2	3	$3\frac{1}{2}$
$q =$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$b =$	156	130	135
$q' =$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$n' =$	3	5	$3\frac{2}{3}$
$a =$	18	7	60	$c =$	400	200	100
$r =$	$4\frac{1}{2}$	5	4	$s =$	5200	9400	12500

138) A verkauft zwei Stücke einer Ware für die bare Zahlung von a ℳ.; das erste mit einem Rabatt von p %, das zweite mit einem Rabatt von q %. Würde er für das erste p' %, für das zweite q' % Rabatt gewähren, so würde die Barzahlung a' ℳ. betragen.

$a = 1975\frac{1}{4}$	792,8	918,45	$p' = 11\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$p = 8\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$q' = 8\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$
$q = 11\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{2}$	5	$a' = 1984\frac{3}{4}$	794,8	911,5

139) Jemand hat nach m, $m + n$ und $m + 2n$ Jahren gewisse Summen Geldes, welche zusammen a *M.* ausmachen, zu bezahlen. Wollte er gegen einen Rabatt von p % auf hundert dieselben jetzt bar erlegen, so dürfte er nur b *M.* bezahlen; und würde er nach m Jahren bei gleichem Rabatt alles auf einmal erlegen, so dürfte er nur c *M.* bezahlen.

$m = 2$	3	3	$p = 5$	4	$4\frac{1}{2}$
$n = 2$	2	1	$b = 7800$	2385	2857
$a = 9520$	2852	3368,2	$c = 8500$	2652	3226,9

140) A ist a *M.* schuldig und zwar einen Teil sogleich, den andern nach m und den dritten nach $m + n$ Jahren. Würde er das Ganze bar bezahlen, so wäre bei einem Rabatt von p % auf hundert die zu erlegende Summe $= b$ *M.*; würde er aber das Ganze nach n Jahren bezahlen, und dabei die Zinsen des ersten Teils zu p % vergüten, so betrüge die zu bezahlende Summe c *M.*

$a = 17033$	7046	9962	$p = 5$	4	6
$m = 3$	4	3	$b = 14500$	6125	8750
$n = 2$	3	1	$c = 15832$	6815	9230

141) A soll eine Summe von s *M.* nach m Monaten bezahlen; er will aber seine Schuld in n Terminen entrichten, von denen jeder um b Monate länger ist als der vorhergehende, und zwar beim ersten Termine a *M.*, bei jedem folgenden um gleichviel mehr. Wann fällt der erste Termin?

$s = 2000$	6300	5000	$b = 1$	$1\frac{1}{2}$	2
$m = 14$	24	20	$a = 200$	300	400
$n = 5$	7	5			

142) A hat zweierlei Waren; die eine verkauft er mit p % Gewinn, die andere mit q % Verlust. Von beiden Waren verkauft er eine gewisse Anzahl Stücke, und

hat daher einen reinen Gewinn von a ℳ. Ein andermal verkauft er von der ersten Ware $m$mal und von der zweiten $n$mal so viele Stücke als im ersten Fall, und verliert daher b ℳ.

$p =$	8	9	$9\frac{1}{2}$	7	$m =$	3	3	2	$2\frac{1}{3}$
$q =$	12	6	3	$2\frac{1}{2}$	$n =$	7	7	13	15
$a =$	20	51	61	53	$b =$	84	111	43	3

143) A verkauft zweierlei Waren, den Meter der ersten mit p % Gewinn, den Meter der zweiten mit q % Verlust, und löst daher aus beiden Metern a ℳ. Ein andermal verkauft er m Meter der ersten Sorte mit p' % Gewinn und n Meter der zweiten Sorte mit q' % Verlust, und nimmt dafür im Ganzen b ℳ ein.

$p =$	15	$7\frac{1}{2}$	10	$p' =$	10	$8\frac{3}{4}$	$12\frac{1}{2}$
$q =$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{3}$	5	$n =$	15	50	15
$a =$	$7\frac{7}{20}$	$5\frac{1}{20}$	9,3	$q' =$	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{3}$
$m =$	14	60	24	$b =$	104,1	$276\frac{3}{4}$	193

144) A kauft von dreierlei Waren a_1, a_2, a_3 Stücke, das Stück zum Preise von b_1, b_2, b_3 ℳ. Beim Verkauf der ganzen Ware gewinnt er c ℳ, wenn er von der ersten p % weniger Gewinn nimmt, als von der zweiten und dritten zusammen. Verkauft er aber von der ersten Ware n_1, von der zweiten n_2 und von der dritten n_3 Stücke, und nimmt dabei von der ersten Ware p_1, von der zweiten p_2 und von der dritten p_3 % weniger Gewinn, als ursprünglich beabsichtigt war, so erlöst er d ℳ.

$a_1 =$	240	360	250	$n_1 =$	30	160	65
$a_2 =$	340	450	270	$n_2 =$	20	108	60
$a_3 =$	310	400	280	$n_3 =$	20	75	50
$b_1 =$	7	$5\frac{1}{4}$	5,4	$p_1 =$	1	$\frac{1}{2}$	1
$b_2 =$	5,4	5	7	$p_2 =$	$2\frac{1}{2}$	2	$1\frac{1}{2}$
$b_3 =$	3	6,6	7,5	$p_3 =$	2	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
$c =$	513	638,1	497,1	$d =$	417	2009,4	1235,1
$p =$	$6\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{2}$				

145) A und B kaufen jeder für a ℳ Staatspapiere und zwar A p procentige, B q procentige zu solchen Kursen, daß B jährlich an Zinsen b ℳ mehr bekommt als A. Da die Papiere beiderseits um c % steigen, so verkaufen sie dieselben wieder; dabei erhält A d ℳ mehr als B.

$a =$	3000	2400	4950	4845	$b =$	10	$7\frac{1}{2}$	30	30
$p =$	3	$3\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$	$c =$	10	3	3	4
$q =$	4	$4\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$	$d =$	100	15	15	24

146) Ein Vermögen soll unter mehrere Personen auf folgende Weise verteilt werden. Die erste erhält a ℳ und noch den $n$ten Teil des Restes; die zweite erhält $a + d$ ℳ und ebenfalls den $n$ten Teil des Restes; die dritte erhält $a + 2d$ ℳ und wieder den $n$ten Teil des Restes; u. s. w. Alle Personen erhalten gleichviel.

$a =$	100	200	30	120	$n =$	10	9	9	8
$d =$	100	50	30	40					

147) Drei Personen legen a ℳ zusammen und gewinnen damit eine gewisse Summe; A und B erhalten zusammen b ℳ vom Gewinn, B und C zusammen c ℳ, während A und B zusammen $m$mal so viel eingelegt haben als C.

$a =$	1600	2200	5000	$c =$	360	113,9	226,3
$b =$	480	93,8	255,5	$m =$	3	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{3}$

148) A, B und C haben ihr Vermögen, nämlich A a ℳ, B b ℳ und C c ℳ in zwei Geschäften angelegt, von denen das erste p_1 %, das zweite p_2 % Gewinn gibt. Daher gewinnt A d ℳ weniger als B und C zusammen. C gewinnt beim ersten Geschäft $n_1$mal, beim zweiten $n_2$mal so viel, als A und B zusammen.

$a =$	6600	7500	5700	$p_2 =$	$10\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{7}$	$9\frac{1}{2}$
$b =$	7000	5000	5900	$d =$	716	444	938
$c =$	7300	8000	8200	$n_1 =$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{10}$
$p_1 =$	8	$11\frac{1}{9}$	12	$n_2 =$	$\frac{13}{20}$	1	$\frac{5}{7}$

149) A und B haben ihr Vermögen von a und b ℳ. in drei Geschäften angelegt, von denen das erste p_1, das zweite p_2 und das dritte p_3 % Gewinn gibt. Zum ersten Geschäft verwenden sie zusammen c_1 ℳ., zum zweiten c_2 ℳ., und zum dritten den Rest. A gewinnt daher d ℳ. mehr als B. Das $n_2$fache vom Gewinn des B aus dem zweiten Geschäft, vermehrt um das $n_3$fache vom Gewinn des B aus dem dritten Geschäft, ist gleich dem $n_1$fachen vom Gewinn des A aus dem ersten Geschäft.

$a =$	9000	9200	7100	$c_2 =$	4000	3000	3600
$b =$	7000	7600	6900	$d =$	179	159	72
$p_1 =$	$11\frac{1}{9}$	$9\frac{2}{3}$	$10\frac{1}{2}$	$n_2 =$	5	5	3
$p_2 =$	6	9	$7\frac{1}{2}$	$n_3 =$	2	4	$2\frac{1}{2}$
$p_3 =$	5	$8\frac{1}{2}$	6	$n_1 =$	1	3	2
$c_1 =$	8100	8800	6400				

150) A und B betrieben dreimal gemeinschaftlich ein Geschäft mit den nämlichen Prozenten Gewinn. Zum erstenmal hatte A sein Kapital m, B n Monate lang stehen; der Gewinn betrug c ℳ. Für das zweitemal hatte A sein Geld m', B n' Monate lang stehen; der Gewinn betrug b' ℳ. Beim drittenmal gab A sein Kapital und noch a ℳ. auf m'', B das seinige auf n'' Monate; der Gewinn betrug c'' ℳ.

$m =$	4	5	7	$c' =$	359,1	548,1	432,8
$n =$	5	6	8	$a =$	500	500	400
$c =$	345,8	411,3	333,6	$m'' =$	$7\frac{3}{4}$	$8\frac{1}{4}$	$6\frac{2}{3}$
$m' =$	7	8	11	$n'' =$	11	9	7
$n' =$	4	7	9	$c'' =$	765,1	677,7	323,2

151) Vier Personen A, B, C und D vereinigen sich zu einem Geschäft, und gewinnen mit ihrer Einlage p %. C hat um das $m$fache der Einlage des B mehr eingelegt als A; D aber $n$mal soviel als die drei ersten zusammen. A und C zusammen erhalten vom Gewinn, der a ℳ. beträgt, b ℳ.

$p =$	30	15	$12\frac{1}{2}$	8	$a =$	696	510	609	912
$m =$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{3}$	$b =$	312	252	315	432
$n =$	$\frac{9}{20}$	$\frac{6}{11}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{6}{13}$					

152) B gewinnt mit seinem Kapital jährlich p %. Nach m Jahren verbindet sich mit ihm B mit einem Kapital, welches das des A um b ℳ übertrifft. n Jahre nach dieser Verbindung gesellt sich noch C zu ihnen mit einem Kapital, welches das des B um c ℳ übertrifft. Am Ende erhält vom Gewinn C q ℳ weniger als A, und B r ℳ mehr als C.

$p =$	8	6	$5\frac{1}{2}$	$c =$	2000	1200	2900
$m =$	3	2	3	$q =$	960	840	1485
$b =$	5000	400	700	$r =$	1440	396	737
$n =$	2	2	3				

153) A, B und C lassen durch ihre Arbeiter, deren Anzahl $= n$ ist, vier gemeinschaftliche Arbeiten ausführen; und zwar sind die Arbeiter des A bei dem ersten Geschäft a_1, bei dem zweiten a_2, bei dem dritten a_3, und bei dem vierten a_4 Tage lang beschäftigt. Dasselbe bedeuten b_1, b_2, b_3, b_4 und c_1, c_2, c_3, c_4 für die Arbeiter des B und C. Bei gleichem Taglohn betragen die Kosten der ersten Arbeit s_1 ℳ, der zweiten s_2 ℳ und der dritten s_3 ℳ; wie viel betragen die Kosten der vierten Arbeit?

$n =$	138	50	70	$b_4 =$	5	8	10
$a_1 =$	5	6	10	$c_1 =$	8	8	8
$a_2 =$	6	9	8	$c_2 =$	3	6	5
$a_3 =$	8	5	5	$c_3 =$	10	7	4
$a_4 =$	9	7	9	$c_4 =$	7	5	6
$b_1 =$	8	7	9	$s_1 =$	2738,4	430,8	$1079\frac{3}{4}$
$b_2 =$	12	5	12	$s_2 =$	2444,4	388,8	$983\frac{1}{2}$
$b_3 =$	3	6	7	$s_3 =$	2903,6	370,8	$640\frac{1}{2}$

154) Eine gewisse Anzahl Personen ist für eine bestimmte Zeit mit Lebensmitteln versehen. Wären es a Personen weniger, so reichten sie n Tage länger; wären es a' Personen mehr, so reichten sie n' Tage weniger lang.

$a =$	75	140	50	150	$a' =$	100	70	80	140
$n =$	20	24	6	20	$n' =$	15	6	7	9

155) *A* kauft eine gewisse Anzahl Stücke einer Ware zu einem bestimmten Preise. Wären es n Stücke mehr gewesen und hätte jedes a *M.* mehr gekostet, so wäre die ganze Ware um b *M.* höher gekommen. Wären es aber n' Stücke weniger gewesen, und hätte jedes Stück a' *M.* weniger gekostet, so wäre die ganze Ware um b' *M.* wohlfeiler gekommen.

$n =$	7	—6	5	9	$n' =$	5	10	3	5
$a =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{20}$	0,3	$a' =$	$\frac{3}{20}$	—0,6	0,3	$\frac{1}{4}$
$b =$	$23\frac{13}{20}$	—1,2	$23\frac{11}{20}$	51	$b' =$	$13\frac{3}{4}$	0	12,3	$29\frac{3}{4}$

156) Ein Buch soll so gedruckt werden, daß im Durchschnitt auf jede Seite eine bestimmte Anzahl Zeilen, und in jede Zeile eine bestimmte Anzahl Buchstaben komme. Wollte man auf die Seite n Zeilen mehr und in die Zeile a Buchstaben mehr bringen, so würde die Seite b Buchstaben mehr enthalten als vorher; wollte man aber auf die Seite n' Zeilen weniger und in die Zeile a' Buchstaben weniger bringen, so würden auf die Seite b' Buchstaben weniger kommen.

$n =$	3	4	3	4	$n' =$	2	3	4	3
$a =$	4	3	5	3	$a' =$	3	2	7	4
$b =$	224	290	392	347	$b' =$	145	194	490	318

157) Eine Anzahl Arbeiter hat eine gewisse Summe verdient. Wären es n Arbeiter mehr, und würde jeder a *M.* mehr erhalten, so würden ihnen im Ganzen b *M.* mehr zu Teil; wären es aber n' Arbeiter weniger, und erhielte jeder a' *M.* weniger, so würden ihnen im Ganzen b' *M.* weniger zu Teil.

$n =$	7	5	2	4	$n' =$	4	3	5	7
$a =$	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	—0,2	—0,2	$a' =$	$\frac{3}{20}$	1	—0,4	—$\frac{1}{4}$
$b =$	$18\frac{13}{20}$	$78\frac{1}{2}$	—3,2	8,2	$b' =$	$9\frac{1}{5}$	41	—2	20

158) Eine gewisse Anzahl Arbeiter schafft eine Erdmasse in a Stunden von einem Ort zum andern. Wären der

Arbeiter b mehr gewesen, und hätte jeder bei jedem Gang p Kilogramm mehr gefördert, so wäre die Masse in c Stunden fortgeschafft worden; wären der Arbeiter aber b' weniger gewesen, und hätte jeder bei jedem Gang p' Kilogramm weniger gefördert, so wäre die Masse in c' Stunden fortgeschafft worden.

a =	6	7	9	11	b' =	3	8	28	9
b =	2	9	26	7	p' =	5	10	14	$6\frac{3}{4}$
p =	4	18	11	7	c' =	8	9	13	14
c =	5	5	7	9					

159) Ein Behälter von c Kubikeinheiten Inhalt kann durch zwei Röhren gefüllt werden. Öffnet man die erste Röhre a, die zweite b Zeiteinheiten lang, so wird der Behälter gefüllt; eben so wenn die erste a', die zweite b' Zeiteinheiten lang geöffnet ist. In wie viel Zeiteinheiten wird der Behälter gefüllt, wenn beide Röhren zugleich geöffnet sind?

c =	9900	2240	24024	a' =	18	12	105
a =	10	10	63	b' =	12	10	99
b =	14	13	165				

160) Ein Gefäß von c Kubikeinheiten Inhalt wird durch zwei Röhren angefüllt, wenn die erste a, die zweite b Zeiteinheiten lang geöffnet wird. Ein Gefäß von c' Kubikeinheiten Inhalt wird durch die nämlichen zwei Röhren angefüllt, wenn die erste a', die zweite b' Zeiteinheiten lang geöffnet wird. In wie viel Zeiteinheiten füllen beide Röhren zugleich fließend ein Gefäß von c'' Kubikeinheiten Inhalt?

c =	90	120	142	127	a' =	7	11	12	14
a =	4	8	9	8	b' =	$3\frac{1}{2}$	8	35	12
b =	5	5	14	9	c'' =	210	180	312	315
c' =	126	174	271	196					

161) Durch zwei Röhren wird ein Behälter von a Kubikeinheiten Inhalt in m Zeiteinheiten gefüllt; ein anderer Behälter von a' Kubikeinheiten Inhalt wird durch

dieselben Röhren in m' Zeiteinheiten gefüllt, wenn die zweite n Zeiteinheiten später geöffnet wird als die erste. In welcher Zeit füllen beide Röhren zugleich einen Behälter von a'' Kubikeinheiten Inhalt?

$a =$	270	300	377	391	$m' =$	40	29	31	37
$m =$	36	15	13	17	$n =$	6	8	9	14
$a' =$	282	524	773	725	$a'' =$	600	420	551	667

162) Ein Wasserbehälter, der eine bestimmte Menge Wasser enthält, kann durch eine Röhre angefüllt, durch eine andere ausgeleert werden. Die erste Röhre gibt in jeder Zeiteinheit a Kubikeinheiten mehr als die zweite. Öffnet man beide Röhren, die erste aber n Zeiteinheiten früher als die zweite, so erhält der Behälter in einer gewissen Zeit einen Zufluß von b Kubikeinheiten. Öffnet man aber die zweite Röhre n Zeiteinheiten früher als die erste, so verliert der Behälter in der nämlichen Zeit das $m$fache des obigen Zuflusses.

$a =$	4	5	7	$b =$	1760	2550	8442
$n =$	60	70	67	$m =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{26}{51}$	$\frac{1}{3}$

163) Drei Röhren führen in einen Behälter, der bis zu einer gewissen Höhe gefüllt ist; die erste würde den leeren Behälter in a, die zweite in b, die dritte in c Zeiteinheiten füllen. Ist die erste geöffnet, während in der Zeiteinheit d Kubikeinheiten heraus genommen werden, so wird der Behälter in n Zeiteinheiten leer; dasselbe bedeute d' und n' für die zweite Röhre; wann wird der Behälter leer, wenn die dritte Röhre geöffnet ist, und in der Zeiteinheit d'' Kubikeinheiten herausgenommen werden?

$a =$	7	15	96	$n =$	40	8	16
$b =$	5	24	$79\frac{1}{5}$	$d' =$	39	23	20
$c =$	$8\frac{3}{4}$	36	$73\frac{1}{3}$	$n' =$	120	5	21
$d =$	28	29	23	$d'' =$	23	$12\frac{1}{2}$	$18\frac{2}{5}$

164) Durch eine Öffnung strömt Wasser in einen leeren Behälter. Schafft man durch eine Pumpe, welche a

Stöße in b Zeiteinheiten macht, einen Teil des einströmenden Wassers wieder fort, so befinden sich in dem Behälter nach n Zeiteinheiten c Kubikeinheiten. Setzt man jetzt eine zweite Pumpe in Thätigkeit, deren Aushubsmenge bei jedem Stoß sich zur ersten wie $q:p$ verhält, und welche a' Stöße in b' Zeiteinheiten macht, während die erste von nun an a'' Stöße in b'' Zeiteinheiten macht, so wird der Behälter nach weitern n' Zeiteinheiten entleert.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
a =	4	5	6	25	29	36
b =	1	1	1	3	3	5
n =	360	195	180	44	51	99
c =	720	1365	1440	682	1785	3267
q =	2	4	3	3	4	5
p =	3	3	5	4	5	6
a' =	5	7	16	23	31	27
b' =	2	2	3	4	4	4
a'' =	10	11	5	22	26	34
b'' =	3	4	1	3	3	5
n' =	720	182	480	62	105	110

165) a Pferde haben eine Wiese von q Quadrateinheiten Fläche in b Wochen so abgeweidet, daß sie sowohl das Gras, welches im Anfang bereits dort stand, als auch jenes abweideten, welches während dieser Zeit darauf gewachsen war. Bei gleichem Futter haben a' Pferde in b' Wochen eine Wiese von q' Quadrateinheiten Fläche abgeweidet. Wie viele Pferde können auf dieselbe Weise in b'' Wochen eine Wiese von q'' Quadrateinheiten Fläche abweiden?

a =	8	9	7	b' =	8	6	5
b =	7	7	8	q' =	2000	960	1825
q =	1600	1400	2336	b'' =	12	23	17
a' =	9	7	8	q'' =	2400	4600	6205

166) Auf zwei Räder, deren Umfänge sich wie $a : b$ verhalten, sind zwei Seile aufgewickelt, deren Längen-

unterschied um c Längeneinheiten größer ist, als der Unterschied der Umfänge der beiden Räder. Das längere Seil macht um das größere Rad d Umwindungen mehr, als das kürzere Seil über das kleinere Rad; würde das größere Rad in der nämlichen Zeit $n$mal so viele Umdrehungen machen als das kleinere, so würden beide Seile zugleich abgewickelt.

$a =$	5	7	11	13	$d =$	12	$10\frac{1}{2}$	27	$6\frac{2}{3}$
$b =$	3	6	7	8	$n =$	3	$2\frac{1}{2}$	4	$2\frac{1}{3}$
$c =$	280	$397\frac{1}{2}$	987	$213\frac{1}{3}$					

167) Von A aus fahren mit einem Eisenbahnzug nach B c Personen mehr in der zweiten Wagenklasse als in der ersten. Da nun die Fahrtaxe für q Personen der zweiten Klasse b ℳ weniger beträgt, als für p Personen der ersten Klasse, so ist die ganze Einnahme a ℳ. Auf der Hälfte des Weges kommen noch p' Personen in die erste und q' Personen in die zweite Wagenklasse; dadurch erhöht sich die Einnahme im Verhältnis von $m : n$.

$c =$	24	28	51	$p' =$	6	14	14
$q =$	7	5	9	$q' =$	18	18	17
$b =$	1	—3,2	4,7	$m =$	15	317	415
$p =$	4	2	7	$n =$	17	390	487
$a =$	540	158,5	249				

168) A und B zahlen zusammen s ℳ Steuer, und zwar nach Verhältnis des Ertrags von ihren Gütern. A, welcher d Are mehr besitzt als B, wovon aber jedes Ar c ℳ weniger erträgt, zahlt an obiger Steuer a ℳ. Hätte A d' Are mehr, und würde ein Ar des B b ℳ weniger als jetzt ertragen, so müßte A von der ganzen Steuer a' ℳ bezahlen.

$s =$	80	62,1	68,2	$d' =$	7	10	—5
$d =$	5	7	9	$b =$	1	2	7
$c =$	3	3	5	$a' =$	52,5	40,5	37,2
$a =$	44,8	34,5	35,2				

169) A und B übernehmen eine Arbeit gemeinschaftlich mit der Verpflichtung, sie in a Tagen zu vollenden. Nachdem beide einige Tage gearbeitet, finden sie, daß sie noch eine dritte Person C zu Hülfe nehmen müssen, um in der bestimmten Zeit fertig zu werden. Die Zeit, welche A allein nötig hätte, um die Arbeit zu vollenden, verhält sich zu der Zeit, welche B allein nötig hätte, wie $m : n$. Wäre C gleich am Anfang beigetreten, so wären sie in b Tagen fertig geworden. Die Zeit, in welcher C mit A die ganze Arbeit vollendet hätte, verhält sich zur Zeit, welche C im Verein mit B gebraucht hätte, wie $m' : n'$.

$a =$	12	9	29	16	$b =$ 9	8	24	12
$m =$	2	2	3	4	$m' =$ 7	9	11	10
$n =$	3	3	4	5	$n' =$ 8	11	13	11

170) Zwei Körper haben eine Entfernung von d Längeneinheiten. Bewegen sie sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit gegen einander, so treffen sie nach m Zeiteinheiten zusammen; bewegen sie sich aber hintereinander, so treffen sie nach n Zeiteinheiten zusammen.

$d =$	3552	4428	5704	6016	$n =$ 37	41	46	47
$m =$	24	27	31	32				

171) Ein Körper geht mit gleichförmiger Geschwindigkeit von einem Punkt A nach einem um d Längeneinheiten entfernten Punkt B, und kehrt nach einem Aufenthalt von r Zeiteinheiten mit derselben Geschwindigkeit wieder von B nach A zurück. Um m Zeiteinheiten später geht ein zweiter Körper von B nach A mit ebenfalls gleichförmiger, aber geringerer Geschwindigkeit, und trifft n Zeiteinheiten nach seinem Abgang zum erstenmal, n' Zeiteinheiten nach demselben zum zweitenmal mit dem ersten Körper zusammen.

$d =$	4365	1337	7620	12727	$n =$ 10	15	20	15
$r =$	5	8	8	15	$n' =$ 45	41	35	69
$m =$	11	—13	—11	13				

172) Zwei Körper gehen von den Orten A und B, deren Entfernung d Längeneinheiten beträgt, einander entgegen. Geht der erste um a Zeiteinheiten früher ab, als der zweite, so treffen sie in m Zeiteinheiten nach Abgang des zweiten zusammen; geht aber der zweite um b Zeiteinheiten früher ab, als der erste, so treffen sie in n Zeiteinheiten nach Abgang des ersten zusammen.

$d =$	1207,5	11576	2128	$b =$	$5\frac{3}{4}$	$5\frac{5}{6}$	$5\frac{1}{2}$
$a =$	$5\frac{3}{4}$	$5\frac{2}{3}$	$4\frac{1}{2}$	$n =$	$5\frac{5}{8}$	$6\frac{1}{3}$	$4\frac{5}{6}$
$m =$	$6\frac{1}{8}$	$6\frac{5}{9}$	$7\frac{2}{3}$				

173) Einem Körper, welcher sich von A nach dem d Längeneinheiten entfernten B mit der Geschwindigkeit c bewegt, geht von B aus ein anderer n Zeiteinheiten später mit der Geschwindigkeit c' entgegen, und weitere n' Zeiteinheiten später ein dritter, welcher mit den beiden ersten in demselben Punkt zusammentreffen soll.

$d =$	64	109	171390	$c' =$	$3\frac{1}{3}$	$5\frac{4}{5}$	50
$c =$	$5\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	90	$n' =$	3	2	696
$n =$	2	2	145				

174) Einem Körper, welcher sich mit der Geschwindigkeit c von A nach D bewegt, folgt n Zeiteinheiten später ein zweiter mit der Geschwindigkeit c' von dem um a Längeneinheiten rückwärts von A gelegenen Orte B aus; und diesem folgt wieder n' Zeiteinheiten später ein dritter von dem um a' Längeneinheiten rückwärts von B gelegenen Orte C aus. Der dritte soll mit den beiden ersten in dem nämlichen Punkt zusammentreffen.

$c =$	$7\frac{1}{3}$	$4\frac{1}{2}$	90	$4\frac{3}{5}$	$a =$	25	$9\frac{2}{3}$	3190	$10\frac{3}{4}$
$n =$	2	$2\frac{1}{3}$	73	2	$n' =$	2	1	123	$1\frac{1}{2}$
$c' =$	13	$6\frac{1}{3}$	110	$6\frac{1}{2}$	$a' =$	24	$5\frac{1}{3}$	8370	$6\frac{3}{4}$

175) Einem Körper, welcher sich von A nach B mit der Geschwindigkeit c bewegt, geht n Zeiteinheiten später ein anderer von B aus mit der Geschwindigkeit c' entgegen, und weitere n' Zeiteinheiten später ein dritter

von dem zwischen A und B gelegenen Orte C aus, welcher mit den beiden ersten in dem nämlichen Punkt zusammentreffen soll. Die Entfernung von A bis C ist $= a$, von B bis $C = a'$ Längeneinheiten.

$c =$	20	$25\frac{1}{2}$	22	27	$n' =$	2	$1\frac{1}{2}$	3	$\frac{5}{6}$
$n =$	3	2	4	$2\frac{1}{2}$	$a =$	324	339	444	530
$c' =$	27	26	$19\frac{1}{2}$	32	$a' =$	18	21	—24	—20

176) Ein Dampfschiff legt a Längeneinheiten stromaufwärts und b abwärts in n Zeiteinheiten zurück; ein andermal legt es a' Längeneinheiten aufwärts und b' abwärts in n' Zeiteinheiten zurück. Welches ist die Geschwindigkeit in Folge der Maschine, welches in Folge des Wassers?

$a =$	18819,9	9315	23067,3	4455	23889,6
$b =$	55295,7	25080	16180,5	14514	40584
$n =$	15404	8010	6868	3810	8352
$a' =$	11404,8	11664	11959,5	11781	37648,8
$b' =$	13366,5	17655	9363,3	17582	41011,2
$n' =$	5801	7530	3702	6550	10584

177) Ein Körper braucht eine bestimmte Zeit, um von A nach B zu gelangen. Ein zweiter Körper, der alle m Zeiteinheiten a Längeneinheiten weniger zurücklegt, braucht zu demselben Weg n Zeiteinheiten mehr als der erste. Ein dritter Körper, der alle m' Zeiteinheiten a' Längeneinheiten mehr als der zweite zurücklegt, braucht n' Zeiteinheiten weniger als der zweite.

$m =$	4	4	4	15	$m' =$	3	2	12	10
$a =$	5	3	100	378	$a' =$	$8\frac{3}{4}$	3	500	567
$n =$	4	3	130	154	$n' =$	7	5	175	273

178) Zwei Körper bewegen sich gleichzeitig von A nach B; der erste behält dieselbe gleichförmige Geschwindigkeit bei; der zweite, welcher nach n_1 Zeiteinheiten um das $m$fache der ganzen Strecke hinter dem ersten zurück ist, erhöht alsdann seine anfängliche Geschwindigkeit um a_1 Längeneinheiten, nach n_2 Zeiteinheiten um a_2

Längeneinheiten, und ist daher nach n_3 Zeiteinheiten in B, während der erste noch d Längeneinheiten von B entfernt ist.

$n_1 =$	5	4	8	5	$a_2 =$	48	80	90	3
$m =$	$\frac{1}{880}$	$\frac{1}{569}$	$\frac{4}{285}$	$\frac{3}{452}$	$n_3 =$	7	9	15	14
$a_1 =$	40	50	30	2	$d =$	32	160	150	3
$n_2 =$	6	6	11	8					

179) Zwei Körper gehen von entgegengesetzten Punkten A und B ab, der zweite b Zeiteinheiten früher als der erste, und treffen m Zeiteinheiten nach Abgang des ersten zusammen. Legt jeder derselben in der Zeiteinheit d Längeneinheiten mehr zurück, so treffen sie n Zeiteinheiten nach Abgang des ersten zusammen; legt aber jeder in der Zeiteinheit d' Längeneinheiten weniger zurück, und geht der zweite b' Zeiteinheiten später ab als der erste, so treffen sie m' Zeiteinheiten nach Abgang des ersten zusammen.

$b =$	2	3	11	13	$d' =$	1	$\frac{1}{2}$	1	12
$m =$	6	7	$12\frac{1}{2}$	$33\frac{1}{2}$	$b' =$	2	3	14	29
$d =$	1	1	4	45	$m' =$	$7\frac{1}{12}$	$8\frac{2}{3}$	24	$53\frac{1}{2}$
$n =$	$5\frac{1}{2}$	$6\frac{11}{45}$	$6\frac{1}{2}$	21					

180) Zwei Körper bewegen sich gleichzeitig von zwei Punkten A und B einander entgegen. n Zeiteinheiten nach ihrem Abgang haben sie eine Entfernung von a Längeneinheiten, n' Zeiteinheiten nach ihrem Abgang haben sie wieder dieselbe Entfernung. Würden sich beide hintereinander bewegen, so hätten sie n'' Zeiteinheiten nach ihrem Abgang die Entfernung a.

$n =$	15	14	19	$n'' =$	21	$44\frac{1}{3}$	27
$n' =$	17	$20\frac{4}{19}$	23	$a =$	420	708	1296

Vierzehnter Abschnitt.

Aufgaben zur Anwendung der Gleichungen vom zweiten Grade.

I. Reine Gleichungen vom zweiten Grade.

1) Das $m$fache einer Zahl mit dem $n$fachen derselben Zahl multipliziert gibt a.

$m = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{7}{15} \quad 3\frac{4}{7} \qquad a = 224 \quad 4235 \quad 3780 \quad 5239$

$n = \frac{1}{7} \quad \frac{1}{7} \quad \frac{4}{9} \quad 8{,}68$

2) Zwei Zahlen verhalten sich wie $m : n$ und geben als Produkt a.

$m = 7 \quad 11 \quad 7 \qquad a = 5824 \quad 7007 \quad 11419\frac{2}{7}$

$n = 13 \quad 13 \quad 15$

3) Multipliziert man das $m$fache einer Zahl mit dem $n$fachen und das Produkt mit dem $p$fachen derselben Zahl, so erhält man das $q$fache dieser Zahl.

$m = \frac{2}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{15} \qquad p = \frac{5}{9} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{21} \quad \frac{1}{18}$

$n = \frac{4}{5} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{15} \quad \frac{1}{16} \qquad q = \frac{50}{147} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{70} \quad \frac{1}{45}$

4) Wird eine Zahl um d vermehrt und vermindert, so ist das Produkt der beiden neuen Zahlen a.

$d = 6 \quad 7 \quad 8 \quad 29 \qquad a = 253 \quad 527 \quad 465 \quad 2408$

5) Von zwei Zahlen ist die erste um a größer als die zweite. Die Summe ihrer Quadrate beträgt um das $2a$fache der ersten Zahl weniger als b.

$a = 3 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \qquad b = 587 \quad 771 \quad 946 \quad 1049$

6) Zwei Zahlen verhalten sich wie $m : n$, dabei gibt die Differenz ihrer Quadrate d, oder die Summe der Quadrate s.

$m =$	5	5	29	11	4	7
$n =$	3	4	17	15	3	3
$d =$	144	81	93288	—	—	—
$s =$	—	—	—	8650	324900	1756008

7) Drei Zahlen verhalten sich wie $m : n : p$; die Summe ihrer Quadrate ist s.

$m =$	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$p =$	8	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{7}$
$n =$	7	$\frac{1}{3}$	$\frac{6}{35}$	$s =$	20618	32269	39710

8) Von drei Zahlen verhält sich die erste zur zweiten wie $m : n$, und die erste zur dritten wie $p : q$. Das Produkt der drei Zahlen ist das $a$fache der zweiten Zahl.

$m =$	6	6	5	$q =$	5	9	5
$n =$	7	7	4	$a =$	2880	2592	3375
$p =$	4	8	3				

9) Von drei Zahlen verhält sich die erste zur dritten wie $m : n$, die zweite zur dritten wie $p : q$. Die dritte ist so groß, daß, wenn man a mit ihr dividiert, der Quotient so groß ist als die erste und zweite zusammen.

$m =$	6	6	3	$q =$	6	9	7
$n =$	7	7	5	$a =$	$5301\frac{1}{3}$	$1203\frac{1}{8}$	116235
$p =$	5	8	4				

10) Wird eine Zahl um d vermehrt und vermindert, und das erste Resultat durchs zweite dividiert oder umgekehrt, so ist die Summe dieser beiden Quotienten s.

$d =$	3	2	5	9	$s =$	$3\frac{1}{3}$	$\frac{1066}{525}$	$\frac{157}{66}$	$\frac{353}{136}$

11) Vermehrt man den ersten Faktor des Produkts ab um eine gewisse Zahl, und vermindert den andern um das $(b : a)$fache derselben Zahl, so ist das neue Produkt um d kleiner.

$a =$	37	47	65	67	$d =$	63	175	324	320
$b =$	259	329	585	335				

12) A und B haben zusammen s ℳ ausgeliehen und beziehen jährlich gleichviel Zinsen. A erhielte zu den Prozenten des B a ℳ jährliche Zinsen, B aber zu den Prozenten des A b ℳ.

$s =$	6800	9900	15300	$b =$	162	275	$364\frac{1}{2}$
$a =$	128	176	288				

13) A kauft q Stücke einer Ware und verkauft sie mit einem gewissen Prozent-Gewinn. Für alles eingelöste Geld kauft er von einer zweiten Ware, und verkauft diese mit demselben Prozent-Gewinn. Mit allem eingelösten Gelde kann er nun von einer dritten Ware, welche um p % teuerer ist als die erste, q' Stücke kaufen.

$q =$	133	253	407	$p =$	14	15	11
$q' =$	168	266,2	528				

14) A und B haben zusammen s Stücke einer Ware verkauft, der eine mehr als der andere, haben aber beide gleichviel dafür eingenommen. A hätte bei seinem Preise aus der Ware des B a ℳ, B aus der des A b ℳ gelöst.

$s =$	120	100	81	$b =$	147	20	$122\frac{1}{2}$
$a =$	75	45	211,6				

15) N kauft zwei Stücke einer Ware, welche zusammen a Meter halten; die Preise dieser Stücke stehen im Verhältnis $m : n$, indem ein Meter eines jeden Stückes $c$mal so viel Pfennig kostet, als das Stück Meter hält.

$a =$	42	48	63	66	$n =$	4	25	16	36
$m =$	1	9	9	25	$c =$	3	2	5	$3\frac{1}{2}$

16) N hat drei Stücke einer Ware, welche zusammen s ℳ kosten. Das zweite Stück hält $m$mal so viel Meter als das erste, das dritte Stück $n$mal so viel Meter als das zweite; ein Meter eines jeden Stückes kostet $c$mal so viel Pfennig als das Stück Meter hält.

$s =$	331,5	229,52	151,28	216,06	$n =$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{3}$
$m =$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{2}{5}$	$1\frac{3}{8}$	$c =$	6	2	2	$1\frac{1}{2}$

17) N verkauft von zweierlei Waren gleichviel Stücke. Hätte er von der ersten Ware m Stücke weniger, von der zweiten aber n Stücke mehr verkauft, so hätte er aus der ersten Ware a M., aus der zweiten b M. erlöst. Hätte er aber von der ersten Ware n Stücke mehr und von der zweiten m Stücke weniger verkauft, als es wirklich der Fall war, so würde er aus beiden Waren gleichviel erlöst haben.

$m =$ 3	7	3	$a =$ 36	576	156,8
$n =$ 4	9	7	$b =$ 729	3136	793,8

18) Von a Arbeitern, welche in zwei Klassen verteilt sind, erhält jeder Arbeiter der ersten Klasse $m$mal, jeder der zweiten $n$mal so viel Pfennig als Arbeiter in seiner Klasse sind. Daher erhalten die Arbeiter der ersten Klasse zusammen $c$mal soviel Lohn als die der zweiten Klasse.

$a =$ 21	27	28	33	$n =$ 24	15	9	12
$m =$ 36	24	12	20	$c =$ $2\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$2\frac{2}{5}$

19) Mehrere Arbeiter, welche so in zwei Klassen verteilt sind, daß sich die Anzahl der Arbeiter in der ersten Klasse zu der in der zweiten wie $a : b$ verhält, erhalten zusammen eine gewisse Summe Geldes, und zwar erhalten die Arbeiter der ersten Klasse zusammen c M. mehr als die der zweiten. Jeder Arbeiter der ersten Klasse erhält nämlich $m$mal so viel M., als es Arbeiter im ganzen sind; jeder Arbeiter der zweiten Klasse aber $n$mal so viel M., als der Unterschied zwischen der Anzahl Arbeiter von beiden Klassen beträgt.

$a =$ 4	7	7	$m =$ $\frac{1}{3}$	$\frac{2}{13}$	$\frac{3}{8}$
$b =$ 5	19	9	$n =$ 2	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{2}$
$c =$ 18	—204	—75			

20) Ein Gefäß von a Liter Inhalt ist mit einer Flüssigkeit gefüllt. Aus demselben wird eine bestimmte Menge dieser Flüssigkeit herausgenommen und durch Wasser ersetzt. Von der Mischung wird eben so viel als vorher

herausgenommen; dies geschieht $n$mal hintereinander, bis nur noch b Liter der ersten Flüssigkeit im Gefäße sich befinden.

$a = 81 \quad 625 \quad 768 \quad 1509{,}03 \qquad n = 4 \quad 4 \quad 8 \quad 8$
$b = 16 \quad 81 \quad 3 \quad 0{,}23$

21) Zwei Körper bewegen sich in gerader Linie von A nach B, und gebrauchen dazu zusammen s Zeiteinheiten. Der erste hätte in der Zeit, welche er zur Zurücklegung der Strecke AB brauchte, mit der Geschwindigkeit des zweiten a Längeneinheiten zurückgelegt; eben so der zweite mit der Geschwindigkeit des ersten b Längeneinheiten.

$s = 22 \quad 58 \quad 44 \quad 105 \qquad b = 72 \quad 288 \quad 162 \quad 768$
$a = 50 \quad 578 \quad 338 \quad 1083$

22) Zwei Körper bewegen sich gleichzeitig von dem Scheitelpunkte aus auf den Schenkeln eines rechten Winkels mit den Geschwindigkeiten c und c'. Wann wird ihre Entfernung d Längeneinheiten betragen?

$c = 72 \quad 36 \quad 13{,}3 \qquad d = 1649 \quad 1615 \quad 430\frac{1}{2}$
$c' = 65 \quad 77 \quad 15{,}6$

23) Zwei Körper, deren Entfernung d Längeneinheiten beträgt, bewegen sich auf den Schenkeln eines rechten Winkels mit gleicher Geschwindigkeit nach dem Scheitelpunkte desselben. Der erste geht m Zeiteinheiten früher ab als der zweite, und trifft mit diesem n Zeiteinheiten nach dem Abgang des zweiten zusammen.

$d = 904 \quad 1955 \quad 1885 \quad 1853 \qquad n = 15 \quad 13 \quad 24 \quad 60$
$m = 97 \quad 71 \quad 119 \quad 31$

24) Das Produkt zweier Zahlen ist p, während ihre Differenz dem $m$fachen der zweiten Zahl gleich ist.

$p = 5832 \quad 12936 \quad 12448268406 \qquad m = 7 \quad \frac{5}{6} \quad 5$

25) Wenn man die Summe zweier Zahlen mit der ersten multipliziert, so ist das Produkt p; multipliziert man sie aber mit der zweiten, so ist das Produkt q.

$p =$	264024	199755	624575	644760	768852
$q =$	71217	135486	531050	521640	517104

26) Die Summe der Quadrate zweier Zahlen ist s; das Produkt beider Zahlen ist p.

$s =$	14994	69885	108658	369658	944010
$p =$	6615	28782	42471	179829	447363

27) Die Summe zweier Zahlen ist s; die Summe ihrer dritten Potenzen ist a.

$s =$	11	96	111	112	134
$a =$	539	325152	443889	391888	659414

28) Das Produkt aus der Summe und Differenz zweier Zahlen ist p; das Verhältnis der Summe zur Differenz ist $m : n$.

$p =$	19800	4617	11271	$n =$	2	3	3
$m =$	11	19	13				

29) Zwei Zahlen zu finden, deren Summe mit der Summe ihrer Quadrate multipliziert $= a$, deren Differenz mit der Differenz der Quadrate multipliziert $= b$.

$a =$	1695	1261	3060	$b =$	15	325	288

30) Die Produkte von je zweien dreier Zahlen sind m, n, p.

$m =$	442	3015	$1330\frac{5}{7}$	$p =$	910	5963	$3002\frac{11}{14}$
$n =$	595	4005	$1865\frac{5}{32}$				

31) Drei Zahlen zu finden, so daß die erste mit der Summe der beiden andern multipliziert a, die zweite mit der Summe der beiden andern multipliziert b, die dritte mit der Summe der beiden ersten multipliziert c gibt.

$a =$	1961	3773	3256	$c =$	1584	3008	2905
$b =$	1769	3645	3081				

32) Wenn man das Produkt dreier Zahlen durch die Summe der ersten und zweiten, oder der ersten und dritten, oder der zweiten und dritten dividiert, so erhält man die Quotienten c, b, a.

$c = 75 \quad 144 \quad 135 \qquad a = 40 \quad 85\frac{1}{11} \quad 83\frac{1}{13}$

$b = 46\frac{2}{13} \quad 110\frac{2}{17} \quad 98\frac{2}{11}$

33) Bei vier Zahlen sind die Produkte von je dreien m, n, p, q.

$m = 105 \quad 504 \quad 672 \qquad p = 168 \quad 756 \quad 1092$

$n = 120 \quad 672 \quad 728 \qquad q = 280 \quad 864 \quad 1248$

34) Von drei Zahlen ist das Produkt der ersten und zweiten dividiert durch die dritte $= c$; das Produkt der ersten und dritten dividiert durch die zweite $= b$; das Produkt der zweiten und dritten dividiert durch die erste $= a$.

$a = 126\frac{3}{4} \quad 96\frac{4}{5} \quad 216\frac{3}{4} \qquad c = 972 \quad 3380 \quad 1452$

$b = 261\frac{1}{3} \quad 361\frac{1}{4} \quad 225\frac{1}{3}$

35) Von drei Zahlen ist das Produkt der ersten und dritten $= p$, der zweiten und dritten $= q$; die Summe der Quadrate der ersten und zweiten ist $= s$.

$p = 779 \quad 663 \quad 1541 \qquad s = 1202 \quad 1018 \quad 2554$

$q = 1189 \quad 1053 \quad 3015$

36) Von drei Zahlen ist die Summe der ersten und dritten $= b$, die Summe der Quadrate der ersten und zweiten $= c$, die Summe der dritten Potenzen der ersten und dritten $= a$.

$b = 86 \quad 108 \quad 459 \qquad a = 283886 \quad 471744 \quad 24233823$

$c = 6074 \quad 8692 \quad 108137$

37) Von drei Zahlen gibt das Quadrat der ersten mit der zweiten multipliziert c; das Quadrat der zweiten mit der dritten multipliziert a; das Quadrat der dritten mit der ersten multipliziert b.

$a = 720 \quad 112 \quad 441 \qquad c = 588 \quad 576 \quad 175$

$b = 175 \quad 588 \quad 405$

38) Wird eine gewisse zweiziffrige Zahl mit der an der Stelle der Zehner stehenden Ziffer multipliziert, so ist das Produkt p; wird aber eben diese Ziffer mit der

Summe der beiden Ziffern multipliziert, so ist das Produkt q.

p = 50 837 680 402 q = 14 108 104 78

39) Bei einer dreiziffrigen Zahl ist die Summe von den Quadraten der einzelnen Ziffern = a; das Quadrat der Zehner ist um b kleiner als das doppelte Produkt der beiden äußern Ziffern; subtrahiert man c von der gesuchten Zahl, so erscheinen die Ziffern in umgekehrter Ordnung.

a = 70 104 155 149 c = 297 594 396 198
b = 11 —4 41 47

40) Eine dreiziffrige Zahl ist so beschaffen, daß die Quadratsumme der einzelnen Ziffern = s, daß die Ziffern selbst eine arithmetische Reihe bilden, und daß, wenn a von der gesuchten Zahl subtrahiert wird, die drei Ziffern in umgekehrter Ordnung erscheinen.

s = 66 83 116 126 a = 594 396 396 594

41) m Stücke einer Ware kosten a ℳ. weniger, als eben so viele Stücke einer andern Ware. Nimmt man von jeder Ware für b ℳ., so erhält man von der ersten Ware n Stücke mehr als von der zweiten.

m = 48 34 38 b = $19\frac{1}{4}$ $40\frac{1}{2}\frac{9}{0}$ 226,8
a = 4,8 6,8 38 n = 22 28 45

42) Eine Stiftung ist für n Personen gemacht. Die Anzahl der sich Meldenden ist so groß, daß bei Berücksichtigung Aller jeder nur a ℳ. erhalten würde, und daß, wenn jeder den für eine Person bestimmten Betrag erhalten sollte, im ganzen b ℳ. erforderlich wären.

n = 63 395 384 b = 1075,2 5972,4 5386,8
a = 5,4 10,5 12,8

43) Bildet man aus zwei gegebenen Linien als Katheten ein rechtwinkeliges Dreieck, so wird die Hypotenuse desselben c; macht man aber die eine zur Hypotenuse,

so wird das Quadrat der andern Kathete a Quadrateinheiten.

$c = 17 \quad 65 \quad 65 \quad 193 \qquad a = 161 \quad 3713 \quad 2047 \quad 19199$

44) Ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypotenuse $= a$ Längeneinheiten, hat b Quadrateinheiten Inhalt.

$a = 85 \quad 15{,}7 \quad 26{,}5 \quad 27{,}7 \qquad b = 1386 \quad 56{,}1 \quad 30{,}36 \quad 144{,}9$

45) Ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Umfang $= a$ Längeneinheiten, hat b Quadrateinheiten Inhalt.

$a = 234 \quad 228 \quad 330 \quad 39{,}6 \qquad b = 2340 \quad 2166 \quad 4620 \quad 55{,}44$

46) In einem rechtwinkligen Dreieck, dessen Hypothenuse $= a$ Längeneinheiten, beträgt die Differenz der beiden Katheten b Längeneinheiten.

$a = 89 \quad 97 \quad 87{,}2 \quad 94{,}2 \qquad b = 41 \quad 7 \quad 24{,}8 \quad 28{,}2$

47) Die Diagonale eines Rechtecks, dessen Breite um b Längeneinheiten kürzer ist als die Länge, beträgt d Längeneinheiten.

$b = 119 \quad 1547 \quad 97 \quad 217 \qquad d = 221 \quad 1885 \quad 593 \quad 565$

48) Der Umfang eines Rechtecks, dessen Diagonale d Längeneinheiten ist, beträgt s Längeneinheiten.

$d = 371 \quad 407 \quad 277 \quad 365 \qquad s = 1022 \quad 1034 \quad 734 \quad 866$

49) Welchen Inhalt hat das größte Rechteck, dessen Umfang a Längeneinheiten?

$a = 156 \quad 596 \quad 2036 \quad 312{,}4 \quad 2345{,}6$

50) Die Kante eines Würfels ist um d Längeneinheiten größer als die eines andern, welcher c Kubikeinheiten weniger Inhalt hat.

$d = 5 \quad 2\frac{1}{2} \quad 3{,}8 \qquad c = 6965 \quad 2501\frac{7}{8} \quad 2788{,}022$

51) Drei durch gerade Linien verbundene Punkte A, B, C liegen so, daß die Linie von C nach A mit der von C nach B einen rechten Winkel bildet. Zwischen A und B liegt ein vierter Punkt D, und zwischen B und C ein fünfter Punkt E. Die Linie ED steht senkrecht auf AB. D ist von A um a, von B um b Längen-

einheiten entfernt. Wer von C über E und D nach B geht, macht einen Weg, welcher um das $n$fache des von C nach A führenden Weges größer ist, als die gerade Strecke von C nach B.

$a =$	7	76	115	51,8	$n =$ $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{6}{35}$
$b =$	3	13	22	13,2				

52) Auf den Schenkeln eines rechten Winkels bewegen sich von der Spitze aus zwei Punkte mit gleichförmiger Geschwindigkeit, und zwar geht der erste a Zeiteinheiten früher ab als der zweite. m Zeiteinheiten nach Abgang des zweiten beträgt ihre gegenseitige Entfernung c Längeneinheiten, n Zeiteinheiten aber nach Abgang des zweiten d Längeneinheiten.

$a =$	$\frac{1}{2}$	$-25\frac{2}{23}$	$1\frac{6}{7}$	$-10\frac{1}{15}$	$n =$ 16	48	21	17
$m =$	6	44	5	13	$d =$ 281	625	281	185
$c =$	109	533	73	125				

53) Zwei Körper gehen zu gleicher Zeit von zwei Punkten A und B einander entgegen; beim Zusammentreffen hat der erste d Längeneinheiten mehr zurückgelegt, als der zweite. Behalten sie ihre Geschwindigkeit bei, so trifft, von hier an gerechnet, der erste nach a Zeiteinheiten in B, der zweite nach b Zeiteinheiten in A ein.

$d =$	12	80	18	105	$b =$ 16	9	28	20
$a =$	9	4	$15\frac{3}{4}$	$11\frac{1}{4}$				

54) Zwei Körper bewegen sich von den um d Längeneinheiten entfernten Punkten A und B einander entgegen, und zwar geht der erste a Zeiteinheiten früher ab, als der zweite. Beide Körper treffen b Zeiteinheiten nach Abgang des zweiten zusammen, und kommen gleichzeitig in A und B an.

$d =$	105	210	280	588	$b =$ $2\frac{1}{12}$	$2\frac{15}{17}$	45	63
$a =$	2	3	35	49				

II. Unreine Gleichungen vom zweiten Grade mit einer Unbekannten.

1) Welche Zahl wird von ihrem Quadrat um d übertroffen?

$d =$ 272	1332	4422	4970	29756

2) Welche Zahl gibt zu ihrem reziproken Werte addiert a?

$a =$ 2,9	2,05	2,225	2,2025	2,06125

3) Die Zahl a soll so in zwei Teile geteilt werden, daß daß das Produkt aus beiden Teilen $= p$ sei.

$a =$ 178	288	717	931	943
$p =$ 7872	18236	124232	190608	175006

4) Die Zahl a soll so in zwei Teile geteilt werden, daß das Quadrat des einen Teils gleich sei dem Produkte aus dem andern Teil und der ganzen Zahl.

$a =$ 40	63	123	234	34,567

5) Vermehrt man den ersten Faktor des Produkts ab um eine gewisse Zahl, und vermindert den zweiten Faktor um das $m$fache derselben Zahl, so ist das Produkt der neuen Faktoren das $p$fache der gesuchten Zahl.

$a =$ 6	7	13	9	$m =$ 1	3	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{3}$
$b =$ 52	57	92	161	$p =$ 35	$17\frac{3}{5}$	36	88

6) Wenn man das $m$fache einer Zahl mit dem $n$fachen derselben Zahl multipliziert, und zum Produkte das $p$fache der Zahl addiert, so erhält man eine neue Zahl, welche die Zahl a um eben so viel übertrifft, als die gesuchte Zahl selbst unter b ist.

$m = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{5}$	$a =$ 315	200	465	3700
$n = \frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$b =$ 180	280	207	150
$p =$ 7	5	5	-9				

7) Drei Zahlen verhalten sich wie $m : n : p$; wird die erste mit der zweiten, die zweite mit der dritten multipliziert, und beide Produkte zur Summe der drei Zahlen addiert, so erhält man a.

$m =$ 3	5	6	$p =$ 11	11	13
$n =$ 7	7	11	$a =$ 39620	19227	10451

8) Werden zwei mehrziffrige Zahlen, von denen die eine um d größer ist als die andere, mit einander multipliziert, und bei der Addition der Teilprodukte a Einheiten der $n$ten Ordnung (von rechts nach links gezählt) weg gelassen, so gibt das falsche Produkt durch den kleinern Faktor dividiert den Quotienten q und den Rest r.

$d = 6 \quad 75 \quad 111 \quad 234 \qquad q = 86 \quad 227 \quad 302 \quad 573$
$a = 3 \quad 1 \quad 1 \quad 2 \qquad r = 40 \quad 113 \quad 62 \quad 70$
$n = 3 \quad 4 \quad 5 \quad 4$

9) Wenn man eine Zahl um d vermindert und aus dem Reste die Quadratwurzel zieht, so erhält man das $n$fache der gesuchten Zahl.

$d = 200 \quad 300 \quad -325 \quad -945 \qquad n = \frac{1}{30} \quad \frac{1}{40} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{1}{48}$

10) Wenn man eine Zahl um a vermehrt und um b vermindert und aus den so erhaltenen Zahlen die Kubikwurzel zieht, so unterscheiden sich diese um d.

$a = 5082 \quad 9977 \quad 10367 \qquad d = 11 \quad 15 \quad 12$
$b = 407 \quad 328 \quad 469$

11) Eine Summe von a ℳ. soll unter mehrere Personen verteilt werden. Wären es n Personen weniger, so würde jede der übrigen b ℳ. mehr erhalten.

$a = 1500 \quad 21600 \quad 1800 \qquad b = 200 \quad 600 \quad 120$
$n = 2 \quad 3 \quad 4$

12) N kauft für a ℳ. von einer gewissen Ware; n Stücke behält er zu eignem Gebrauch, die übrigen verkauft er für b ℳ., und gewinnt so an jedem Stücke c ℳ.

$a = 3120 \quad 3752 \quad 1008 \qquad c = 3{,}8 \quad 4 \quad 1{,}1$
$b = 2175{,}6 \quad 3337 \quad 945{,}3 \qquad n = 23 \quad 9 \quad 11$

13) A kauft einige Stücke einer Ware zu gleichen Preisen, im ganzen für a ℳ. Hätte er für dieselbe Geldsumme n Stücke mehr erhalten, so wäre ein Stück um b ℳ. wohlfeiler gewesen.

$a = 60 \quad 84 \quad 14\frac{1}{4} \quad 327{,}6 \qquad b = 1 \quad 1 \quad \frac{1}{5} \quad \frac{11}{20}$
$n = 3 \quad 2 \quad 4 \quad 22$

14) *A* und *B* verkaufen mehrere Stücke einer Ware, *A* *n* Stücke mehr als *B*, und nehmen dafür im Ganzen *c* ℳ. ein. *A* hätte bei seinem Preis aus der Ware des *B* *a* ℳ. gelöst, *B* aber bei seinem Preis aus der Ware des *A* *b* ℳ.

$n =$ 6	—3	5	$a =$ 50,4	24	48,6
$c =$ 124,8	35	114,3	$b =$ 77	12,5	66,7

15) *A* hat mehrere Stücke von dreierlei Waren, welche zusammen *c* ℳ. kosten. Das Stück einer jeden kostet so viel Pfennig, als Stücke davon vorrätig sind; von der zweiten Sorte hat er um das *n*fache mehr als von der ersten, und von der dritten *p* Stücke mehr als von der zweiten.

$c =$ 26,25	55,25	21,25	$p =$ 15	50	11
$n = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$			

16) *A* hat mehrere Stücke von dreierlei Waren, welche zusammen *c* ℳ. kosten. Das Stück einer jeden kostet *m*mal so viel Pfennig, als Stücke davon vorrätig sind; von der zweiten Sorte sind es *n* Stücke mehr als von der ersten, und von der dritten Sorte sind es um das *p*fache mehr Stücke als von der zweiten.

$c =$ 75,78	58,98	74,02	$n =$ 9	12	14
$m =$ 2	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$p = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$

17) *N* hat mehrere Stücke von zweierlei Waren, welche zusammen *c* ℳ. kosten. Ein Stück der ersten Sorte kostet *n*mal so viel Pfennig, als die Anzahl der Stücke dieser Sorte beträgt; ein Stück der zweiten Sorte kostet *d* Pfennig weniger als ein Stück der ersten, während sich die Anzahl der Stücke von der ersten Sorte zu der von der zweiten wie *a* : *b* verhält.

$c =$ 131	153,75	33,66	67,77	$a =$ 4	5	6	5
$n = 1\frac{1}{4}$	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{2}{3}$	$b =$ 3	4	7	6
$d =$ 15	25	9	12				

18) Es kauft jemand eine gewisse Anzahl Stücke einer Ware für *a* ℳ.; für dieselbe Summe kauft er ein

andermal von der nämlichen Ware, erhält aber, weil unterdessen das Stück um *d* ℳ im Preise gestiegen ist, *n* Stücke weniger als das erstemal.

$a =$ 168 900,9 512,5 $n =$ 5 14 $-\frac{2}{3}$

$d =$ 0,8 1,8 —0,2

19) Von drei Stücken einer Ware hält das zweite *b*, das dritte *c* Meter mehr als das erste. Ein Meter des ersten kostet *n*mal so viel Pfennig, als das Stück Meter hält; vom zweiten kostet ein Meter *b'* Pfennig weniger, vom dritten *c'* Pfennig mehr als vom ersten. Der Preis der drei Stücke zusammen ist *a* ℳ.

$a =$ 135,96 190,6 183,6 113,1 $n =$ 3 2 $7\frac{1}{2}$ 2

$b =$ 8 3 15 16 $b' =$ 21 —20 40 8

$c =$ 13 5 20 22 $c' =$ 12 40 15 12

20) Mehrere Arbeiter erhalten zusammen *c* ℳ Lohn. Die Arbeiter sind in drei Klassen geteilt; jeder erhält *m*mal so viel ℳ Lohn, als Personen in seiner Klasse sind. In der zweiten Klasse sind *p* Arbeiter weniger als in der ersten, und in der dritten um das *n*fache mehr als in der zweiten.

$c =$ 588 129,4 746,4 $p =$ 8 5 9

$m =$ 3 $\frac{1}{10}$ $\frac{2}{5}$ $n =$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{4}$

21) Ein Kapital von *a* ℳ ist zu einem gewissen Zinsfuß ausgeliehen. Nach einem Jahre werden die eingegangenen Zinsen zu dem nämlichen Zinsfuß ausgeliehen, dagegen *b* ℳ vom ursprünglichen Kapital ausgegeben. Am Ende des zweiten Jahres beträgt daher das ganze Vermögen *c* ℳ.

$a =$ 4600 5800 16000 $c =$ 4200 6085,8 17138,7

$b =$ 830 123 240

22) *N* hat *a* ℳ ausgeliehen und erhält nach Verlauf eines Jahres an Zinsen und einem gewissen Teile des Kapitals *b* ℳ zurück. Seine Forderung beträgt daher am Ende des zweiten Jahres mit Inbegriff der Zinsen *c* ℳ.

$a = 8000 \quad 7000 \quad 15680 \qquad c = 6255 \quad 6541 \quad 10282{,}8$
$b = 2340 \quad 1185 \quad 6545{,}6$

23) *A* kauft für eine gewisse Summe von einer Ware; die Transportkosten betragen p %. Er verkauft die Ware für a ℳ, und gewinnt dabei so viel Prozent, als das $m$fache des Einkaufspreises ohne Transportkosten beträgt.

$p = 4{,}8 \quad 3 \quad 2\frac{1}{2} \qquad m = \frac{1}{5} \quad \frac{1}{24} \quad \frac{1}{160}$
$a = 163\frac{3}{4} \quad 426{,}42 \quad 1322\frac{1}{4}$

24) *N* verkauft eine Ware, welche er für a ℳ eingekauft hat, mit einem gewissen Prozent-Gewinn. Mit demselben Prozent-Gewinn verkauft er eine zweite Ware, auf deren Einkauf er b ℳ weniger verwendet hat, als der Verkaufspreis der ersten Ware betrug. Die zweite Einnahme ist daher um c ℳ größer als das $n$fache der zweiten Ausgabe.

$a = 1200 \quad 2400 \quad 2600 \qquad c = 812\frac{1}{2} \quad 714 \quad 1292$
$b = 50 \quad 42 \quad 62 \qquad n = \frac{1}{2} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{2}{3}$

25) *N* hat nach einiger Zeit a ℳ zu bezahlen, und zwar einen Teil der Summe n Monate früher als den andern. Mit p % jährlichem Diskonto von Hundert bezahlt er bar für die eine Summe b ℳ, für die andere c ℳ.

$a = 2040 \quad 1490 \quad 5760 \qquad b = 932 \quad 617\frac{1}{2} \quad 2301$
$n = 3 \quad 2 \quad 2\frac{1}{2} \qquad c = 1035 \quad 787\frac{1}{2} \quad 3272\frac{1}{2}$
$p = 5 \quad 7\frac{1}{2} \quad 6$

26) Zu einem Geschäfte gibt *A* a ℳ mehr als *B*, *B* und *C* zusammen aber b ℳ. Von dem Gewinn, welcher d ℳ weniger beträgt, als die ganze Einlage, erhält *A* c ℳ.

$a = 37 \quad 1100 \quad 200 \qquad d = 681 \quad 11352 \quad 2017{,}1$
$b = 815 \quad 8900 \quad 1500 \qquad c = 128 \quad 602 \quad 98{,}4$

27) *A* und *B* treten einer Handelsverbindung bei und gewinnen zusammen c ℳ. *B* hatte seine Einlage von

b ℳ. *n* Monate lang stehen; *A* aber, welcher sein Geld *m* Monate im Handel hatte, erhielt an Kapital und Gewinn *a* ℳ.

$c =$	684	1800	1715	$m =$	11	12	24
$b =$	5600	3000	12500	$a =$	3464	2600	6340
$n =$	10	16	11				

28) *A* und *B* geben zusammen zu einem Geschäfte *c* ℳ. und zwar *A* auf *m*, *B* auf *n* Monate. Bei der Teilung erhält *A a* ℳ. Kapital und Gewinn, und ebenso *B b* ℳ.

$c =$	2000	6050	3400	$a =$	1710	5175	2070
$m =$	17	19	12	$b =$	1040	3450	1920
$n =$	12	25	16				

29) Eine Arbeit wird von zwei Personen, von denen die zweite *a* Tage später zu arbeiten anfängt, in *b* Tagen ausgeführt. Um die Arbeit allein zu vollenden, würde die zweite *c* Tage weniger brauchen als die erste.

$a =$	$1\frac{1}{2}$	1	7	$6\frac{4}{5}$	$c =$ 3	2	4	5
$b =$	$5\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{3}$	$14\frac{2}{5}$				

30) Ein Wasserbehälter kann durch zwei Röhren gefüllt werden, durch die eine in *a* Zeiteinheiten früher als durch die andere. Durch beide Röhren zusammen wird er in *b* Zeiteinheiten gefüllt.

$a = 2 \quad 4 \quad 216 \quad 945 \qquad b = 1\frac{7}{8} \quad 4\frac{5}{18} \quad 725 \quad 936$

31) Aus einem mit *a* Litern einer Flüssigkeit *F* gefüllten Gefäß wird eine bestimmte Menge herausgenommen, und das Fehlende durch Wasser ersetzt. Von der gehörig gemischten Flüssigkeit werden zum zweitenmal *b* Liter mehr als das erstemal herausgenommen, und das Gefäß wieder mit Wasser gefüllt. In dieser Flüssigkeit ist noch das *n*fache der ursprünglichen Flüssigkeit *F* enthalten.

$a =$	360	325	365	$n =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{48}{73}$
$b =$	84	$165\frac{1}{2}$	8				

32) *N* hat *a* Hektoliter Weizen ausgesäet; im zweiten Jahre säet er das Geerntete weniger *b* Hektoliter, und erhält bei gleicher Fruchtbarkeit das *n*fache seiner zweiten Aussaat nebst *c* Hektolitern.

$a =$	$4\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{5}$	$5\frac{1}{3}$	$n =$ 8	$8\frac{2}{3}$	6
$b =$	16	$55\frac{1}{2}$	26	$c =$ $21\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{4}$	$13\frac{1}{2}$

33) In einem rechtwinkeligen Dreieck ist die Differenz zwischen der Hypotenuse und jeder der beiden Katheten *a* und *b*.

$a =$ 8 25 32 121 $b =$ 9 18 25 18

34) In ein Rechteck, dessen Seiten *a* und *b*, soll ein anderes gezeichnet werden, welches das *n*fache des ersten an Flächeninhalt ist, und dessen Umfang von dem des ersten überall gleichweit absteht.

$a =$	75	70	96	65	$n =$ $\frac{24}{35}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{23}{28}$	$\frac{10}{13}$
$b =$	56	$52\frac{1}{2}$	77	84				

35) *A* hat, indem er sich *n* Zeiteinheiten länger bewegte als *B*, *d* Längeneinheiten mehr zurückgelegt. In der Zeit des *B* hätte *A* *a* Längeneinheiten, in der Zeit des *A* aber hätte *B* *b* Längeneinheiten zurückgelegt.

$n =$	18	10	13	$a =$ 540	3640	5600
$d =$	450	2250	1380	$b =$ 2250	6840	8640

36) Ein Körper bewegt sich von *A* nach *B* in *m* Zeiteinheiten; zu gleicher Zeit geht von einem um *d* Längeneinheiten rückwärts gelegenen Orte *C* ein zweiter Körper nach demselben Orte *B*, und sucht, um gleichzeitig mit dem ersten daselbst einzutreffen, bei je *a* Längeneinheiten *n* Zeiteinheiten zu gewinnen.

$m =$	14	$19\frac{1}{2}$	84	156	$a =$ 20	10	770	210
$d =$	5	4	350	3250	$n =$ 1	1	5	2

37) Zwei Körper bewegen sich auf zwei sich rechtwinkelig schneidenden Geraden mit den Geschwindigkeiten *a* und *b* nach dem Durchschnittspunkte, von welchem ihre anfängliche Entfernung *c* und *d* Längeneinheiten beträgt.

Wann werden beide die Entfernung e haben; wann werden sie die kürzeste Entfernung haben?

$a = 9 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \qquad d = 251 \quad 220 \quad 232 \quad 227$

$b = 8 \quad 12 \quad 12 \quad 12 \qquad e = 277 \quad 340 \quad 340 \quad 425$

$c = 405 \quad 148 \quad 153 \quad 165$

38) Die Mittelpunkte zweier Kreise von den Radien r und r' bewegen sich mit den Geschwindigkeiten a und b auf den Schenkeln eines rechten Winkels nach dem Scheitelpunkt, von welchem ihre anfängliche Entfernung c und d Längeneinheiten beträgt. Wann wird ihre Entfernung e sein; wann werden sich die Kreise berühren, und welches ist die kleinste Entfernung ihrer Mittelpunkte?

$r = 49 \quad 36 \quad 65 \quad 45 \qquad b = 2 \quad 18 \quad 3 \quad 15\frac{2}{3}$

$r' = 36 \quad 16 \quad 24 \quad 28 \qquad c = 155 \quad 38 \quad 108 \quad 147$

$a = 6 \quad 2 \quad 4 \quad 11 \qquad d = 62 \quad 210 \quad 60 \quad 196$

III. Unreine Gleichungen vom zweiten Grade mit mehreren Unbekannten.

1) Das Produkt zweier Zahlen ist um a kleiner, als die Summe ihrer Quadrate, und um b größer, als die Differenz derselben.

$a = 237 \quad 301 \quad 361 \quad 373 \qquad b = 101 \quad 149 \quad 151 \quad 205$

2) Die Summe zweier Zahlen ist a, während ihre Differenz gleich ist der $(1 : n)$fachen Differenz ihrer dritten Potenzen.

$a = 10 \quad 16 \quad 23 \quad 23 \qquad n = 79 \quad 201 \quad 399 \quad 403$

3) Die Differenz zweier Zahlen ist a, während ihre Summe gleich ist der $(1 : n)$fachen Summe ihrer dritten Potenzen.

$a = 5 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \qquad n = 49 \quad 109 \quad 169 \quad 217$

4) Zwei Zahlen mit einander multipliziert geben den $n$fachen Kubus der zweiten; die Summe der $a$fachen ersten und der $b$fachen zweiten ist s.

$n = \frac{5}{8} \quad \frac{7}{9} \quad \frac{4}{21} \quad \frac{3}{8} \qquad b = 20 \quad 19 \quad 17 \quad 19$

$a = 13 \quad 3 \quad 9 \quad 5\frac{1}{6} \qquad s = 1410 \quad 810 \quad 1113 \quad 2051$

5) Wenn man die Summe zweier Zahlen zur Summe ihrer Quadrate addiert, so erhält man a; addiert man ihre Differenz zur Differenz ihrer Quadrate, so erhält man b.

$a = 71664 \quad 11528 \quad 12660 \qquad b = 19500 \quad 2416 \quad 5580$

6) Die Summe zweier Zahlen ist $n$mal größer als ihre Differenz; wird die Summe oder Differenz der Zahlen von der Summe ihrer Quadrate subtrahiert, so erhält man a oder b.

$n = 8\frac{1}{5} \quad 4\frac{5}{6} \quad 7\frac{4}{7} \quad 9\frac{2}{5} \qquad b = — \quad — \quad 1422 \quad 54698$

$a = 812 \quad 6900 \quad — \quad —$

7) Die Summe von den Quadraten zweier Zahlen ist um d kleiner, als das $m$fache Produkt der beiden Zahlen; das $a$fache der ersten Zahl ist um c größer, als das $b$fache der zweiten Zahl.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$d =$	76	269	1226	1436	4283	9479	54155
$m =$	3	5	4	3	4	4	5
$a =$	3	4	7	3	5	7	5
$c =$	14	13	26	6	111	73	58
$b =$	1	3	5	2	8	5	3

8) Die Zahl a soll in drei Summanden zerlegt werden, so daß das Produkt aus dem ersten und dritten dem $a$fachen des zweiten gleich wird, und daß der dritte das $c$fache des ersten wird.

$a = 102 \quad 35 \quad 147 \qquad c = 1\frac{1}{2} \quad \frac{14}{15} \quad 5\frac{1}{4}$

9) Jede der Zahlen a und b soll so in zwei Teile geteilt werden, daß sich der erste Teil von a zum ersten Teil von b wie $m : n$ verhalte, und daß das Produkt aus den beiden andern Teilen $= p$, oder daß die Quadratsumme der beiden andern Teile $= s$ sei.

$a =$	120	169	98	$n =$	9	8	11
$b =$	171	162	182	$p =$	3672	—	—
$m =$	4	7	3	$s =$	—	13940	11930

10) Vermehrt man den Zähler eines gewissen Bruches um a, und vermindert den Nenner um a, so erhält man den reziproken Wert des Bruches; vermindert man aber den Zähler und vermehrt den Nenner um a, so erhält man eine Zahl, welche um b vermehrt dem reziproken Wert des Bruches gleich ist.

$a = 2 \quad 8 \quad 5 \qquad b = 1\frac{1}{15} \quad 2\frac{26}{35} \quad 1\frac{13}{132}$

11) Die Summe zweier Zahlen ist s; die Summe der Quadrate durch die Differenz der Zahlen dividiert gibt q.

$s = 28 \quad 32 \quad 161 \quad 552 \qquad q = 197 \quad 257 \quad 289 \quad 673$

12) Zwei Zahlen zu finden, deren Produkt gleich dem $n$fachen ihrer Summe, und deren Quadratsumme $= a$.

$n = 12 \quad 20 \quad 150\frac{6}{7} \qquad a = 1225 \quad 3321 \quad 193600$

13) Wenn man die Summe zweier Zahlen durch ihre Differenz dividiert, so ist der Quotient um a größer, als wenn man ihre Differenz durch ihre Summe dividiert. Multipliziert man ihr Produkt mit b, so erhält man die Differenz ihrer vierten Potenzen.

$a = 8\frac{8}{9} \quad 4\frac{4}{5} \quad 4\frac{4}{5} \qquad b = 18\frac{9}{20} \quad 97\frac{1}{2} \quad 43\frac{1}{3}$

14) Kehrt man die Reihenfolge der Ziffern einer gegebenen zweiziffrigen Zahl um, und multipliziert diese neue Zahl mit der ersten, so ist das Produkt p. Wird aber die erste durch die zweite dividiert, so ist der Quotient q und der Rest eine einziffrige Zahl. (Nicht vollkommen bestimmt.)

$p = 3154 \quad 2668 \quad 8722 \qquad q = 2 \quad 3 \quad 1$

15) Wird eine gewisse zweiziffrige Zahl durch das Produkt ihrer Ziffern dividiert, so ist der Quotient q. Vermehrt man aber die gesuchte Zahl um c, so enthält die Summe die nämlichen Ziffern in umgekehrter Ordnung.

$q = 2 \quad 3 \quad \frac{39}{28} \quad \frac{19}{12} \qquad c = 27 \quad 36 \quad 9 \quad 45$

16) Eine zweiziffrige Zahl von der Beschaffenheit zu finden, daß sie durch die Summe ihrer Ziffern dividiert einen Quotienten gibt, der um a größer ist als die Ziffer

der Einer (oder um a' größer ist als die Ziffer der Zehner); und daß, wenn man die Reihenfolge der Ziffern der gesuchten Zahl umkehrt, und die dadurch entstandene neue Zahl mit der um d verminderten Ziffernsumme dividiert, ein Quotient entsteht, der um b kleiner ist als der vorige.

$a =$	3	$-4\frac{2}{5}$	—	—	$d =$	4	-1	-1 3
$a' =$	—	—	2	1	$b =$	1	$-1\frac{2}{5}$	-2 $3\frac{1}{2}$

17) Eine Stiftung ist für n Personen gemacht. Die Anzahl der sich Meldenden ist so groß, daß bei Berücksichtigung aller jeder nur a ℳ erhalten würde, und daß, wenn jeder den für eine Person bestimmten Betrag erhalten sollte, b ℳ mehr erforderlich wären.

$n =$	99	90	247	$b =$	4004	2640	1421,2
$a =$	63	66	14,3				

18) A verkauft von zweierlei Waren im Ganzen s Stücke für c ℳ, indem er für ein Stück der ersten Ware a ℳ weniger erhält, als die $m$fache Anzahl der Stücke dieser Sorte beträgt, und eben so für ein Stück der zweiten Ware b ℳ weniger, als die $n$fache Anzahl der Stücke dieser Sorte beträgt.

$s =$	50	51	71	70	$m =$	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{12}$
$c =$	272	231	250	258	$b =$	0	4	1	19
$a =$	10	2	3	0	$n =$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	1

19) A kauft mehrere Stücke von zweierlei Waren, und zwar von der zweiten Sorte s Stücke mehr als von der ersten, zusammen für a ℳ. Die Anzahl der von der ersten Sorte gekauften Stücke ist das $m$fache von der Anzahl der für ein Stück dieser Sorte bezahlten ℳ; ebenso ist die Anzahl der von der zweiten Sorte gekauften Stücke das $n$fache von der Anzahl der für ein Stück dieser Sorte bezahlten ℳ.

$s =$	16	13	7	$m =$	8	9	10
$a =$	266	487	$540\frac{1}{2}$	$n =$	6	7	8

20) A kauft mehrere Stücke von zweierlei Waren zusammen für a ℳ; er zahlt für ein Stück der ersten Ware $b$mal mehr ℳ, als die Anzahl der von dieser Ware gekauften Stücke, und für ein Stück der zweiten Ware $c$mal mehr ℳ, als die Anzahl der von dieser Ware gekauften Stücke. Hätte die erste Ware den Preis der zweiten gehabt, und umgekehrt, so wäre der ganze Ankaufspreis a' ℳ gewesen.

$a = 344 \quad 273 \quad 1389\frac{1}{2} \qquad c = \frac{3}{8} \quad \frac{1}{12} \quad \frac{1}{5}$

$b = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{1}{2} \qquad a' = 336 \quad 252 \quad 1501\frac{1}{2}$

21) A verkauft mehrere Stücke von zweierlei Waren im Ganzen für a ℳ; dabei erhält er für ein Stück der ersten Ware $b$mal mehr ℳ, als die Anzahl aller verkauften Stücke beträgt, für ein Stück der zweiten Ware aber $c$mal mehr ℳ, als die Anzahl der von dieser Ware verkauften Stücke. Hätte er ein Stück der zweiten Ware eben so teuer verkauft, als ein Stück der ersten Ware, so würde seine Einnahme a' ℳ betragen haben.

$a = 2997 \quad 1263 \quad 1834\frac{1}{2} \qquad c = 1 \quad 3 \quad \frac{1}{2}$

$b = \frac{1}{2} \quad 2 \quad \frac{1}{3} \qquad a' = 2592 \quad 1458 \quad 2028$

22) A verkauft mehrere Stücke von zweierlei Waren zusammen für a ℳ; dabei erhält er für ein Stück der ersten Ware $b$mal mehr ℳ, als er Stücke von beiden Waren verkauft, für ein Stück der zweiten Ware aber $c$mal mehr ℳ, als er Stücke von dieser Ware verkauft. An jedem Stück der ersten Ware gewinnt er $m$mal so viel ℳ, als er Stücke von dieser Ware verkauft; eben so an jedem Stück der zweiten Ware $n$mal so viel ℳ, als er Stücke von dieser Ware verkauft; sein ganzer Gewinn beträgt daher s ℳ.

$a = 1160 \quad 3492 \quad 3042 \qquad m = 1 \quad 3\frac{1}{2} \quad 1\frac{2}{3}$

$b = 10 \quad 21 \quad 10 \qquad n = 3 \quad 5\frac{1}{2} \quad 1$

$c = 20 \quad 27 \quad 8 \qquad s = 151 \quad 478 \quad 279$

23) A besitzt mehrere Stücke einer gewissen Ware; wäre die Anzahl der Stücke so groß als die Anzahl der

Pfennige, welche jedes Stück gilt, so wäre ihr Wert um a ℳ. größer als der wahre Wert; wäre aber die Anzahl der Pfennige, welche ein Stück gilt, so groß als die Anzahl der vorhandenen Stücke, so wäre ihr Wert um b ℳ. kleiner als der wahre Wert.

$a =$	223,56	776,16	2,76	125,8	10,4	23,8
$b =$	33,12	242,55	2,4	71,04	7,84	15,96

24) A besitzt mehrere Stücke einer gewissen Ware; wäre die Anzahl der Stücke so groß als die Anzahl der Pfennige, welche jedes Stück kostet, so würde ihr Wert a ℳ. mehr betragen, als wenn die Anzahl der Pfennige, welche ein Stück kostet, so groß wäre wie die Anzahl der vorhandenen Stücke. Das $m$fache des ersten und das $n$fache des zweiten angenommenen Wertes geben zusammen b ℳ. mehr, als der wirkliche Wert beträgt.

$a =$	152,19	160	273	56,16	$m =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$
$b =$	34,62	69	1,8	3,12	$n =$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$

25) Von drei Arbeitern erhält der erste täglich a, der zweite b, der dritte c ℳ. Für eine gewisse Zeit ist ihr Gesamtlohn s ℳ., wenn die Summe der Arbeitstage des ersten und zweiten um d größer ist, als die Zahl der Arbeitstage des dritten. Würde der Taglohn des ersten Arbeiters um $m$mal so viel Pfennig erhöht, als die Zahl seiner Arbeitstage beträgt, und der Taglohn des dritten Arbeiters um $n$mal so viel Pfennig, als die Zahl seiner Arbeitstage die des ersten übertrifft, so würde der Gesamtlohn s' ℳ. mehr betragen.

$a =$	1,44	1,8	1,5	2,4	$d =$	5	7	-1	2
$b =$	1,17	1,4	1,2	2	$m =$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$	10	5
$c =$	0,96	1,08	0,8	1,8	$n =$	1	2	$3\frac{1}{3}$	4
$s =$	52,2	82,76	64,7	94,6	$s' =$	3,69	9,48	35,5	17

26) Für einen Arbeiter der ersten Klasse beträgt der tägliche Lohn a, der zweiten Klasse b, der dritten Klasse

c ℳ; für *p* Arbeiter aus den drei Klassen ist daher der Taglohn = *s* ℳ. Würde der tägliche Lohn eines Arbeiters der ersten Klasse um *m*mal so viel Pfennig erhöht, als die Anzahl der Arbeiter in dieser Klasse beträgt, und der tägliche Lohn eines Arbeiters der zweiten Klasse um *n*mal so viel Pfennig, als in dieser Klasse mehr Arbeiter sind, wie in der ersten, so würde der tägliche Lohn für sämtliche Arbeiter um *s'* ℳ. erhöht.

$a =$	2,16	2,04	4	2,8	$c =$	0,96	1,12	1	1,6
$b =$	1,44	1,56	2	2,4	$p =$	80	70	62	90
$s =$	109,68	104,04	114	188	$m =$	$1\frac{1}{3}$	2	20	5
$s' =$	12,92	9,72	84,2	31,4	$n =$	2	$1\frac{1}{3}$	10	4

27) *B* besitzt *d* ℳ. mehr als *A*; beide beziehen zusammen *c* ℳ. jährliche Zinsen. *A* würde von seinem Kapital zu den Prozenten des *B a* ℳ. jährliche Zinsen beziehen; eben so *B* von seinem Kapital zu den Prozenten des *A b* ℳ.

$d =$	1200	3000	—400	$a =$	175	200	180
$c =$	375	570	322	$b =$	188	400	144

28) Ein Kapital von *a* ℳ. und ein Kapital von *b* ℳ. sind zu verschiedenen Prozenten ausgeliehen, und tragen daher in einem Jahre *c* ℳ. Zins. Ist jedes dieser Kapitalien auf so viele Jahre ausgeliehen, als die Anzahl seiner Prozente angibt, so betragen die sämtlichen Zinsen *d* ℳ.

$a =$	900	1600	2400	$c =$	76	102	224
$b =$	800	900	2900	$d =$	354	424	950

29) Ein Kapital trägt jährlich *b* ℳ Zinsen; ein zweites um *d* ℳ. größeres bringt zu *p* % weniger verzinst jährlich *c* ℳ. Zinsen mehr.

$b =$	189	252	$162\frac{3}{4}$	$p =$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$d =$	—400	900	1310	$c =$	1	8	$30\frac{1}{20}$

30) Die mehrjährigen Zinsen eines zu *p* % ausgeliehenen Kapitals betragen mit demselben *a* ℳ. Die Zinsen

eines um d ℳ kleineren Kapitals betragen, wenn es m Jahre länger ebenfalls zu p % steht, mit dem Kapital gleichfalls a ℳ.

$p =$	4	5	4	$d =$	1500	800	180
$a =$	10368	6210	4309,2	$m =$	5	4	$1\frac{17}{40}$

31) A und B haben zusammen s ℳ zu gleichen Prozenten ausgeliehen. Nach m Jahren erhält A an Kapital und Zinsen a ℳ; eben so B nach n Jahren b ℳ.

$s =$	7700	6500	9100	$n =$	4	3	3
$m =$	3	2	4	$b =$	4988	2875	6129
$a =$	3808	4400	436				

32) A und B haben zusammen s ℳ ausgeliehen; der Zinsfuß des B ist um p % höher als der des A. Nach m Jahren besitzt A an Kapital und Zinsen a ℳ; eben so B nach n Jahren b ℳ.

$s =$	8100	7200	8600	$a =$	3888	3696	4641
$p =$	1	$\frac{1}{2}$	1	$n =$	3	4	$2\frac{1}{2}$
$m =$	2	3	3	$b =$	5175	4602	4895

33) A und B haben zusammen a ℳ auf einfache Zinsen angelegt. Da das Kapital des A um p % geringer verzinst wird als das des B, so betragen die $n$jährigen Zinsen des B b ℳ weniger als das $m$fache der für denselben Zeitraum treffenden Zinsen des A. Wird jedes der beiden Kapitalien um seine $c$jährigen Zinsen vermehrt, so verhält sich das Vermögen des A zu dem des B wie $f : g$.

$a =$	2000	5400	5000	$m =$	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{7}{5}$
$p =$	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$c =$	10	8	8
$n =$	5	6	7	$f =$	5	17	68
$b =$	40	-180	42	$g =$	8	14	99

34) Zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte legen A und B c ℳ zusammen. A, welcher sein Geld m Monate bei dem Geschäfte verwendet hatte, erhält an Kapital und Gewinn a ℳ; B aber, welcher sein Geld n Monate

bei dem Geschäfte verwendet hatte, erhält an Kapital und Gewinn b ℳ.

c =	9000	12000	6400	n =	10	10	5
m =	12	6	7	b =	4070	4125	4243,5
a =	5936	10005	2412,7				

35) A und B legen zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte c ℳ. zusammen. A gibt das $p_1$fache seiner Einlage auf m_1 Monate, den Rest auf m_2 Monate, und erhält daher an Kapital und Gewinn a ℳ.; B gibt das $q_1$fache seiner Einlage auf n_1 Monate, den Rest auf n_2 Monate, und erhält daher an Kapital und Gewinn b ℳ.

c =	4200	9000	8200	q_1 =	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{2}{3}$
p_1 =	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	n_1 =	10	8	11
m_1 =	10	8	9	n_2 =	6	1	4
m_2 =	4	3	7	b =	2616	5660	4491,2
a =	1944	4540	4262,4				

36) A und B legen zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte c ℳ. zusammen. A gibt a_1 ℳ. auf m_1 Monate und eine gewisse Summe auf m_2 Monate, und erhält daher an Kapital und Gewinn a ℳ.; B gibt b_1 ℳ. auf n_1 Monate und eine gewisse Summe auf n_2 Monate, und erhält daher an Kapital und Gewinn b ℳ.

c =	12000	1500	10400	b_1 =	2000	300	3200
a_1 =	2000	300	3600	n_1 =	8	9	11
m_1 =	8	9	9	n_2 =	5	4	6
m_2 =	6	5	7	b =	7861	1605	5292,8
a =	5714	907	6110,4				

37) A, B und C legen zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte c ℳ. zusammen, und gewinnen damit im Ganzen d ℳ. A gibt seine Einlage auf m_1 Monate, und erhält an Kapital und Gewinn a ℳ., B gibt seine Einlage auf m_2 Monate, und C gibt seine Einlage, welche das $n$fache von der des A und B zusammen ist, auf m_3 Monate.

c =	1200	1100	7700	m_2 =	9	2	6
d =	630	640	374,4	n =	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{8}$
m_1 =	6	3	7	m_3 =	8	5	5
a =	710	640	2851,2				

38) *A* ist bei zwei Unternehmungen beteiligt, deren Betriebskapitale *a* und *b* ℳ sind; bei der ersten ist der Gesamtgewinn das *m*fache von der Einlage des *A*, bei der zweiten ist der Gesamtgewinn das *n*fache vom ganzen Vermögen des *A*. Der jährliche Gewinn des *A* beträgt *c* ℳ, und würde *d* ℳ betragen, wenn beide Kapitalien des *A* im ersten Geschäfte angelegt wären.

a =	200000	400000	360000	n =	$1\frac{1}{5}$	$1\frac{4}{5}$	2
b =	360000	420000	450000	c =	830	930	1245
m =	$1\frac{1}{2}$	5	$1\frac{4}{5}$	d =	900	1050	1170

39) *A* kauft eine gewisse Anzahl Stücke einer Ware, in der Erwartung, dieselbe nach *m* Monaten um *a* ℳ teurer per Stück verkaufen zu können. Zu dieser Zeit ist der Preis der Ware um *b* ℳ per Stück gefallen, und er würde daher, wenn er dieselbe jetzt verkaufen und zu seinen Auslagen *p* % Jahresinteressen hinzurechnen würde, so viel verlieren, als der Ankaufspreis von *c* Stücken beträgt. Er wartet daher noch weitere *n* Monate, ist jedoch alsdann genötigt, das Stück um *d* ℳ wohlfeiler zu verkaufen, so daß er bei Einrechnung der Interessen *f* ℳ weniger verloren hat, als er nach *m* Monaten zu gewinnen gehofft hatte.

m =	6	4	5	c =	5	$3\frac{1}{2}$	10
a =	$1\frac{1}{2}$	4	$5\frac{1}{4}$	n =	6	5	3
b =	$\frac{1}{2}$	1	2	d =	1	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
p =	5	5	4	f =	5	12	54

40) Jemand hat zwei Metallstangen, von denen jede eine Mischung aus Gold und Silber ist, aber in verschiedenem Verhältnis. Nimmt man von beiden Stücken gleiche Gewichte, so verhält sich der Wert des Stückes aus der ersten zu dem aus der zweiten Mischung wie

$a : b$. Wird in den ursprünglichen Stücken die Quantität des Silbers unverändert gelassen, aber die des Goldes ver$m$facht, so verhalten sich gleich schwere Stücke von beiden Mischungen dem Werte nach wie $c : d$. Der Wert des Goldes ist $n$mal größer als der des Silbers.

$a =$	11	18	99	$d =$	11	25	187
$b =$	17	25	70	$m =$	2	3	3
$c =$	7	18	245	$n =$	13	15	$15\frac{1}{2}$

41) N hat zweierlei Sorten einer Ware, von der die bessere Sorte $n$mal teurer ist als die geringere. Er macht zwei Mischungen von beiden Sorten, von der Art, daß der Preis eines Liters der ersten Mischung sich zum Preis eines Liters der zweiten Mischung wie $b : c$ verhält. Später macht er wieder zwei Mischungen, wobei er die Quantität der geringeren Sorte unverändert läßt, die Quantität der bessern aber in jeder Mischung ver$a$facht. Das Verhältnis zwischen den Preisen der beiden Mischungen ist dabei dasselbe geblieben, wie im ersten Fall.

$n =$	3	5	27	16	$c =$	10	10	55	33
$b =$	9	9	42	28	$a =$	2	7	2	3

42) Eine gewisse Anzahl Arbeiter schafft eine Erdmasse in a Stunden von einem Ort zum andern. Wären der Arbeiter b mehr, und förderte jeder bei jedem Gang p Kilogramm weniger, so würden die Masse in c Stunden fortgeschafft sein. Wären der Arbeiter b' weniger, und förderte jeder bei jedem Gang p' Kilogramm mehr, so würde die Masse in c' Stunden fortgeschafft sein.

$a =$	8	9	35	$b' =$	8	—5	3
$b =$	8	38	25	$p' =$	11	3	28
$p =$	5	10	11	$c =$	9	8	25
$c =$	7	7	28				

43) A und B machen sich anheischig, eine bestimmte Arbeit um a ℳ zu besorgen, und zwar versprechen sie die

Vollendung derselben in b Tagen, während A allein die Arbeit in c Tagen hätte fertigen können. Sie finden sich jedoch genötigt, für die letzten d Tage einen dritten Arbeiter C zu Hilfe zu nehmen, wodurch B an obigem Lohn f *M.* weniger bekommt, als er erhalten hätte, wenn A und B nach ihren Kräften die Arbeit vollendet hätten.

$a = 360 \quad 392 \quad 195 \quad 315 \qquad d = 8 \quad 5 \quad 4 \quad 6$
$b = 20 \quad 22 \quad 16 \quad 16 \qquad f = 15 \quad 14 \quad 13 \quad 28$
$c = 36 \quad 42 \quad 45 \quad 36$

44) Ein Behälter, der bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt ist, kann durch die eine von zwei Röhren in einer bestimmten Zeit gefüllt, und durch die zweite in einer andern Zeit ausgeleert werden. Läßt man beide Röhren a Zeiteinheiten offen, so wird der Behälter ausgeleert. Macht man die Öffnungen beider Röhren kleiner, so daß die erste zur ganzen Füllung, die zweite zur ganzen Ausleerung d Zeiteinheiten mehr gebraucht, so wird bei gleichzeitiger Öffnung beider Röhren der Behälter in b Zeiteinheiten leer.

$a = 12 \quad 49\frac{1}{2} \quad 54 \quad 126 \qquad d = 1 \quad 4 \quad 3 \quad 4$
$b = 15\frac{3}{4} \quad 71\frac{1}{2} \quad 61\frac{3}{4} \quad 142\frac{1}{2}$

45) Ein voller Behälter kann durch zwei Röhren geleert werden. Man läßt zuerst die erste das $m$fache der Zeit geöffnet, welche die zweite brauchen würde, um allein den Behälter zu leeren, schließt sie hierauf und öffnet die zweite solange, bis der ganze Behälter geleert ist. Hätte man von Anfang an beide Röhren geöffnet, so hätte man zur Entleerung des Behälters c Zeiteinheiten weniger gebraucht als vorhin; und durch die erste Röhre wäre das $n$fache von dem ausgeflossen, was vorher durch die zweite ausfloß.

$m = \frac{2}{3} \quad \frac{3}{10} \quad \frac{9}{14} \quad \frac{4}{7} \qquad n = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 4 \quad \frac{3}{4}$
$c = 2 \quad 5 \quad 10 \quad 12$

46) Ein Gefäß ist zum Teil mit Wasser gefüllt, welches noch fortwährend gleichförmig in dasselbe einströmt. Zur Entleerung des Gefäßes können zwei Pumpen verwendet werden, von denen die erste in der nämlichen Zeit a Stöße macht, in welcher die zweite b Stöße macht; c Stöße der ersten Pumpe wirken eben so viel als d Stöße der zweiten. Die zweite Pumpe wird zuerst so lange angewendet, als die erste gebraucht hätte, um das Ganze zu leeren; hierauf pumpt die erste den Rest aus. Auf diese Weise wird das Gefäß in m Zeiteinheiten leer. Hätten beide Pumpen zugleich gearbeitet, so wäre das Ganze in n Zeiteinheiten ausgepumpt worden, und die erste Pumpe hätte k Kubikeinheiten mehr gehoben, als wirklich geschah.

$a =$	3	3	6	$m =$	$13\frac{1}{3}$	$1173\frac{1}{3}$	667
$b =$	2	4	5	$n =$	$3\frac{3}{4}$	240	162
$c =$	5	2	16	$k =$	100	—400	$127\frac{1}{2}$
$d =$	4	3	15				

47) Während der Schatten einer Sonnenuhr, welche die wahre Zeit angibt, sich von a bis $a + n$ Uhr bewegt, macht der Hammer des Schlagwerks für die ganzen Stunden einer andern Uhr, welche um eine gewisse Anzahl von Stunden und Minuten vorgeht, so viele Schläge, als die Zahl dieser Stunden und Minuten zusammen addiert gibt. Die Zahl der erwähnten Minuten ist um d kleiner, als das Quadrat der Zahl von Schlägen, welche die Uhr das letztemal schlägt.

$a =$	1	2	2	7	$d =$	41	43	57	103
$n =$	4	6	6	4					

48) Ein Stück Tuch zieht sich bei der Benetzung mit Wasser in der Länge um das $m$fache, in der Breite um das $n$fache zusammen. Dem Inhalt nach wird das Stück dadurch um q Quadrateinheiten, dem Umfang nach um a Längeneinheiten kleiner.

$m =$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{11}$	$q =$	$5\frac{3}{4}$	105,8	378
$n =$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{17}$	$a =$	$4\frac{1}{4}$	46,4	57

49) Ein Rechteck, dessen Seiten a und b Längeneinheiten, soll durch zwei mit den Seiten parallel laufende Linien in vier rechtwinklige Teile geteilt werden, so daß der in der einen Ecke liegende Teil p, der in der entgegengesetzten Ecke liegende q Quadrateinheiten enthält.

$a =$	234	142	181	$p =$	8549	1813	6225
$b =$	156	91	142	$q =$	9563	5022	6566

50) Ein Rechteck, dessen Seiten a und b Längeneinheiten, soll durch zwei sich rechtwinklig schneidende Linien in vier Rechtecke zerlegt werden, so daß der Inhalt des einen q wird, und daß die eine Seite des demselben gegenüberstehenden Rechtecks, welche der Seite a parallel ist, zu der, welche der Seite b parallel ist, im Verhältnis $m : n$ steht.

$a =$	23	60	86	125	$m =$	2	6	7	4
$b =$	18	37	82	93	$n =$	3	5	5	3
$q =$	90	924	851	2394					

51) Ein Rechteck hat als Seiten a und b Längeneinheiten; wie viel muß man zur Breite hinzusetzen und von der Länge wegnehmen, wenn bei gleichem Inhalt der Umfang um c Längeneinheiten zunehmen soll?

$a =$	119	253	187	143	$b =$	24	160	96	48
$c =$	19	31	69	133					

52) Die Diagonale eines Rechtecks beträgt d Längeneinheiten. Vermehrt man die Länge um a und die Breite um b Längeneinheiten, so nimmt die Diagonale um c Längeneinheiten zu.

$d =$	173	204	149	185	$b =$	88	—24	34	29
$a =$	6	140	—8	3	$c =$	48	124	8	20

53) Die beiden Katheten a und b, so wie die Hypotenuse c eines rechtwinkeligen Dreiecks sollen durch ganze Zahlen ausgedrückt werden und der Gleichung genügen:

$$a - 2b = 2nc$$

54) Die beiden Katheten a und b, so wie die Hypothenuse c

eines rechtwinkeligen Dreiecks sollen durch ganze Zahlen ausgedrückt werden und der Gleichung genügen:

$$a + 2nc = 2b$$

55) Ein Rechteck und ein rechtwinkliges Dreieck stehen so in Beziehung mit einander, daß die größere Seite des Rechtecks = der Hypothenuse, die kleinere des Rechtecks aber das $n$fache von der zweiten Kathete des Dreiecks ist. Die Summe von dem Flächeninhalte beider Figuren ist = dem Quadrat der zweiten Kathete, und die Summe der Umfänge beider Figuren ist um d Längeneinheiten größer, als der Umfang des letztgenannten Quadrats.

$n = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{11}{13}$ $\frac{11}{17}$ $d =$ 10 56 1672 568

56) Auf einer Strecke von a Längeneinheiten macht das Vorderrad eines Wagens m Umläufe mehr als das Hinterrad. Vergrößert man den Umfang eines jeden Rades um d Längeneinheiten, so macht das Vorderrad auf derselben Strecke n Umläufe mehr als das Hinterrad.

$a =$ 360 5775 5355 $d =$ 3 $2\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}$
$m =$ 6 165 170 $n =$ 4 112 120

57) Von zwei Punkten, deren Entfernung a Meter beträgt, gehen zwei Körper einander entgegen; geht der erste m Minuten später ab als der zweite, so treffen sie in der Mitte des Weges zusammen. Wenn nun der erste in n Minuten b Meter mehr zurücklegt als der zweite, welches ist ihre Geschwindigkeit?

$a =$ 27972 23100 10368 $n =$ 1 $3\frac{1}{2}$ 1
$m =$ 5 56 15 $b =$ 45 70 10

58) Zwei Körper bewegen sich von zwei Punkten A und B, deren Entfernung a Meter beträgt, einander entgegen. Geht der erste m Minuten früher ab als der zweite, so treffen sie auf der Mitte des Weges zusammen; gehen aber beide gleichzeitig von A und B ab, so haben sie nach n Minuten eine Entfernung von b Metern.

$a =$ 9100 41990 7344 $n =$ 20 245 43
$m =$ 56 102 32 $b =$ 5500 2790 636

59) Zwei Körper gehen zu gleicher Zeit von zwei Punkten, deren Entfernung *d* Längeneinheiten beträgt, einander entgegen, und treffen sich nach *m* Zeiteinheiten, während der erste zu *a* Längeneinheiten *n* Zeiteinheiten mehr gebraucht als der zweite.

$d =$	546	1550	7848	16080	$a =$	21	720	2964	1120
$m =$	$10\frac{1}{2}$	$16\frac{2}{3}$	72	80	$n =$	$\frac{1}{8}$	1	5	1

60) Ein Körper bewegt sich von *A* nach *B* mit gleichförmiger Geschwindigkeit; *d* Zeiteinheiten später folgt ihm ein zweiter von *C* aus, welches *c* Längeneinheiten weiter von *B* entfernt ist als *A*. Der zweite braucht, um den ersten einzuholen, *n*mal so viele Zeiteinheiten, als er Längeneinheiten in der Zeiteinheit zurücklegt. Wäre die Geschwindigkeit des ersten um *a*, des zweiten um *b* Längeneinheiten größer, so würde der zweite *f* Zeiteinheiten gebrauchen, um den ersten einzuholen.

$d =$	4	3	2	7	$a =$	4	—2	—2	3
$c =$	224	9	16	42	$b =$	14,4	3	$-1\frac{5}{6}$	—2
$n =$	$1\frac{3}{5}$	1	$1\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{2}$	$f =$	10	3	12	21

61) Ein Körper bewegt sich von *A* nach *B* mit gleichförmiger Geschwindigkeit; *d* Zeiteinheiten später folgt ihm ein zweiter von einem Orte *C* aus, welcher *e* Längeneinheiten näher an *B* liegt als *A*. Der zweite braucht, um den ersten einzuholen, *n*mal so viele Zeiteinheiten, als er Längeneinheiten in der Zeiteinheit zurücklegt. Wäre die Geschwindigkeit des ersten um *a*, des zweiten um *b* Längeneinheiten größer, so würde der zweite *f* Zeiteinheiten gebrauchen, um den ersten einzuholen.

$d =$	2	5	17	16	$a =$	$1\frac{1}{2}$	3	6	6
$e =$	30	54	30	36	$b =$	18	$7\frac{1}{2}$	28	17,4
$n =$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{9}$	$f =$	2	6	12	15

62) Ein Körper bewegt sich von *A* nach *B* mit gleichförmiger Geschwindigkeit; um *c* Zeiteinheiten später bewegt sich von *B* nach *A* ein zweiter Körper, dessen Geschwindigkeit um *b* Längeneinheiten kleiner ist als die des

ersten. Beim Zusammentreffen hat daher der erste a Längeneinheiten mehr zurückgelegt als der zweite. Wäre die Geschwindigkeit des ersten das $n$fache von der des zweiten, und würde der zweite um c' Zeiteinheiten später abgehen als der erste, so würden beide Körper in demselben Punkte zusammentreffen, wie im ersten Fall.

$c =$	10	21	14	$n =$	2	3	2
$b =$	$2\frac{1}{4}$	4,6	5	$c' =$	5	7	9
$a =$	$93\frac{3}{4}$	294,8	273				

63) Zwei Körper bewegen sich von demselben Orte aus nach den Punkten B und C. Der erste legt in a Zeiteinheiten eben so viele Längeneinheiten zurück, als der zweite in b Zeiteinheiten, kommt aber erst m Zeiteinheiten später in A an, als der zweite in C, indem sein Weg um d Längeneinheiten größer ist als der des zweiten. Hätte aber der zweite in jeder Zeiteinheit c Längeneinheiten mehr zurückgelegt, und wäre der erste n Zeiteinheiten weniger unterwegs gewesen, so wäre der Weg des ersten um e Längeneinheiten größer als der des zweiten gewesen.

$a =$	3	8	5	$c =$	2	3	6
$b =$	5	11	8	$n =$	6	2	3
$m =$	5	2	4	$e =$	37	66	221
$d =$	259	165	455				

64) Ein Körper geht von A nach B; b Zeiteinheiten später geht ein zweiter von B nach A, wobei letzterer in der Zeiteinheit c Längeneinheiten mehr zurücklegt als der erste. Beim Zusammentreffen verhält sich der zurückgelegte Weg des ersten zu dem des zweiten wie $m : n$. Wäre der erste Körper a Zeiteinheiten weniger unterwegs gewesen, als dies wirklich der Fall war, und hätte der zweite d Längeneinheiten in der Zeiteinheit mehr zurückgelegt, als wirklich geschah, so hätte der zweite f Längeneinheiten mehr zurückgelegt als der erste. Wie groß ist die Entfernung von A bis B?

$b =$	3	5	8	8	$a =$	5	3	3	2
$c =$	2	$\frac{3}{4}$	3	2	$d =$	2	$\frac{3}{4}$	2	3
$m =$	13	9	24	25	$f =$	48	15	85	105
$n =$	15	8	25	27					

65) Drei Punkte A, B, C bilden ein rechtwinkliges Dreieck, in welchem B die Spitze des rechten Winkels ist. Auf dem Umfang desselben bewegen sich zwei Körper mit gleichförmiger Geschwindigkeit von A über B nach C und wieder zurück nach A. Der erste braucht von A über B nach C a Zeiteinheiten mehr, als von C nach A. Der zweite, dessen Geschwindigkeit das $n$fache von der des ersten, geht b Zeiteinheiten später von A ab als der erste, und holt denselben ein, nachdem er c Längeneinheiten über B hinausgekommen ist. d Zeiteinheiten nach seiner Zurückkunft nach A beginnt der zweite seine Bewegung aufs neue, und trifft nun mit dem ersten, welcher e Zeiteinheiten in C verweilte, zugleich in A ein.

$a =$	10	7	$2\frac{2}{3}$	$c =$	16	19	$2\frac{2}{3}$
$n =$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	3	$d =$	24	36	$6\frac{2}{3}$
$b =$	20	21	4	$e =$	8	17	4

66) Zwei Körper bewegen sich gleichförmig auf zwei sich rechtwinklig schneidenden geraden Linien mit den Geschwindigkeiten von a und b Längeneinheiten. Der erste erreicht den Schnittpunkt n Zeiteinheiten später als der zweite. Wie viel Zeiteinheiten früher werden beide die Entfernung e haben; welches ist ihre kleinste Entfernung, und wann erreichen sie dieselbe?

$a =$	5	7	5	13	$n =$	20	2	51	1
$b =$	4	8	12	18	$e =$	173	169	356	97

67) Zwei Punkte bewegen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf den Schenkeln eines rechten Winkels, von dessen Scheitel der eine a, der andere b Längeneinheiten entfernt ist. Nach m Zeiteinheiten beträgt

ihre gegenseitige Entfernung *c* Längeneinheiten, nach *n* Zeiteinheiten *d* Längeneinheiten.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	133	50	278	231	141	109	175	139
$b =$	145	$136\frac{1}{2}$	136	678	13	107	251	97
$m =$	13	7	13	13	$36\frac{3}{5}$	$74\frac{3}{5}$	$55\frac{4}{13}$	$15\frac{8}{13}$
$c =$	169	85	205	221	137	193	425	109
$n =$	53	9	23	17	39	221	$28\frac{7}{13}$	$56\frac{3}{13}$
$d =$	89	68	125	113	145	905	97	595

68) Zwei Punkte bewegen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf den Schenkeln eines rechten Winkels, von dessen Scheitel der eine *a*, der andere *b* Längeneinheiten entfernt ist. Nach *m* Zeiteinheiten haben sie eine Entfernung von *d* Längenheiten, nach *n* Zeiteinheiten haben sie ihre kleinste Entfernung.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	156	101	147	175	161	547	337	547
$b =$	148	68	150	251	73	267	379	804
$m =$	9	8	7	$28\frac{7}{13}$	4,6	9	5	2
$d =$	85	85	130	97	157	493	425	925
$n =$	12	23	15	23	31	29	29	37

69) Zwei Punkte bewegen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf den Schenkeln eines rechten Winkels, von dessen Scheitel der eine *a*, der andere *b* Längeneinheiten entfernt ist. Nach *m* Zeiteinheiten erreichen sie ihre kleinste Entfernung von *d* Längeneinheiten.

$a =$	139	103	147	323	$m =$	11	17	9	13
$b =$	97	29	95	213	$d =$	91	65	85	87

70) Zwei Körper bewegen sich mit gleicher Geschwindigkeit von *C* nach *D*; der erste beginnt seine Bewegung früher als der zweite, und begegnet einem dritten Körper, welcher sich ebenfalls nach *D* bewegt, und in je *a* Zeiteinheiten *b* Längeneinheiten zurücklegt, an einem Punkt, welcher *d* Längeneinheiten von *D* entfernt ist. *e* Zeiteinheiten später begegnet der erste Körper einem

vierten, der sich von D nach C bewegt, und in je a' Zeiteinheiten b' Längeneinheiten zurücklegt. Der zweite Körper begegnet dem dritten an einem Punkt, welcher d' Längeneinheiten von D entfernt ist, und braucht nach dem Zusammentreffen mit dem vierten Körper noch e' Zeiteinheiten, bis er sich dem Punkte D auf d'' Längeneinheiten genähert hat.

a =	5	2	2	b' =	12	24	9
b =	28	9	3	d' =	224	1548	720
d =	640	2880	800	e' =	2	12	$10\frac{2}{3}$
e =	18	228	32	d'' =	128	1008	496
a' =	2	5	4				

71) Auf zwei sich unter einem Winkel von 60^0 schneidenden Geraden liegen die Punkte A und B so, daß ihre gegenseitige Entfernung c Meter beträgt. Bewegt sich der Punkt A um a Meter weiter nach dem Scheitel des Winkels, so beträgt die Entfernung der beiden Punkte noch d Meter.

c =	155	147	296	234	d =	105	78	91	186
a =	100	75	215	60					

72) Zwei Punkte bewegen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit auf den Schenkeln eines Winkels von 60^0, von dessen Scheitel der eine a, der andere b Meter entfernt ist. m Minuten nach ihrem Abgange beträgt ihre gegenseitige Entfernung c Meter, n Minuten später aber d Meter.

a =	1000	2120	3560	2125	c =	620	1290	1850	1720
b =	720	530	485	570	n =	4	1	2	4
m =	3	2	3	1	d =	260	980	860	980

IV. Gleichungen vom zweiten Grade zur Anwendung auf stereometrische Aufgaben.

1) Wie groß ist der Kubikinhalt eines regelmäßigen vierseitigen Prisma, dessen Oberfläche = a Qct., wenn seine Höhe um b Ct. größer ist, als eine Kante der Grundfläche?

a = 190 240 70,18 177,66 b = 2 3 1,7 2,4

2) Wie groß ist der Kubikinhalt eines regelmäßigen vierseitigen Prisma, wenn seine Höhe = a Ct. und seine Diagonale um b Ct. größer ist als eine Kante der Grundfläche?

$a = \sqrt{94}$ $\sqrt{137}$ $\sqrt{3{,}98}$ $\sqrt{4{,}66}$ b = 7 9 1,9 2,5

3) Wie groß ist der Kubikinhalt eines geraden Prisma, dessen Höhe = a Ct. und dessen Oberfläche = b Qct., wenn seine Grundfläche ein gleichschenkliges Dreieck ist, dessen Grundlinie sich zum Schenkel wie $m : n$ verhält?

a = 7 20 6 36 $m : n = \frac{6}{5}$ $\frac{10}{13}$ $\frac{14}{25}$ $\frac{40}{29}$

b = 320 840 90,24 3855,6

4) Wie groß ist die Seitenfläche und der Kubikinhalt eines Cylinders, welcher bei einer Höhe von a Ct. b Qct. Oberfläche hat?

a = 13 15 16 24 $b = 180\pi$ 368π 672π 512π

5) Wie groß ist der Kubikinhalt eines Cylinders, dessen Höhe um a Ct. größer ist als der Durchmesser der Grundfläche, wenn seine Seitenfläche = b Qct.?

a = 5 4 6 28 $b = 66\pi$ 320π 432π 588π

6) Wie groß ist der Kubikinhalt eines Cylinders, dessen Höhe um a Ct. größer ist als der Halbmesser der Grundfläche, wenn seine Oberfläche = b Qct.?

a = 2 5 7 1,4 $b = 80\pi$ 266π 2438π $61{,}92\pi$

7) Wie groß ist der Kubikinhalt eines Cylinders von a Qct. Oberfläche, wenn sein Axenschnitt ein Rechteck ist von b Ct. Umfang?

$a = 432\pi$ 1280π 1008π 1530π b = 66 112 108 132

8) Wie groß ist der Kubikinhalt eines Kegels, welcher bei einer Seitenlinie von a Ct. b Qct. Oberfläche hat?

$a = 13 \quad 34 \quad 6{,}5 \quad 7{,}3 \qquad b = 90\pi \quad 800\pi \quad 67{,}76\pi \quad 70{,}4\pi$

9) Wie groß ist die Seitenfläche eines abgekürzten Kegels von a Kct. Inhalt, wenn seine Höhe $= b$ und der Halbmesser seiner Deckfläche $= c$ Ct.?

$a = 228\pi \quad 1164\pi \quad 1580\pi \quad 3272\pi \qquad c = 6 \quad 5 \quad 6 \quad 8$

$b = 4 \quad 12 \quad 15 \quad 24$

10) Ein abgekürzter Kegel, bei welchem der Halbmesser der Grundfläche $= a$ und die Seitenlinie $= b$ Ct., hat eine Oberfläche von c Qct.; wie groß ist sein Kubikinhalt?

$a = 15 \quad 22 \quad 27 \quad 30 \qquad c = 494\pi \quad 1472\pi \quad 2898\pi \quad 3000\pi$

$b = 10 \quad 34 \quad 50 \quad 37$

11) Wie groß ist die Seitenfläche und Oberfläche eines abgekürzten Kegels von a Kct. Inhalt, wenn seine Höhe $= b$, seine Seitenlinie $= c$ Ct.?

$a = 268\pi \quad 948\pi \quad 1295\pi \quad 2264\pi \qquad c = 13 \quad 15 \quad 17 \quad 25$

$b = 12 \quad 12 \quad 15 \quad 24$

12) Wie groß ist der Kubikinhalt einer Pyramide von a Qct. Seitenfläche, wenn ihre Grundfläche ein Rechteck mit b und c Ct. Seite ist, und ihre Spitze senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche liegt?

$a = 384 \quad 504 \quad 1320 \quad 1920 \qquad c = 18 \quad 30 \quad 36 \quad 42$

$b = 10 \quad 12 \quad 14 \quad 30$

13) In einem rechtwinkligen Parallelepipedon von a Kct. Inhalt ist die Höhe $= b$ und die Diagonale $= c$ Ct.; wie groß ist seine Oberfläche?

$a = 23328 \quad 56{,}448 \quad 69{,}696 \quad 23{,}936 \qquad c = 51 \quad 7{,}4 \quad 7{,}3 \quad 5{,}7$

$b = 24 \quad 5{,}6 \quad 4{,}8 \quad 1{,}7$

14) Ein rechtwinkliges Parallelepipedon hat bei a Ct. Höhe b Qct. Oberfläche und c Kct. Inhalt; wie groß ist seine Diagonale?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
a =	24	28	3,5	4,8	2,7	4,2	9,1
b =	768	2352	46,06	30,72	54,72	62,4	187,44
c =	1152	7056	20,58	9,216	27,216	32,256	157,248

15) Wie groß ist der Kubikinhalt eines geraden Prisma, dessen Seitenfläche = a und dessen Oberfläche = b Qct., wenn seine Grundfläche ein gleichschenkliges Dreieck ist, dessen Schenkel = c Ct.?

a = 3528 72,9 156,8 145,8 c = 37 5,3 6,5 6,5
b = 4368 98,1 193,76 165,96

16) Wie groß ist der Kubikinhalt eines geraden Prisma, welches bei einer Höhe von a Ct. eine Oberfläche von b Qct. hat, wenn seine Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck ist, dessen Katheten sich wie $m : n$ verhalten?

a = 34 49 9,5 14,4 $m : n = \frac{5}{12}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{7}{24}$ $\frac{12}{35}$
b = 2280 4704 308 400,68

17) Wie groß ist die Oberfläche und der Kubikinhalt einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide, wenn ihre Höhe = a Ct. und ihre Seitenfläche = b Qct.

a = 15 12 24 4,5 b = 544 260 700 59,36

18) Wie groß ist der Kubikinhalt eines Kegels von a Qct. Oberfläche, wenn sein Axendurchschnitt b Qct. Inhalt hat?

$a = 200\pi$ $20{,}16\pi$ $39{,}2\pi$ $135{,}2\pi$ b = 120 15,12 16,8 31,2

19) Wie groß ist die Seitenfläche und der Kubikinhalt eines Kegels, welcher bei einer Höhe von a Ct. b Qct. Oberfläche hat?

a = 12 6 6 7,2 $b = 216\pi$ $22{,}5\pi$ 32π $20{,}16\pi$

20) Wie groß ist die Seitenfläche und der Kubikinhalt eines Kegels von a Qct. Oberfläche, wenn seine Seitenlinie um b Ct. größer ist als der Durchmesser der Grundfläche?

$a = 224\pi$ 800π $20{,}16\pi$ $23{,}52\pi$ b = 11 2 3,3 2,6

21) Wie groß ist der Kubikinhalt eines regelmäßigen vierseitigen Prisma, wenn seine Diagonale = a Ct. und seine Oberfläche = b Qct.?

$a = \sqrt{179}$ $\sqrt{459}$ $\sqrt{1787}$ $b = 350$ 910 3542

22) Wie groß ist der Kubikinhalt eines regelmäßigen vierseitigen Prisma, wenn seine Diagonale = a Ct. und seine Höhe um b Ct. größer ist, als eine Kante der Grundfläche?

$a = \sqrt{297}$ $\sqrt{1478}$ $\sqrt{72{,}09}$ $\sqrt{162{,}46}$ $b = 5$ 13 0,3 1,3

23) Wie groß ist der Kubikinhalt eines rechtwinkligen Parallelepipedons von a Qct. Oberfläche, wenn seine Höhe = b und seine Diagonale = c Ct.?

$a = 30{,}72$ 214 23,52 542 $c = 5{,}2$ $\sqrt{110}$ 3,7 $\sqrt{299}$

$b = 4{,}8$ 7 2,8 9

24) In einem rechtwinkligen Parallelepipedon, dessen Oberfläche = a Qct. und dessen Inhalt = b Kct., bilden die drei in einer Ecke zusammenstoßenden Kanten eine stetige geometrische Proportion; wie groß ist seine Diagonale?

$a = 3822$ 2268 36,48 3120 $b = 9261$ 5832 13,824 8000

25) Ein gerades Prisma, dessen Seitenfläche = a Qct. und dessen Inhalt = b Kct., hat zur Grundfläche ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Grundlinie = c Ct.; wie groß ist der Umfang seiner Grundfläche?

$a = 1000$ 29,4 2400 96,8 $c = 16$ 4 18 9,6

$b = 2400$ 12,6 8640 105,6

26) Wie groß ist der Kubikinhalt eines geraden Prisma, dessen Höhe = a Ct. und dessen Oberfläche = b Qct., wenn seine Grundfläche ein gleichschenkliges Dreieck ist, dessen Grundlinie = c Ct.?

$a = 7$ 9 20 45 $c = 6$ 10 16 56

$b = 136$ 444 1240 9810

27) Ein gerades Prisma hat a Qct. Oberfläche und b Kct. Inhalt; wie groß ist seine Höhe, wenn seine Grund-

fläche ein rechtwinkliges Dreieck ist, dessen Umfang c Ct.?

$a = 96 \quad 570 \quad 1040 \quad 77 \qquad c = 12 \quad 30 \quad 40 \quad 15{,}4$

$b = 42 \quad 510 \quad 1380 \quad 35{,}112$

28) Ein gerades Prisma, dessen Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck ist, hat a Qct. Seitenfläche, b Qct. Oberfläche und c Kct. Inhalt; wie groß sind seine Kanten?

$a = 800 \quad 1200 \quad 4200 \quad 61{,}6 \qquad c = 1200 \quad 1200 \quad 10500 \quad 36{,}96$

$b = 920 \quad 1260 \quad 4620 \quad 80{,}08$

29) Wie groß ist die Oberfläche und der Kubikinhalt eines Kegels, welcher bei einer Höhe von a Ct. eine Seitenfläche von b Qct. hat?

$a = 24 \quad 36 \quad 4{,}8 \quad 7{,}2 \qquad b = 175\pi \quad 585\pi \quad 21{,}6\pi \quad 15{,}75\pi$

30) Wie groß ist der Kubikinhalt einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide, welche bei einer Seitenkante von a Ct. b Qct. Oberfläche hat?

$a = \sqrt{3{,}06} \quad \sqrt{17{,}46} \quad \sqrt{14{,}12} \qquad b = 8{,}64 \quad 32{,}4 \quad 32$

31) Wie groß ist die Oberfläche und der Kubikinhalt einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide von a Qct. Seitenfläche, wenn ihre Seitenkante $= b$ Ct.?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	480	672	73,92	17,76	10,4	48,96	95,4
$b =$	17	25	6,5	$\sqrt{15{,}13}$	$\sqrt{7{,}76}$	$\sqrt{31{,}77}$	$\sqrt{48{,}34}$

32) Ein abgekürzter Kegel, bei welchem der Halbmesser der Grundfläche $= a$ und die Höhe $= b$ Ct., hat eine Oberfläche von c Qct.; wie groß ist sein Kubikinhalt?

$a = 6 \quad 14 \quad 11 \quad 2{,}1 \qquad c = 80\pi \quad 572\pi \quad 512\pi \quad 29{,}7\pi$

$b = 3 \quad 15 \quad 24 \quad 8{,}4$

33) Die drei Kanten eines rechtwinkligen Parallelepipedons, dessen Diagonale $= a$ Ct. und dessen Oberfläche $= b$ Qct., bilden eine arithmetische Reihe; wie groß ist sein Kubikinhalt?

$a = \sqrt{83} \quad \sqrt{165} \quad \sqrt{3{,}81} \quad \sqrt{3{,}95} \qquad b = 142 \quad 276 \quad 7{,}08 \quad 6{,}94$

34) In einem rechtwinkeligen Parallelepipedon, dessen Oberfläche = a Qct. und dessen Diagonale = b Ct., ist die Höhe um c Ct. größer als der halbe Umfang der Grundfläche; wie groß ist sein Kubikinhalt?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
a =	192	92,4	102,96	49,68	1728	1558	5400	9240
b =	13	8,9	7,3	5,1	39	31,5	57	89
c =	5	2,9	—2,9	—1,5	15	2,5	—5	29

35) Die drei Kanten eines rechtwinkligen Parallelepipedons, dessen Diagonale = a Ct. und dessen Oberfläche = b Qct., bilden eine stetige geometrische Proportion; wie groß ist sein Kubikinhalt?

$a = \sqrt{532}$ $\sqrt{10,29}$ $\sqrt{14,56}$ $b =$ 912 13,72 12,48

36) In einem rechtwinkligen Parallelepipedon, dessen Diagonale = a Ct. und dessen Grundfläche = b Qct., beträgt die Oberfläche c Qct.; wie groß ist sein Kubikinhalt?

$a =$ 26 $\sqrt{77}$ 41 8,7 $c =$ 768 148 2544 140,4
$b =$ 48 30 768 30,24

37) In einem rechtwinkligen Parallelepipedon, dessen Oberfläche = a Qct. und dessen Inhalt = b Kct., beträgt der Umfang der Grundfläche c Ct.; wie groß ist seine Diagonale?

$a =$ 1728 1560 187,44 364,56 $c =$ 42 74 27,8 29,4
$b =$ 3888 4032 157,248 465,696

38) Wie groß ist der Kubikinhalt eines geraden Prisma, welches bei einer Höhe von a Ct. eine Oberfläche von b Qct. hat, wenn seine Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck ist, dessen Hypotenuse = c Ct.?

$a =$ 19 4,9 16,8 24,3 $c =$ 17 5,3 26,7 15,3
$b =$ 880 74,34 1329,12 972

39) Ein gerades Prisma von a Kct. Inhalt hat zur Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Hypothenuse = b Ct. Wie groß sind die Katheten dieses Dreiecks, wenn die Seitenfläche des Prisma = c Qct.?

$a = 918 \quad 32,4 \quad 105,6 \quad 97,02 \qquad c = 612 \quad 72 \quad 140,8 \quad 138,6$
$b = 15 \quad 5,1 \quad 7,3 \quad 8,5$

40) Ein gerades Prisma hat bei einer Höhe von *a* Ct. eine Oberfläche von *b* Qct. und einen Inhalt von *c* Kct.; wie groß sind die Kanten seiner Grundfläche, wenn dieselbe ein rechtwinkliges Dreieck ist?

$a = 23 \quad 20 \quad 3,4 \quad 4,5 \qquad c = 4830 \quad 1080 \quad 47,124 \quad 252,45$
$b = 2030 \quad 828 \quad 95,04 \quad 280,5$

41) Ein Kegel von *a* Qct. Oberfläche soll *b* Kct. Inhalt haben.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	90π	324π	18π	$100,8\pi$	$22,68\pi$	$9,8\pi$	216π
$b =$	100π	432π	$8,64\pi$	$39,2\pi$	$11,76\pi$	$2,8\pi$	324π

42) Wie groß sind die Kanten einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide von *a* Qct. Oberfläche und *b* Kct. Inhalt?

$a = 384 \quad 3920 \quad 360 \quad 50,96 \qquad b = 384 \quad 11200 \quad 400 \quad 18,928$

43) Eine gerade Pyramide von *a* Kct. Inhalt und *b* Qct. Oberfläche hat zur Grundfläche ein Rechteck von *c* Qct. Inhalt; wie groß sind ihre Kanten?

$a = 3200 \quad 14,4 \quad 7168 \quad 22 \qquad c = 640 \quad 18 \quad 896 \quad 11$
$b = 1720 \quad 51,6 \quad 3056 \quad 55,8$

44) Wie groß ist der Kubikinhalt eines abgekürzten Kegels, welcher bei einer Höhe von *a* und einer Seitenlinie von *b* Ct. eine Oberfläche von *c* Qct. hat?

$a = 15 \quad 35 \quad 45 \quad 63 \qquad c = 368\pi \quad 1500\pi \quad 4500\pi \quad 3956\pi$
$b = 17 \quad 37 \quad 53 \quad 65$

45) Wie groß ist der Kubikinhalt eines abgekürzten Kegels, dessen Oberfläche = *a* Qct., wenn der Unterschied zwischen den Halbmessern der Grund- und Deckfläche = *b*, zwischen der Seitenlinie und Höhe = *c* Ct.?

$a = 308\pi \quad 63,36\pi \quad 80,5\pi \quad 86,4\pi \qquad c = 2 \quad 0,2 \quad 0,9 \quad 0,7$
$b = 8 \quad 1,6 \quad 3,9 \quad 3,5$

46) Wie groß ist der Kubikinhalt eines abgekürzten Kegels,

welcher bei einer Höhe von a Ct. eine Seitenfläche von b und eine Oberfläche von c Qct. hat?

$a = 325\pi$ 1160π 1353π $62{,}05\pi$ $a = 24$ 21 40 4,8
$c = 434\pi$ 2160π 1938π $113{,}3\pi$

47) Ein abgekürzter Kegel, dessen Höhe $= a$ Ct., hat eine Seitenfläche von b Qct. und einen Kubikinhalt von c Kct.; wie groß ist seine Oberfläche?

$b = 812\pi$ 775π 780π $14{,}96\pi$ $a = 21$ 20 24 3
$c = 4816\pi$ 5180π 5600π $15{,}16\pi$

48) Ein abgekürzter Kegel, dessen Höhe $= a$ Ct., hat eine Oberfläche von b Qct. und einen Kubikinhalt von c Kct.; wie groß ist seine Seitenfläche?

$b = 216\pi$ 1664π 1280π $22{,}68\pi$ $a = 12$ 6 24 1,5
$c = 388\pi$ 3488π 5600π $10{,}22\pi$

49) Wie groß ist der Durchmesser einer Kugel, wenn zu einem Ausschnitt von a Kct. Inhalt ein Abschnitt von b Kct. gehört?

$a = 33\frac{1}{3}\pi$ 3600π 3042π $b = 17\frac{1}{3}\pi$ 1008π 342π

50) Eine Kugelzone, deren Grund- und Deckfläche kongruent sind, hat bei einer Höhe von a Ct. eine Oberfläche von b Qct.; wie groß ist ihr Kubikinhalt?

$a = 16$ 14 42 18 $b = 994\pi$ 1852π 3236π 4676π

51) Eine Kugelzone, für welche die Halbmesser der Grund- und Deckfläche $= a$ und b Ct., hat eine krumme Fläche von c Qct.; wie groß ist ihr Kubikinhalt?

$a = 8$ 52 60 45 $c = 40\pi$ 2730π 3510π 2142π
$b = 6$ 25 39 24

Fünfzehnter Abschnitt.

Arithmetische und geometrische Reihen.

I. Arithmetische Reihen vom ersten Grade.

1) Von einer arithmetischen Reihe ist gegeben das erste Glied $= a$, die Differenz $= d$ und die Anzahl der Glieder $= n$; wie groß ist das letzte Glied und die Summe aller Glieder?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	6	10	7	29	10	2	7	$\frac{3}{4}$
$d =$	2	3	4	20	—2	$\frac{1}{3}$	$4\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$
$n =$	7	21	25	41	6	11	36	26
	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)
$a =$	$8\frac{1}{4}$	23	360	1567	1358	147	147	142
$d =$	$1\frac{3}{8}$	17	23	13	29	$4\frac{1}{4}$	414	26
$n =$	147	61	79	4567	1458	2657	2657	62
	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)
$a =$	184	912	173	167	223	349	253	143
$d =$	28	34	62	785	202	208	101	681
$n =$	98	56	116	143	199	327	621	403
	(25)	(26)	(27)	(28)	(29)	(30)	(31)	(32)
$a =$	27	31	17	12	25	8	23	23
$d =$	$2\frac{3}{4}$	$4\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{2}{7}$	$1\frac{5}{8}$	$3\frac{2}{5}$	$3\frac{7}{8}$	$2\frac{5}{9}$
$n =$	51	37	49	50	41	38	45	34
	(33)	(34)	(35)	(36)	(37)	(38)	(39)	(40)
$a =$	20	$13\frac{3}{7}$	$9\frac{2}{7}$	45	35	19	6	24
$d =$	$2\frac{1}{7}$	$5\frac{8}{15}$	$4\frac{8}{15}$	$25\frac{8}{9}$	$21\frac{1}{2}$	$1\frac{91}{396}$	$1\frac{21}{32}$	$11\frac{6}{7}$
$n =$	50	91	66	99	95	45	33	69

2) Wie groß ist die Summe der n ersten ungeraden Zahlen?

3) Wie groß ist die Summe der n ersten positiven ganzen Zahlen, welche durch d dividiert den Rest a geben?

$n = 8 \quad 17 \quad 24 \quad 35 \qquad a = 3 \quad 8 \quad 9 \quad 11$

$d = 5 \quad 13 \quad 17 \quad 18$

4) Von einer arithmetischen Reihe ist gegeben das erste Glied = a und das $n$te Glied = z; wie groß ist die Differenz und die Summe aller Glieder?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
a =	3	600	250	28	$2\frac{1}{2}$	$15\frac{5}{8}$
n =	10	14	18	11	100	9
z =	66	1250	1100	$41\frac{1}{3}$	$35\frac{1}{2}$	$265\frac{5}{8}$
	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
a =	$8\frac{7}{9}$	$17\frac{5}{7}$	$4\frac{1}{2}$	$24\frac{1}{2}$	$22\frac{11}{14}$	$14\frac{1}{3}$
n =	73	94	90	86	93	95
z =	$380\frac{7}{9}$	$210\frac{5}{14}$	$187\frac{25}{34}$	$206\frac{9}{14}$	$211\frac{1}{6}$	$210\frac{29}{33}$

5) Von einer arithmetischen Reihe ist das erste Glied = a, das letzte Glied = z, während die Summe aller Glieder = s ist; wie groß ist die Differenz und die Anzahl der Glieder?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
a =	2	11	10	30	25	9
z =	32	75	160	102	82	224
s =	119	731	2635	1122	$695\frac{1}{2}$	$10135\frac{1}{2}$
	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
a =	17	$3\frac{1}{3}$	3,3	96	219	169
z =	8531	$750\frac{1}{3}$	115,3	$227\frac{1}{4}$	1731	6065
s =	4047478	$20725\frac{5}{6}$	1482,5	$5818\frac{1}{2}$	55575	277413

6) Wie groß ist die Gliederzahl und die Summe aller Glieder in einer arithmetischen Reihe, wenn bei einer Differenz = d das erste Glied = a und das letzte Glied = z gegeben sind?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
d =	4	3	35	25	$\frac{5}{7}$	$4\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{3}$
a =	3	5	125	20	9	7	$\frac{5}{7}$
z =	27	302	720	420	24	115	$20\frac{5}{7}$
	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
d =	$31\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$6\frac{4}{5}$	$9\frac{2}{3}$	$\frac{737}{804}$	$12\frac{5}{6}$	$12\frac{1}{3}$
a =	$15\frac{5}{8}$	245	101	$11\frac{3}{5}$	123	109	$23\frac{4}{9}$
z =	$609\frac{3}{8}$	296	679	$533\frac{3}{5}$	$184\frac{5}{12}$	$904\frac{2}{3}$	$541\frac{4}{9}$

7) Wie groß ist die Differenz und das letzte Glied einer arithmetischen Reihe, wenn das erste Glied a und die Summe der n ersten Glieder = s gegeben sind?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
a =	4	120	5	10	$7\frac{1}{5}$	$7\frac{1}{2}$
n =	15	21	28	19	27	15
s =	585	10080	392	$232\frac{3}{4}$	$1715\frac{2}{5}$	$170\frac{5}{6}$
	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
a =	101	115	112	123	225	456
n =	52	54	58	67	77	91
s =	34424	43416	44515	107736	268961	360906

8) Die Summe von n Gliedern einer arithmetischen Reihe deren Differenz d, ist $= s$; wie groß ist das erste und letzte Glied?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
n =	23	27	7	27	83	711
d =	7	5	$2\frac{1}{6}$	$1\frac{4}{5}$	$2\frac{1}{3}$	$7\frac{1}{4}$
s =	1863	2214	$255\frac{1}{2}$	$928\frac{4}{5}$	$8521\frac{1}{3}$	$1851088\frac{1}{2}$
	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
n =	57	54	59	73	56	78
d =	21	22	29	24	94	56
s =	40242	37530	56050	74606	182728	186420

9) Das $n$te Glied einer arithmetischen Reihe, deren Differenz d, ist $= z$; wie groß ist das erste Glied und die Summe aller Glieder?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
n =	13	31	42	22	17	11
d =	7	13	9	$\frac{2}{3}$	$2\frac{1}{4}$	$13\frac{2}{3}$
z =	89	393	366	15	41	$257\frac{1}{6}$
	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
n =	5678	28	34	73	58	121
d =	$13\frac{5}{7}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{8}$	$3\frac{1}{2}$
z =	80201	39	$27\frac{1}{2}$	173	$165\frac{1}{8}$	$441\frac{2}{11}$

10) Das $n$te Glied einer arithmetischen Reihe, in welcher die Summe aller Glieder $= s$, ist $= z$; wie heißt das erste Glied und die Differenz der Reihe?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
n =	26	15	28	16	64	79
s =	3211	4200	17304	424	11264	$18288\frac{1}{2}$
z =	236	140	969	44	323	446

	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
$n =$	67	57	57	61	53	91
$s =$	$502\frac{1}{2}$	456	13509	$66642\frac{1}{2}$	$13382\frac{1}{2}$	$87287\frac{1}{5}$
$z =$	$11\frac{1}{6}$	$12\frac{2}{3}$	370	2100	$499\frac{1}{2}$	$1913\frac{1}{5}$

11) Von wie viel Gliedern einer arithmetischen Reihe, deren erstes Glied $= a$ und deren Differenz $= d$, beträgt die Summe s?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	13	17	19	5	9	11
$d =$	4	3	5	$2\frac{1}{4}$	$\frac{5}{7}$	$1\frac{2}{5}$
$s =$	1113	1150	2268	391	363	344
	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
$a =$	$2\frac{3}{7}$	$2\frac{5}{6}$	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{3}{4}$	$17\frac{5}{12}$	$23\frac{1}{2}$
$d =$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{7}$
$s =$	$478\frac{4}{7}$	$271\frac{1}{3}$	$1092\frac{1}{2}$	$606\frac{3}{8}$	$1840\frac{5}{8}$	$2543\frac{1}{7}$

12) Von wie viel Gliedern einer arithmetischen Reihe, deren Differenz $= d$, und deren letztes Glied $= z$, beträgt die Summe s?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$d =$	5	$\frac{1}{4}$	$8\frac{5}{11}$	$\frac{2}{3}$	0,27	5,6
$z =$	212	$10\frac{3}{4}$	99	23	18,53	99,2
$s =$	4599	142	630	392	628,43	852,8
	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
$d =$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{21}$
$z =$	$9\frac{5}{6}$	$9\frac{1}{2}$	$31\frac{8}{9}$	$12\frac{2}{3}$	$8\frac{25}{34}$	$26\frac{1}{6}$
$s =$	$279\frac{5}{6}$	$318\frac{1}{2}$	$2291\frac{1}{3}$	$632\frac{2}{3}$	$550\frac{10}{17}$	$2229\frac{11}{14}$

13) In einer arithmetischen Reihe ist das erste Glied a, das zweite Glied b, das letzte Glied c; wie groß ist die Summe aller Glieder?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$a =$	5678	6457	7893	8975	9467
$b =$	5701	6530	7952	9044	9554
$c =$	41742	150705	111379	130277	190688

14) Zwischen a und b sollen n Glieder eingeschaltet werden, so daß sämtliche Zahlen eine arithmetische Reihe bilden; wie heißt die $r$te der eingeschalteten Zahlen?

a =	7	9	11	13	n =	8	13	17	19
b =	13	44	56	48	r =	5	10	12	15

15) Die Zahl s soll in n Teile, welche eine arithmetische Reihe bilden, geteilt werden, so daß der $r$te Teil $= a$ sei.

s =	96	125	$262\frac{1}{2}$	r =	7	7	9
n =	16	25	21	a =	5	4	11

16) Das $m$te Glied einer arithmetischen Reihe ist b_m, das $n$te Glied derselben ist b_n; wie groß ist das $r$te Glied und die Summe der r ersten Glieder?

m =	9	5	8	10	b_n =	37	$39\frac{1}{2}$	35	$46\frac{1}{4}$
b_m =	30	20	21	$23\frac{3}{4}$	r =	28	33	29	16
n =	16	11	14	28					

17) In einer arithmetischen Reihe ist das $m$te Glied a, das $n$te Glied b, das letzte Glied c; wie groß ist die Summe aller Glieder?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
m =	74	54	460	1758	858	688
a =	1767	2528	11770	18090	34054	35745
n =	88	77	769	1986	1080	1684
b =	2061	3379	18877	19686	42268	82557
c =	2313	4156	35115	21023	83338	91299

18) In einer arithmetischen Reihe ist das erste Glied a, das zweite Glied b; wie groß ist die Summe der Glieder vom $m$ten bis $n$ten incl.?

a =	23	63	165	314	m =	54	29	50	34
b =	40	86	181	333	n =	86	97	98	94

19) Das $m$te und $n$te Glied einer arithmetischen Reihe geben zusammen b; das $p$te und $q$te Glied geben zusammen c. Wie groß ist das $r$te Glied dieser Reihe, so wie die Summe der r ersten Glieder?

m =	7	5	2	3	q =	17	7	11	14
n =	11	12	7	7	c =	217	9	71	52
b =	197	10	92	32	r =	29	30	35	25
p =	5	16	4	4					

20) In einer arithmetischen Reihe ist die Summe des $m_1$ten, $m_2$ten und $m_3$ten Gliedes b, die Summe des $n_1$ten, $n_2$ten, $n_3$ten und $n_4$ten Gliedes c; wie groß ist das $r$te Glied, sowie die Summe der r ersten Glieder von dieser Reihe?

$m_1 =$	6	7	19	$n_2 =$	9	12	58
$m_2 =$	10	11	43	$n_3 =$	13	14	69
$m_3 =$	12	13	57	$n_4 =$	18	18	73
$b =$	81	267	827	$c =$	131	452	1581
$n_1 =$	5	8	27	$r =$	20	30	100

21) Die Summe mehrerer Glieder einer arithmetischen Reihe ist $= s$, während die Summe des $m_1$ten und $m_2$ten Gliedes $= b$, die Summe des $n_1$ten und $n_2$ten Gliedes $= c$ ist. Aus wie vielen Gliedern besteht die Reihe, und wie groß ist das letzte Glied derselben?

$s =$	525	391	5580	777	$n_1 =$	3	6	5	6
$m_1 =$	2	4	6	7	$n_2 =$	9	10	14	15
$m_2 =$	5	8	12	13	$c =$	54	$41\frac{1}{2}$	125	71
$b =$	34	$32\frac{1}{2}$	118	68					

22) Die Summe von r Zahlen, welche eine arithmetische Reihe bilden, ist $= s$; die Summe der $m_1$ten und $m_2$ten Zahl verhält sich zur Summe der $n_1$ten und $n_2$ten Zahl wie $b : c$.

$r =$	9	12	4	$n_1 =$	8	4	2
$s =$	153	294	52	$n_2 =$	9	11	4
$m_1 =$	2	2	1	$b =$	2	8	11
$m_2 =$	4	8	3	$c =$	5	11	15

23) Von $2n + 1$ in arithmetischer Reihe stehenden Zahlen ist die mittlere $= c$, während das Produkt aus der $m$ten und letzten Zahl $= p$ ist.

$n =$	7	9	5	$m =$	3	3	1
$c =$	80	$44\frac{6}{7}$	$46\frac{1}{4}$	$p =$	3925	$1302\frac{27}{49}$	$1298\frac{1}{16}$

24) Von n eine arithmetische Reihe bildenden Zahlen ist die größte a, das $m$fache Produkt der $p$ten und $q$ten Zahl ist um c kleiner als die Summe der gesuchten Zahlen.

$n =$	7	8	10	$p =$	1	1	2
$a =$	30	43	$49\frac{1}{2}$	$q =$	2	2	4
$m =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$	$c =$	48	40	$-445\frac{1}{2}$

25) Die Summe von n Zahlen, welche eine arithmetische Reihe bilden, ist $= s_1$, während die Summe ihrer Quadrate $= s_2$ ist.

$n =$	5	5	7	$s_2 =$	695	$1191\frac{7}{8}$	2723
$s_1 =$	55	$72\frac{1}{2}$	119				

26) Wie groß ist die Summe von m Zahlen, welche eine arithmetische Reihe bilden, wenn die Summe von den Quadraten der $n$ten und $p$ten Zahl $= s_1$, die Summe von den Quadraten der $q$ten und $r$ten Zahl $= s_2$?

$m =$	4	4	6	$q =$	2	2	3
$n =$	1	1	2	$r =$	3	4	4
$p =$	4	3	6	$s_2 =$	346	388	853
$s_1 =$	410	178	1258				

27) Die Summe der zwei ersten Glieder einer arithmetischen Reihe ist 11, die Summe der Quadratwurzeln aus dem ersten und fünften Glied ist 6. Wie heißt das erste Glied, wie die Differenz, und welches ist die Summe der n ersten Glieder?

28) Die Summe der dritten Potenzen des fünften und achten Gliedes einer steigenden arithmetischen Progression ist 2457, die Summe des fünften und achten Gliedes 21; wie groß ist das zehnte Glied und wie groß die Summe der ersten 20 Glieder?

29) Die vier Ziffern einer Zahl bilden eine arithmetische Reihe, deren Summe s ist; addiert man b zu der gesuchten Zahl, so erhält man eine neue Zahl mit den nämlichen Ziffern, nur sind die beiden mittleren Ziffern mit einander verwechselt; addiert man aber b' zu der gesuchten Zahl, so erhält man eine neue Zahl mit den nämlichen Ziffern, nur sind die beiden äußern Ziffern mit einander verwechselt.

$s =$	24	26	24	30	$b' =$	—	—	5994	2997
$b =$	180	90	—	—					

30) Die Preise von mehreren Stücken einer Ware bilden eine arithmetische Reihe. Das $m_1$te und $m_2$te Stück kosten daher zusammen b ℳ, das $n_1$te und $n_2$te Stück aber zusammen c ℳ; was kostet das $r_1$te und $r_2$te Stück zusammen?

$m_1 =$	5	3	9	$n_2 =$	11	14	17
$m_2 =$	7	9	15	$c =$	61	85	147
$b =$	42	65	127	$r_1 =$	9	8	3
$n_1 =$	7	6	11	$r_2 =$	13	17	16

31) Ein Körper legt in der ersten Sekunde a Meter, in jeder folgenden aber d Meter mehr zurück als in der vorhergehenden. Wie groß ist der in n Sekunden zurückgelegte Weg?

$a =$	4,9	4,904	4,89	$n =$	16	20	18
$d =$	9,8	9,808	9,78				

32) Ein Körper legt in der ersten Sekunde a Meter, in jeder folgenden aber d Meter mehr zurück als in der vorhergehenden. In welcher Zeit legt derselbe einen Weg von s Meter zurück?

$a =$	7	4,9	4,89	$s =$	1375	2822,4	958,44
$d =$	4	9,8	9,78				

33) Einem Körper, welcher in der ersten Zeiteinheit a Längeneinheiten, in jeder folgenden aber d Längeneinheiten mehr zurücklegt als in der vorhergehenden, folgt n Zeiteinheiten nach seinem Abgang ein zweiter, welcher in der ersten Zeiteinheit a' Längeneinheiten, in jeder folgenden aber d' Längeneinheiten mehr zurücklegt als in der vorhergehenden. Nach wie viel Zeiteinheiten wird der zweite den ersten einholen?

$a =$	1	5	2	5	$a' =$	12	36	5	16
$d =$	1	2	1	2	$d' =$	0	0	2	3
$n =$	5	7	4	5					

34) Von zwei Punkten, deren Entfernung s Längeneinheiten beträgt, bewegen sich zwei Körper A und B einander entgegen. A legt in der ersten Zeiteinheit a Längeneinheiten, in jeder folgenden aber d Längeneinheiten mehr zurück als in der vorhergehenden; B legt in der

ersten Zeiteinheit a' Längeneinheiten, in jeder folgenden d' Längeneinheiten weniger zurück als in der vorhergehenden. Wann und wie weit von A treffen sie zusammen?

s =	165	110	$484\frac{1}{2}$	a' =	20	5	19
a =	1	3	5	d' =	2	0	$\frac{1}{3}$
d =	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$				

35) Ein Vorrat von Lebensmitteln reicht für a Personen auf eine bestimmte Anzahl von Tagen. Vermindert sich vom $n$ten Tage angefangen die Anzahl der Personen täglich um d, so reicht der Vorrat bei gleichen Rationen m Tage länger.

a =	410	175	864	d =	5	3	4
n =	11	30	8	m =	10	21	15

36) Wenn die Temperatur des Bodens in einer Tiefe von a Meter c Grad beträgt, und für je b Meter, welche man sich dem Mittelpunkte der Erde nähert, um einen Grad zunimmt, in welcher Tiefe würde alsdann die Temperatur c' Grad erreichen, und welche Temperatur würde nach dem nämlichen Gesetz sich am Mittelpunkte der Erde finden? (Der Erdhalbmesser = 6366 Kilometer.)

a =	83	70	50	b =	36	40	33
c =	10	$9\frac{1}{2}$	9	c' =	264	80	100

37) Eine Schuld von s ℳ soll in mehreren gleich langen Terminen abgetragen werden, und zwar sollen beim ersten a ℳ, bei jedem folgenden aber d ℳ mehr bezahlt werden. Wie viele Termine sind festgesetzt, und wie groß ist die Zahlung beim letzten Termin?

s =	4800	6955	12150	12950	5100	10080
a =	300	250	250	600	100	120
d =	40	47,5	50	50	25	36

38) Ein Kapital von a ℳ wird mit Anfang eines jeden Jahres zu p % auf einfache Zinsen ausgeliehen. Auf welche Summe erwächst das ganze Vermögen mit Einschluß der Zinsen bis zum Anfang des $n$ten Jahres?

$a = 1500 \quad 2300 \quad 2600 \qquad n = 7 \quad 6 \quad 5$
$p = 5 \quad 4 \quad 4\frac{1}{2}$

39) Eine Summe von s ℳ soll am Anfang des $n$ten Jahres ohne Zinsen zurückbezahlt werden; durch welche am Anfang eines jeden Jahres stattfindende gleiche Zahlungen kann die Schuld in dieser Zeit getilgt werden, wenn einfache Zinsen zu p % in Rechnung gebracht werden?

$s = 7020 \quad 8334 \quad 6000 \qquad p = 4 \quad 4\frac{1}{2} \quad 3\frac{1}{2}$
$n = 5 \quad 8 \quad 6$

40) Wenn statt einer am Anfang des $n$ten Jahres ohne Zinsen zahlbaren Summe von s ℳ $n$mal je am Anfang eines Jahres a ℳ bezahlt werden, welcher Zinsfuß liegt der Berechnung zu Grunde?

$n = 7 \quad 9 \quad 6 \qquad a = 700 \quad 600 \quad 800$
$s = 5488 \quad 6372 \quad 5220$

41) Eine Schuld von s ℳ soll nach mehreren Jahren ohne Zinsen zurückbezahlt werden; statt dessen wird bis zur Verfallzeit mit Anfang eines jeden Jahres eine Summe von a ℳ zur Tilgung der Schuld verwendet. Mit dem Anfang des wievielten Jahres ist die Schuld verfallen, wenn einfache Zinsen zu p % berechnet werden?

$s = 8175 \quad 8208 \quad 9625 \qquad p = 4\frac{1}{2} \quad 4 \quad 5$
$a = 1500 \quad 900 \quad 700$

42) Mit Anfang je eines Jahres wird ein Kapital von a ℳ auf einfache Zinsen zu p % ausgeliehen; bis zum Anfang des wievielten Jahres ist das ganze Vermögen auf s ℳ erwachsen, und wie lange muß dasselbe von der letzten Anlage an noch verzinst werden, im Fall für die Anzahl der Jahre keine ganze Zahl aus der Rechnung folgt?

$a =$	1000	900	700	1000	100
$p =$	4	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	4	5
$s =$	11800	9558	11011	13800	1280

43) Ein Kapital von a ℳ ist zu p % auf einfache Zinsen ausgeliehen, und wird am Ende eines jeden Jahres

um c ℳ vermehrt; was betragen die in den ersten n Jahren bezogenen Zinsen?

$a = 3200 \quad 3500 \quad 8600 \quad 4600 \qquad c = 500 \quad 300 \quad 400 \quad 600$

$p = 5 \quad 4 \quad 4\frac{1}{2} \quad 4\frac{1}{2} \qquad n = 12 \quad 24 \quad 17 \quad 15$

44) Ein Kapital von a ℳ ist zu p % auf einfache Zinsen ausgeliehen, und wird am Ende eines jeden Jahres um c ℳ vermehrt; zu welcher Summe ist es mit Einschluß der Zinsen bis zum Schluß des $n$ten Jahres erwachsen?

$a = 2700 \quad 3800 \quad 5300 \quad 2800 \qquad c = 300 \quad 600 \quad 200 \quad 400$

$p = 5 \quad 3\frac{1}{2} \quad 4 \quad 4\frac{1}{2} \qquad n = 8 \quad 9 \quad 7 \quad 10$

45) Wie groß ist ein auf einfache Zinsen zu p % ausgeliehenes Kapital, wenn dasselbe bei einer am Ende eines jeden Jahres vorgenommenen Vermehrung um c ℳ bis zum Schluß des $n$ten Jahres mit Inbegriff der Zinsen auf eine Summe von s ℳ erwachsen ist?

$p = 4 \quad 5 \quad 4\frac{1}{2} \qquad n = 7 \quad 8 \quad 9$

$c = 300 \quad 400 \quad 600 \qquad s = 5296 \quad 7540 \quad 11149$

46) Um welche Summe ist ein auf einfache Zinsen zu p % ausgeliehenes Kapital von a ℳ am Ende eines jeden Jahres vermehrt worden, wenn dasselbe in a Jahren mit Einschluß der Zinsen auf s ℳ erwachsen ist?

$p = 5 \quad 4 \quad 4\frac{1}{2} \qquad n = 6 \quad 7 \quad 8$

$a = 3100 \quad 2900 \quad 3200 \qquad s = 6055 \quad 5280 \quad 8056$

47) Ein auf einfache Zinsen angelegtes Kapital von a ℳ ist am Ende eines jeden Jahres um c ℳ vermehrt worden, und dadurch mit Einschluß der Zinsen bis zum Schluß des $n$ten Jahres auf eine Summe von s ℳ erwachsen; zu wie viel Prozent war das Kapital verzinst?

$a = 1300 \quad 1700 \quad 1800 \qquad n = 7 \quad 9 \quad 10$

$c = 200 \quad 300 \quad 800 \qquad s = 3365 \quad 5444 \quad 12230$

48) In wie viel Jahren erwächst ein Kapital von a ℳ, welches zu p % auf einfache Zinsen ausgeliehen ist, und am Ende eines jeden Jahres um c ℳ vermehrt wird, mit Einschluß der Zinsen auf eine Summe von s ℳ?

$a = 3500 \quad 4300 \quad 2200 \qquad c = 300 \quad 200 \quad 400$

$p = 5 \quad 4 \quad 4\frac{1}{2} \qquad s = 6025 \quad 7072 \quad 6696$

II. Arithmetische Reihen vom zweiten Grade.

1) Wie groß ist die Summe der n ersten Glieder von folgender Reihe: $1 \,.\, 2 + 2 \,.\, 3 + \ldots + n\,(n+1)$?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$n =$	20	25	30	40	67	83	127	150

2) Wie groß ist das $n$te Glied und die Summe der n ersten Glieder in einer arithmetischen Reihe vom zweiten Grade, wenn das erste Glied derselben $= a$, das erste Glied der ersten Differenzreihe $= b$, und die zweite Differenz $= c$ gegeben sind?

$n =$	9	11	10	12	40	$b =$	2	3	3	5	4
$a =$	3	5	2	3	5	$c =$	5	2	5	2	3

3) In einer arithmetischen Reihe vom zweiten Grade heißen die drei ersten Glieder a, b, c; wie groß ist die Summe der Glieder vom $m$ten bis $n$ten incl.?

$a =$	5	7	5	8	$m =$	23	21	25	26
$b =$	8	9	7	11	$n =$	43	30	47	53
$c =$	13	13	18	19					

4) Wie groß ist die Summe der n ersten Quadratzahlen?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$n =$	10	15	20	30	40	74	85	124

5) Wie groß ist die Summe der Reihe $a + 2(a + d) + 3(a + 2d) + \ldots + n\big(a + (n - 1)d\big)$?

6) Eine Anzahl von Kugeln ist in Form einer regelmäßigen dreiseitigen Pyramide aufgeschichtet; wenn nun in einer Kante der Grundfläche n Kugeln liegen, wie viel Kugeln enthält die ganze Pyramide?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$n =$	20	25	30	36	42	45	63	75

7) Wie viel Kugeln sind aufgeschichtet, wenn die Pyramide der vorigen Aufgabe so abgekürzt ist, daß in einer Kante der Deckfläche m Kugeln liegen?

$n =$	23	25	32	40	$m =$	10	5	12	13

8) Eine Anzahl von Kugeln ist in Form einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide aufgeschichtet, so daß

in einer Kante der Grundfläche n Kugeln liegen; wie viele Kugeln liegen in der vollständigen Pyramide, oder in der abgekürzten, wenn in einer Kante der Deckfläche m Kugeln liegen?

$n = 25 \quad 28 \quad 32 \quad 40 \qquad m = 10 \quad 8 \quad 12 \quad 13$

9) Eine Anzahl von Kugeln ist in Form eines schief abgestumpften Prisma so aufgeschichtet, daß in der obersten Schicht nur eine Reihe von a Kugeln liegt, in der nächsten Schicht zwei Reihen von je $a + 1$ Kugeln u. s. w. Wie groß ist die Anzahl der Kugeln, wenn n Schichten vorhanden sind?

$a = 40 \quad 35 \quad 45 \quad 30 \qquad n = 10 \quad 12 \quad 15 \quad 16$

10) Eine Anzahl Kugeln ist in Form einer regelmäßigen dreiseitigen Pyramide aufgeschichtet. Aus den Kugeln in den n untersten Schichten und aus a Kugeln der nächst höhern kann ein keilförmiger Kugelhaufen gebildet werden; die Grundfläche desselben wird ein Rechteck, dessen kürzere Seite m Kugeln enthält, während in der längern Seite ebenso viele Kugeln liegen, als in der untersten Kante der ursprünglichen Pyramide.

$n = 3 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \qquad m = 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9$
$a = 3 \quad 11 \quad 14 \quad 5$

11) Von einer arithmetischen Reihe zweiten Grades kennt man das $n$te Glied $= a_n$, sowie die ersten Glieder der ersten und zweiten Differenzreihe $= b$ und c; wie groß ist die Summe der n ersten Glieder?

$n = 14 \quad 18 \quad 21 \quad 20 \qquad b = 5 \quad 3 \quad 4 \quad 6$
$a_n = 224 \quad 327 \quad 275 \quad 976 \qquad c = 2 \quad 2 \quad 1 \quad 5$

12) Von einer arithmetischen Reihe zweiten Grades kennt man das erste Glied $= a_1$, das zweite $= a_2$ und das $n$te $= a_n$; wie groß ist die Summe der n ersten Glieder?

$a_1 = 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \qquad n = 11 \quad 13 \quad 15 \quad 17$
$a_2 = 8 \quad 12 \quad 11 \quad 11 \qquad a_n = 143 \quad 221 \quad 154 \quad 641$

13) Von einer arithmetischen Reihe zweiten Grades kennt man das erste Glied = a_1, das $n$te Glied = a_n und die Summe der n ersten Glieder = s_n; wie groß ist das $r$te Glied dieser Reihe?

a_1 =	3	5	4	2	a_n =	168	229	424	746
n =	12	15	16	17	s_n =	806	1300	2584	4658

14) Von einer arithmetischen Reihe zweiten Grades kennt man das erste Glied = a_1, das zweite Glied = a_2, das dritte Glied = a_3 und das letzte Glied = a_n; wie groß ist die Summe aller Glieder?

a_1 =	3	4	2	5	a_3 =	15	20	9	16
a_2 =	8	11	5	9	a_n =	195	251	170	594

15) In einer arithmetischen Reihe vom zweiten Grad ist das $m$te Glied = a_m, das $p$te Glied = a_p und das $r$te Glied = a_r; wie groß ist das $n$te Glied und die Summe der n ersten Glieder?

m =	5	6	7	r =	14	17	19
a_m =	50	62	77	a_r =	329	447	425
p =	9	12	15	n =	30	31	40
a_p =	144	227	277				

16) In einer arithmetischen Reihe vom zweiten Grade ist das erste Glied = a, die Summe der m ersten Glieder = s_m, und der Quotient von der Summe der r ersten Glieder dividiert durch das $r$te Glied = q; wie groß ist das $n$te Glied dieser Reihe und die Summe der n ersten Glieder?

a =	7	6	4	r =	15	12	10
m =	9	10	20	q =	$\frac{190}{33}$	$\frac{298}{67}$	$\frac{515}{137}$
s_m =	339	1050	8060	n =	21	25	30

17) In einer arithmetischen Reihe vom zweiten Grad ist das erste Glied a, das erste Glied der ersten Differenzreihe b und das erste Glied der zweiten Differenzreihe c; wie viele Glieder dieser Reihe sind zu addieren, damit die Summe das $m$fache von der Anzahl der addierten Glieder werde?

$a =$	7	13	3	$c =$	5	3	6
$b =$	9	7	-4	$m =$	279	373	1191

18) In einer arithmetischen Reihe vom zweiten Grade ist das erste Glied $= a$, die Summe der p ersten Glieder $= s_p$, und die Summe der r ersten Glieder $= s_r$; wie viele Glieder dieser Reihe müssen addiert werden, damit die Summe das $m$fache von der Anzahl der addierten Glieder werde?

$a =$	13	8	5	$r =$	16	6	13
$p =$	5	3	6	$s_r =$	3288	168	1183
$s_p =$	175	30	175	$m =$	698	3314	498

19) In einer arithmetischen Reihe vom zweiten Grad ist das $m$te Glied $= a_m$, das $n$te Glied $= a_n$ und das $r$te Glied $= a_r$ gegeben; das wievielte Glied der Reihe ist a_x, und wie groß ist die Summe der Reihe bis zu diesem Gliede?

$m =$	3	5	4	$r =$	10	12	13
$a_m =$	25	39	28	$a_r =$	361	214	199
$n =$	8	9	10	$a_x =$	73585	1005	787
$a_n =$	215	121	124				

20) In einer arithmetischen Reihe vom zweiten Grad heißen die ersten drei Glieder a_1, a_2, a_3; in einer andern b_1, b_2, b_3; wie viele Glieder muß man addieren, damit die Summe derselben in der einen Reihe so groß werde wie in der andern?

$a_1 =$	40	17	1	$b_1 =$	470	110	1639
$a_2 =$	52	20	13	$b_2 =$	492	127	1655
$a_3 =$	74	30	34	$b_3 =$	520	149	1674

21) Ein Kapital von a *M.* wird auf einfache Zinsen zu p % angelegt. Mit Anfang eines jeden folgenden Jahres wird ein um a *M.* größeres Kapital als das vorhergehende aufs neue ausgeliehen, und damit bis zum Anfang des $n$ten Jahres fortgefahren. Auf welche Summe ist alsdann das ganze Vermögen mit Einschluß der Zinsen erwachsen?

$a =$	1000	600	400	350	$n =$	10	8	12	9
$p =$	4	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$					

III. Geometrische Reihen.

1) In einer geometrischen Reihe ist das erste Glied $= a$ und der Quotient (Exponent) $= q$; wie groß ist das $n$te Glied und die Summe der n ersten Glieder?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	5	7	3	11	2	$17\frac{5}{8}$
$q =$	3	4	5	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3}$	1,41
$n =$	10	9	12	5	8	17
	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
$a =$	17,32	345,6	31,45	$17\frac{5}{8}$	3,4567	2432,8
$q =$	3,1275	2,375	2,0357	1,045	2,34567	1,23456
$n =$	31	13	20	45	13	6
	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)
$a =$	2,347	17,56	173,2	28,732	35,245	27,723
$q =$	1,075	1,0975	0,41	1,0478	1,03256	1,0452
$n =$	34	42	17	57	54	42

2) Das $n$te Glied einer geometrischen Reihe, deren Quotient $= q$, ist $= z$; wie groß ist das erste Glied und die Summe der n ersten Glieder?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$n =$	11	9	7	11	8
$q =$	3	4	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$\frac{3}{5}$
$z =$	413343	327680	$68\frac{11}{32}$	$81062\frac{649}{2048}$	$\frac{15309}{156250}$
	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$n =$	11	39	42	51	53
$q =$	0,683	1,13872	1,0234	1,0983	1,0627
$z =$	56,25	532,5125	85,36292	10156,64	306,2588
	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
$n =$	47	47	57	53	31
$q =$	1,0567	1,0683	1,0607	1,0643	1,0657
$z =$	358,69	759,43	249,67	153,78	849,75

3) Die Summe der n ersten Glieder von einer geometrischen Reihe, deren Quotient $= q$, ist $= s$; wie heißt das erste und letzte Glied dieser Reihe?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$n =$	13	7	14	17	21
$q =$	2	7	2,43	1,06	1,0625
$s =$	155629	411771	12345,6	846,3864	2345,67

	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$n =$	53	45	42	49	36
$q =$	1,0983	1,01216	1,23456	1,03653	1,04362
$s =$	1858,938	4592,314	101974,2	6393,163	3894,539

	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
$n =$	33	46	43	30	35
$q =$	$\frac{85}{89}$	$\frac{80}{83}$	$\frac{123}{127}$	$\frac{293}{297}$	$\frac{287}{293}$
$s =$	85,47314	519,75	137,4944	142,2402	184,4271

4) In einer geometrischen Reihe, deren Quotient $= q$ ist, kennt man das letzte Glied $= z$, so wie die Summe der Glieder $= s$; wie groß ist das erste Glied und die Anzahl der Glieder?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$q =$	4	3	5	1,06	1,239
$z =$	537,6	177147	2734375	1210,24	335720,2
$s =$	716,1	265720	3417967	14714,24	1740333

	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$q =$	1,11457	1,17645	1,09865	1,08694	1,07086
$z =$	28431,5	69870,68	184,6903	420,9524	402,4911
$s =$	276018,5	465540	1999,252	4708,623	5951,04

	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
$q =$	$\frac{25}{26}$	$\frac{28}{29}$	$\frac{25}{27}$	$\frac{50}{51}$	$\frac{40}{41}$
$z =$	0,5304589	2,967738	0,78333	5,023845	2,738912
$s =$	47,95812	133,878	68,4247	212,9077	156,9435

5) In einer geometrischen Reihe ist das erste Glied $= a$ und das $n$te Glied $= z$; wie groß ist der Quotient der Reihe, so wie die Summe der n ersten Glieder?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$a =$	5	7	9	$\frac{5}{6}$	29
$n =$	10	8	7	11	13
$z =$	98415	114688	$258\frac{2073}{4096}$	$\frac{2560}{177147}$	25375

	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$a =$	$17\frac{5}{8}$	23,573	35,672	41,537	6,7832
$n =$	45	42	45	47	40
$z =$	123,47	734,541	991,772	903,8314	724,8135

	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
$a =$	25,678	118,43	67,351	18,729	23,579
$n =$	47	31	54	46	42
$z =$	357,09	849,73	2248,3	774,65	733,54

6) Die Summe der n ersten Glieder einer geometrischen Reihe ist $= s$, während das erste Glied der Reihe $= a$ ist; wie groß ist der Quotient und das $n$te Glied dieser Reihe?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$n =$	3	3	3	3	3
$s =$	128,73	35,72257	9,8623	19,40945	36,62257
$a =$	7	1,3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1,3

7) In einer geometrischen Reihe von n Gliedern ist das letzte Glied $= z$ und die Summe aller Glieder $= s$; wie groß ist der Quotient und das erste Glied dieser Reihe?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$n =$	3	3	3	3	3
$z =$	15,87	80,92	89,78	16,8507	21,66633
$s =$	25,77	111,72	105,18	26,9607	29,43533

8) In einer geometrischen Reihe ist das erste Glied $= a$ und das letzte Glied $= z$, während der Quotient der Reihe $= q$ ist; aus wie viel Gliedern besteht die Reihe, und wie groß ist die Summe derselben?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$a =$	11	4	$2\frac{1}{2}$	1024	6
$z =$	45056	78732	$49207\frac{1}{2}$	80000000	$1\frac{217}{512}$
$q =$	2	3	3	5	$\frac{3}{4}$
	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$a =$	$6\frac{1}{4}$	3	7,3	743,6	42,7
$z =$	$106\frac{403}{512}$	9642,59	558403,5	134882,6	64274,9
$q =$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{5}$	2,375	1,0875	1,325
	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)
$a =$	0,34	0,53	4,7	8,4	2,9
$z =$	1,115883	3,272348	18,39513	31,46067	6,85341
$q =$	1,045	1,055	1,045	1,045	1,035

9) In einer geometrischen Reihe ist das erste Glied $= a$, das letzte $= z$, und die Summe aller Glieder $= s$; wie groß ist der Quotient und die Gliederzahl dieser Reihe?

	(1)	(2)	(3)	(4)
$a =$	5	3	$2\frac{1}{2}$	1
$z =$	1310720	1171875	$49207\frac{1}{2}$	$\frac{2048}{177147}$
$s =$	1747625	1464843	73810	$2\frac{173051}{177147}$
	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	5,6387	43,6473	28,301	46,738
$z =$	64823,51	540,226	168,7679	5078,32
$s =$	414626	9176,372	4504,166	56264,34
	(9)	(10)	(11)	(12)
$a =$	4,3	4,7	0,189	$0{,}2^{-3}$
$z =$	5,04209	6,02743	1,099293	$0{,}2^{3}$
$s =$	79,2509	138,7705	21,32802	156,248

10) In einer geometrischen Reihe ist das erste Glied $= a$ und der Quotient $= q$; wie viele Glieder derselben müssen addiert werden, bis man eine Summe $= s$ erhält?

	(1)	(2)	(3)	(4)
$a =$	4	$7\frac{1}{2}$	63	$17\frac{5}{8}$
$q =$	3	$1\frac{7}{20}$	$\frac{157}{132}$	1,04523
$s =$	118096	235126,5	7777716	2462,906
	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	19,231	6,4819	25,673	48,694
$q =$	1,0763	1,0627	1,0589	1,0481
$s =$	3868,389	2492,006	5984,223	6986,9
	(9)	(10)	(11)	(12)
$a =$	1,06	8,9	0,085	14,511
$q =$	1,055	1,045	1,0175	1,0195
$s =$	106,2664	1005,336	8,199581	461,8338

11) Wie groß ist die Summe der unendlichen Reihe $a + aq + aq^2 + \ldots$, in welcher q einen ächten Bruch bedeutet?

$a =$ 1,33   2   3   5 $q = \frac{5}{8}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{7}$ 0,567

12) Wie groß ist die Summe der unendlichen Reihe

$$\frac{a}{q} + \frac{b}{q^2} + \frac{c}{q^3} + \frac{a}{q^4} + \frac{b}{q^5} + \frac{c}{q^6} + \frac{a}{q^7} + \frac{b}{q^8} + \frac{c}{q^9} + \ldots, \text{ wenn } q > 1?$$

$a = 1 \quad 1 \quad 3 \quad 3 \qquad c = 5 \quad 7 \quad 7 \quad 7$

$b = 3 \quad 5 \quad 5 \quad 4 \qquad q = 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$

13) Wie groß ist die Summe der Reihe

$$a + 2aq + 3aq^2 + 4aq^3 + \ldots + naq^{n-1}?$$

$a = 3 \quad 2 \quad 400 \quad 300 \qquad n = 15 \quad 13 \quad 16 \quad 20$

$q = 2 \quad 3 \quad 1{,}06 \quad 1{,}05$

14) Wie groß ist die Summe der Reihe

$$a + (a + d)q + (a + 2d)q^2 + (a + 3d)q^3 + \ldots + \big(a + (n - 1)d\big)q^{n-1}?$$

$a = 100 \quad 5 \quad 200 \quad 300 \qquad q = 2 \quad 3 \quad 1{,}05 \quad 1{,}06$

$d = 20 \quad 4 \quad 30 \quad 40 \qquad n = 18 \quad 10 \quad 20 \quad 24$

15) Der Erfinder des Schachspiels erbat sich die Summe Weizenkörner, die herauskomme, wenn für das erste Feld des Schachbretts 1 Korn, für das zweite 2, für das dritte 4 und so fort immer für jedes Feld doppelt so viele Körner gerechnet würden als für das vorhergehende. Wie viele Hektoliter oder metrische Zentner würden diese Körner ausmachen, wenn auf einen Liter a Körner gehen, oder wenn b Körner ein Kilogramm wiegen?

In wie viel Jahren würden die berechneten Hektoliter in M geerntet werden, wenn der jährliche Ertrag eines Hektars $= c$ Hektolitern, der Flächeninhalt von $M = q$ geographischen Quadratmeilen, eine geographische Meile $= 7420{,}158$ Metern, und das ganze Land als bebaut vorausgesetzt wird? In wie viel Jahren würden die berechneten Hektoliter unter gleichen Voraussetzungen auf der ganzen Erdoberfläche geerntet werden, dieselbe zu 9281916 Quadratmeilen angenommen?

$M =$	Bayern	Oestreich	Preußen	Würtemberg
$a =$	15000	14400	14980	13600
$b =$	21000	20300	20587	19100
$c =$	27,73	28,05	27,45	28,12
$q =$	1387,5	12121	5101,8	355

16) Die Zahl a soll so in n Teile geteilt werden, daß jeder Teil das $q$fache des vorhergehenden betrage?

$a = 3456 \quad 4567 \quad 1357 \qquad n = 8 \quad 7 \quad 9 \qquad q = 3 \quad 1{,}23 \quad 1{,}357$

17) Zwischen a und b sollen n Glieder eingeschaltet werden, welche mit den gegebenen eine geometrische Reihe bilden; wie heißt das $r$te der eingeschalteten Glieder oder das $(r + 1)$te Glied der ganzen Reihe?

$a =$	3	5	123	5,67	$n =$	8	9	10	11
$b =$	1536	1234	456	8,91	$r =$	5	7	6	8

18) Von drei auf einander folgenden Gliedern einer geometrischen Reihe ist das dritte um d größer als das erste. Die Differenz von den Quadraten dieser beiden Glieder verhält sich zur Summe von den Quadraten aller drei Glieder wie $m : p$.

$d = 15 \quad 315 \quad 45 \qquad m = 5 \quad 1295 \quad 255 \qquad p = 7 \quad 1333 \quad 273$

19) Die Summe von drei Zahlen, welche eine geometrische Reihe bilden, ist $= s$; das Produkt der mittleren in die Summe der beiden äußern ist $= p$.

$s =$	637	665	1464	657	741
$p =$	36162	33550	141440	42120	59150

20) In einer geometrischen Reihe von n Gliedern ist die Summe aller Glieder mit Ausnahme des ersten $= s_1$; oder mit Ausnahme des letzten $= s_n$; wie groß ist das erste Glied und der Quotient dieser Reihe?

$n =$	13	14	15	16
$s_1 =$	24570	4412,86	6517,367	3676,045
$s_n =$	12285	4336,963	6389,575	3586,385

21) Das $m$te Glied einer geometrischen Reihe ist $= a_m$, das $r$te Glied ist $= a_r$; wie groß ist das $n$te Glied derselben, sowie die Summe der n ersten Glieder?

m	= 6	7	8	3	1
a_m	= 1701	384	237,7371	12	1
r	= 10	16	13	7	4
a_r	= 137781	98294	268,9778	13	—0,5
n	= 12	19	20	120	100

22) In einer geometrischen Reihe ist das Produkt des $m_1$ten und $m_2$ten Gliedes $= b$, der Quotient aus dem $r_1$ten Glied dividiert durch das $r_2$te $= c$.

m_1	= 9	13	17	18
m_2	= 23	49	24	27
b	= 9663676416	262144	177147	733470
r_1	= 100	140	61	43
r_2	= 90	104	34	19
c	= 1024	4096	19683	3,2251

23) In einer geometrischen Reihe ist das Produkt des $m_1$ten und $m_2$ten Gliedes $= p_m$, des $r_1$ten und $r_2$ten Gliedes $= p_r$.

m_1	= 2	3	4	5
m_2	= 5	5	7	28
p_m	= 972	140625	25088	9784,644
r_1	= 4	6	8	11
r_2	= 7	7	10	16
p_r	= 78732	439453125	3211264	7513,586

24) In einer geometrischen Reihe von $2n$ Gliedern ist die Summe der ungeraden Glieder $= s_1$, die Summe der geraden Glieder aber $= s_2$.

n	= 4	5	9	11
s_1	= 113932	36905	87381	35,20003
s_2	= 569660	110715	174762	36,25603

25) In einer geometrischen Reihe ist die Summe des $m$ten und $(m+1)$ten Gliedes $= b_m$, die Summe des $r$ten und $(r+1)$ten Gliedes $= b_r$; wie groß ist jedes dieser Glieder, so wie die Summe der n ersten Glieder?

m	= 5	7	8	9
b_m	= 2268	249,6	1195,746	1969,996

r	= 8	13	15	17
b_r	= 61236	15974,4	1739,427	3139,875
n	= 10	14	20	21

26) Welches ist die Summe einer unendlichen geometrischen Reihe mit positiven und rationalen Gliedern, für welche die Summe des ersten und dritten Gliedes = 20, des ersten und fünften Gliedes = 17 ist, und welche anderen geometrischen Reihen entsprechen diesen zwei Bedingungen?

27) Subtrahiert man das Produkt des $m_1$ten und $m_2$ten Gliedes einer geometrischen Reihe vom Produkt des $r_1$ten und $r_2$ten Gliedes, so ist der Rest = c; die Summe des $((m_1 + m_2) : 2)$ten und $((r_1 + r_2) : 2)$ten Gliedes = s.

m_1	= 3	2	5	r_2	= 8	9	16
m_2	= 7	6	11	c	= 209952	36288	20808,18
r_1	= 4	5	10	s	= 648	216	531,1269

28) In einer geometrischen Reihe ist $3\frac{1}{2}\frac{4}{7}$ die Summe und $7\frac{1}{2}\frac{1}{7}$ das Produkt aus dem ersten und vierten Gliede. Wie groß ist das erste Glied, der Quotient und die Summe der vier ersten Glieder der Reihe?

29) Von einer arithmetischen Reihe ist das erste Glied = 5 und die Differenz = 2. Das letzte Glied einer geometrischen Reihe, deren Quotient = 2 ist, ist so groß als die acht ersten Glieder der arithmetischen Reihe zusammen, während die Summe aller Glieder der geometrischen Reihe um 3 kleiner ist, als die Summe der 12 ersten Glieder der arithmetischen Reihe. Wie viele Glieder hat die geometrische Reihe und wie heißen sie?

30) In einer geometrischen Reihe von $2n + 1$ Gliedern ist die Summe des ersten und letzten Gliedes = s, das Produkt des $n$ten und $(n + 2)$ten Gliedes = p.

n	= 3	4	5	p	= 765625	164025	9216
s	= 109382	32810	3075				

31) In einer geometrischen Reihe von $2n + 1$ Gliedern ist die Summe des ersten und letzten Gliedes $= s$, und das Quadrat des mittleren Gliedes $= b$.

$n = 3 \quad 4 \quad 6 \qquad b = 562500 \quad 321489 \quad 495616$

$s = 93756 \quad 45934 \quad 45067$

32) In einer geometrischen Reihe von $2n + 1$ Gliedern ist die Summe des ersten und letzten Gliedes $= s_1$, die Summe des ersten und mittleren Gliedes $= s_2$.

$n = 3 \quad 4 \quad 6 \qquad s_2 = 504 \quad 656 \quad 845$

$s_1 = 62504 \quad 52496 \quad 53261$

33) In einer geometrischen Reihe von $2n$ Gliedern ist das Produkt des ersten und letzten Gliedes $= p$ und die Summe der beiden mittleren Glieder $= s$.

$n = 3 \quad 4 \quad 5 \quad 5 \qquad s = 84 \quad 216 \quad 144 \quad 648$

$p = 1568 \quad 8748 \quad 4608 \quad 78732$

34) In einer geometrischen Reihe von 6 Gliedern ist die Summe des ersten und letzten Gliedes $= s_1$, die Summe der beiden mittleren Glieder $= s_2$.

$s_1 = 99 \quad 976 \quad 1220 \qquad s_2 = 36 \quad 144 \quad 180$

35) In einer geometrischen Reihe ist die Summe aller Glieder $= s_1$, die Summe ihrer Quadrate $= s_2$, die Summe ihrer dritten Potenzen $= s_3$, oder die Summe ihrer vierten Potenzen $= s_4$.

$s_1 =$	63	121	62	40
$s_2 =$	1365	7381	1364	820
$s_3 =$	37449	551881	—	—
$s_4 =$	—	—	1118480	538084

36) Wie groß ist die Summe einer unendlichen fallenden geometrischen Reihe, für welche das Produkt der 3 ersten Glieder $= 1728$ und die Summe der dritten Potenzen dieser drei Glieder $= 15768$ ist?

37) Von sechs Zahlen, deren Summe $= s$ ist, bilden die ersten drei eine arithmetische, die letzten drei eine geometrische Reihe. Die Glieder der arithmetischen

Reihe sind in den entsprechenden der geometrischen, m_1, m_2 und $m_3$mal enthalten.

s =	96	408	720	1410	m_2 =	3	5	7	9
m_1 =	2	3	4	5	m_3 =	6	15	28	45

38) Von $n + m$ Zahlen bilden die ersten $n + 1$ eine geometrische, die letzten m eine arithmetische Reihe. Die $n$te Zahl ist die Differenz von den Gliedern der arithmetischen Reihe. Das Produkt der $n$ten in die $(n + 1 + r)$te Zahl ist $= p$; die Summe der letzten $m + 1$ Zahlen ist $= s$.

n =	2	2	2	5	p =	64	2205	864	13824
m =	3	3	4	6	s =	40	273	228	1344
r =	2	2	3	4					

39) Von $n + m$ Zahlen bilden die ersten $n + 1$ eine geometrische, die letzten m eine arithmetische Reihe. Die $k$te Zahl $(k < n + 1)$ ist die Differenz von den Gliedern der arithmetischen Reihe, deren Summe $= s$. Das Produkt aus der $k$ten Zahl in die $(n + 1 + r)$te Zahl ist $= p$.

n =	6	7	6	s =	1200	8736	16200
m =	5	6	8	r =	3	2	5
k =	4	6	5	p =	6336	301056	367416

40) Werden zwei Zahlen x und y als die beiden ersten Glieder einer geometrischen Reihe genommen, so wird der Unterschied zwischen dem vierten und dritten Gliede $= 16$; werden sie aber als die beiden ersten Glieder einer arithmetischen Reihe gewählt, so wird der Unterschied zwischen dem vierten und zweiten Glied $= 18$. Welche Zahlen sind es?

41) Eine arithmetische und eine geometrische Reihe mit lauter positiven Gliedern haben dasselbe Anfangsglied; auch ist die Differenz der ersten gleich dem Quotienten der zweiten Reihe. Wie heißen die zwei Reihen, wenn

das Produkt aus dem zweiten Gliede der geometrischen und dem sechsten Gliede der arithmetischen Reihe = 102, und das Produkt aus dem ersten und fünften Gliede der geometrischen Reihe = 324 ist?

42) Addiert man zu den vier Gliedern einer steigenden arithmetischen Reihe die Zahlen 1, 8, 35, 122, so erhält man vier Größen, welche in steigender geometrischer Progression stehen. Beide Reihen sind anzugeben!

43) Vier Zahlen bilden eine geometrische Reihe. Die Logarithmen derselben, nach der Basis 2 genommen, bilden eine arithmetische Reihe mit der Differenz 1 und der Summe 22. Wie heißen diese vier Zahlen?

Sechzehnter Abschnitt.

Zinseszinsen- und Rentenrechnung.

1) Auf welche Summe erwächst ein Kapital von a M. mit den Zinseszinsen zu p % in n Jahren?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	1000	1300	1700	1000	1200	2400	2500
$p =$	4	5	5	5	5	5	4
$n =$	10	10	10	28	36	12	36
	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	3150	400	870	5000	2400	18796	3560
$p =$	4	4	4	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$n =$	18	60	20	40	12	10	15
	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
$a =$	7932,6	6876	1300	2,7	1	0,01	0,01
$p =$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	4	$3\frac{1}{2}$
$n =$	30	27	45	200	250	1850	1852

2) Der Bestand eines Waldes ist gegenwärtig a Stere; wie groß ist derselbe bei einem jährlichen Zuwachs von p % nach n Jahren?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	27000	87360	32000	32500	36480	23600
$p =$	2	3	3	3	3	2
$n =$	20	50	80	24	25	50
	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
$a =$	27600	53400	34500	32100	13490,6	27500
$p =$	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{5}{8}$
$n =$	40	60	54	70	80	60

3) Ein Land zählt gegenwärtig a Einwohner; wie groß ist die Bevölkerung nach n Jahren bei einer jährlichen Zunahme von $p\,\%$?

$a =$	300000	260000	540000	620000	4520000
$p =$	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{4}$
$n =$	50	60	90	40	30

4) Eine Größe zählt gegenwärtig a Einheiten; wie viele Einheiten zählt sie nach n Zeitabschnitten, wenn in jedem Zeitabschnitte b Einheiten sich um c Einheiten vermehren oder vermindern?

5) Auf welche Summe erwächst ein Kapital a durch Zinseszinsen zu $p\,\%$ in $n + m$ Jahren, wenn m einen ächten Bruch bedeutet?

$a =$	700	1480	3000	1500	3600
$p =$	4	4	5	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$n + m =$	$20\frac{1}{4}$	$5\frac{1}{3}$	$6\frac{1}{2}$	$15\frac{3}{4}$	$9\frac{5}{12}$

6) Auf welche Summe erwächst ein Kapital von a ℳ. mit den Zinseszinsen zu $p\,\%$ in n Jahren, wenn die Zinsen in jedem $m$ten Teil eines Jahres bezahlt werden?

$a =$	3500	2000	2400	3800	4300	1800
$p =$	4	4	$4\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$n =$	8	30	27	12	13	15
$m =$	4	2	2	4	6	12

7) Auf welche Summe erwächst ein Kapital von a ℳ. durch Zinseszinsen in n Jahren, wenn monatlich von der Mark b Pfg. Zinsen bezahlt werden?

$a =$	100	120	84	65	$b =$ 2	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	1
$n =$	20	12	13	9				

8) Wie groß ist bei einem Diskonto von $p\,\%$ der bare Wert einer Summe von s ℳ., welche erst nach n Jahren zahlbar ist?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$p =$	5	5	5	5	5	4	4
$s =$	2100	4150	4875	1000	1000	1000	3750
$n =$	4	9	5	10	50	6	6

	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$s =$	525	30000	40000	7850	12000	7965	3600
$p =$	4	5	5	$4\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$
$n =$	7	3	7	12	7	6	21

9) Der Bestand eines Waldes ist gegenwärtig s Stere; wie groß war derselbe vor n Jahren bei einem jährlichen Zuwachs von $p\frac{0}{0}$?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$s =$	80000	14600	36000	75000	63700	98765
$n =$	80	19	30	40	25	20
$p =$	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{4}$

10) Ein Land zählt gegenwärtig s Einwohner; wie groß war die Bevölkerung vor n Jahren bei einer jährlichen Zunahme von $p\frac{0}{0}$.

$s =$	650000	560000	497000	456000	4519000
$n =$	30	42	56	65	50
$p =$	1	$\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$1\frac{1}{4}$

11) Zu wie viel Prozent erwächst ein Kapital von a ℳ in n Jahren auf eine Summe von s ℳ?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	2300	5680	7348	900	3250	800
$n =$	40	10	15	5	5	6
$s =$	9200	9000	15800	1200	5000	3500

12) Der Bestand eines Waldes hat sich in n Jahren von a Steren auf s Stere erhöht; wie viel Prozent beträgt der jährliche Zuwachs?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$n =$	85	15	12	40	32	36
$a =$	20000	10600	27000	34000	24000	38000
$s =$	260000	14900	35000	82800	41820	77496

13) Die Bevölkerung eines Landes hat sich in n Jahren von a Einwohnern auf s Einwohner erhöht; wie viel Prozent beträgt die jährliche Zunahme?

$n =$	54	35	42	63	53
$a =$	630000	240000	420000	560000	1300000
$s =$	1078000	371000	785000	1038000	2203058

14) Ein Kapital steht auf Zinseszinsen zu p% per Jahr; wie viel Prozent betragen die Zinsen für den $m$ten Teil eines Jahres?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$m =$	4	12	3	2	2	4	6	52
$p =$	5	5	6	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	6

15) In wie viel Jahren erwächst ein Kapital von a ℳ mit den Zinseszinsen zu p% auf eine Summe von s ℳ?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	2100	2200	1700	175	1500	5700	23456
$p =$	4	5	5	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$s =$	4300	4700	2500	2750	18000	8000	34567

16) In wie viel Jahren erhöht sich bei einem jährlichen Zuwachs von p% der Bestand eines Waldes von a Steren auf s Stere?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$p =$	3	2	3	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$
$a =$	19000	19060	17000	26000	33000	45678
$s =$	31000	24000	29000	82700	100200	148766

17) In wie viel Jahren erwächst ein Kapital mit den Zinseszinsen zu p% auf das $m$fache seines ursprünglichen Betrags?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
$p =$	5	5	6	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{3}{4}$
$m =$	10	2	5	32	6	12	16	15	27

18) Welches Kapital erwächst durch Zinseszinsen zu p'% in n' Jahren auf dieselbe Summe, als ein Kapital a zu p% in n Jahren?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$p' =$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	5	$3\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$
$n' =$	10	9	16	18	13	15	14
$a =$	2300	6500	3400	4600	5400	2750	3475
$p =$	4	4	$3\frac{1}{2}$	5	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	$3\frac{3}{4}$
$n =$	9	12	25	10	20	17	12

19) Zu wie viel Prozent erwächst ein Kapital a' in n' Jahren auf dieselbe Summe, als ein Kapital a zu p % in n Jahren?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
a' =	2590	2460	4230	1900	6400	3989	1044
n' =	20	14	16	26	23	13	30
a =	3200	2500	4200	1800	5400	3560	2600
p =	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	5	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$
n =	18	16	13	18	22	17	15

20) In wie viel Jahren erwächst ein Kapital a' zu p' % auf dieselbe Summe, als ein Kapital a zu p % in n Jahren?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
a' =	2500	2300	4200	1700	8260	2946	4096
p' =	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$
a =	3200	2600	4300	1600	5690	4240	3760
p =	$3\frac{1}{2}$	5	5	5	$3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
n =	20	12	13	16	20	15	14

21) Für ein Gut bietet A a ℳ. ohne Zinsen zahlbar in n Jahren, und B a' ℳ. ohne Zinsen zahlbar in n' Jahren; welches von beiden Geboten ist das größere, wenn die Zinsen zu p % gerechnet werden?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
a =	33500	34700	34700	36500	36500	43560
n =	3	5	5	8	8	5
a' =	40000	41500	41500	34000	34000	49345
n' =	7	9	9	6	6	8
p =	5	5	4	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$

22) Bei dem Ankaufe eines Landgutes finden sich drei Käufer ein. Der erste bietet 50 000 ℳ. bar, der zweite 25 000 ℳ. bar und 32 000 ℳ. nach 5 Jahren, der dritte zehn halbjährige Zahlungen von je 5500 ℳ., die erste sechs Monate nach dem Verkaufsabschluß. Welches Angebot war für den Verkäufer das vorteilhafteste? (Zinsfuß $4\frac{1}{2}$ %.)

23) Ein Kapital von a ℳ. ist zu p % auf Zinseszinsen ausgeliehen; nach n_1 Jahren werden c_1 ℳ., nach n_2 Jahren c_2 ℳ. zurückbezahlt; wie groß ist der Rest nach n_3 Jahren?

a =	7963	2597	3475	n_2 =	8	7	9
p =	5	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	c_2 =	1498	354	1200
n_1 =	5	3	3	n_3 =	10	12	11
c_1 =	876	564	1100				

24) Jemand übergibt einer Sparkasse 300 ℳ. und schlägt die jährlich anfallenden Zinsen zu $2\frac{1}{2}$ % zum Kapital. Am Anfange des 7. Jahres nimmt er 90 ℳ. davon weg; 4 Jahre später möchte er aber wieder soviel hinzufügen, daß die nach abermals 10 Jahren sich ergebende Endsumme eben so groß sei, als wenn das ursprüngliche Anlagekapital sich inzwischen gar nicht geändert hätte. Wie viel beträgt jener Zuschuß?

25) Auf welche Summe erwächst ein Kapital a durch Zinseszinsen zu p % in n Jahren, wenn am Ende eines jeden Jahres p' % für Verwaltungskosten abgezogen werden?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
a =	2000	3200	6900	4500	7400	3860	4580
p =	5	$4\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{3}{4}$
p' =	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	2	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$
n =	10	14	12	13	17	15	16

26) Auf welche Summe erwächst eine am Ende eines jeden Jahres bei einer Kasse gemachten Einlage von a ℳ. durch Zinseszinsen zu p % bis zum Schluß des $n$ten Jahres?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
a =	200	445	4832	715,6	373,6	4587	212,9	316,3
p =	4	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{3}{4}$	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{3}{4}$
n =	5	25	28	16	16	15	17	14

27) Welches Kapital muß am Ende eines jeden Jahres bei einer Kasse zu p % eingelegt werden, damit das ganze Vermögen bis zum Schluß des $n$ten Jahres durch Zinseszinsen auf s ℳ. erwachse?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$p =$	4	4	4	5	3	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$n =$	5	8	15	20	17	9	20	14
$s =$	2500	3870	7008	49600	36995	4666	17254,3	9545,6

28) In wie viel Jahren erwächst eine am Ende eines jeden Jahres bei einer Kasse gemachte Einlage von a *M.* durch Zinseszinsen zu p % auf eine Summe von s *M.*?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	150	600	575	450	65	4680	435
$p =$	5	4	4	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$s =$	5207,8	5000	13630	4665,8	1254	100000	22060

29) Zu wie viel Prozent erwächst eine je am Ende eines Jahres bei einer Kasse gemachte Einlage von a *M.* bis zum Schluß des $n$ten Jahres durch Zinsenzinsen auf eine Summe von s *M.*?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	3000	230	480	360	260	680	325
$n =$	3	3	3	3	3	3	3
$s =$	9500	718	1506	1130	825	2150	1026

30) Eine Schuld von s *M.* soll nach n Jahren mit den Zinseszinsen zu p % zurückbezahlt werden. Durch welche je am Ende eines Jahres erfolgende gleiche Zahlungen kann die Schuld in der nämlichen Zeit getilgt werden, wenn der landesübliche Zinsfuß p' % beträgt?

$s =$	2500	2500	1800	1800	$p =$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	4	5
$n =$	8	8	10	10	$p' =$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	5	4

31) Auf welche Summe erwächst eine am Ende jedes $m$ten Teiles von einem Jahre bei einer Kasse zu p % per Jahr gemachte Einlage a bis zum Schluß des $n$ten Jahres, wenn die Verzinsung gleichfalls in jedem $m$ten Teil des Jahres erfolgt?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$m =$	4	2	2	4	2	3
$p =$	4	4	5	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$a =$	100	100	200	250	275	32,5
$n =$	10	30	12	15	14	9

32) Auf welche Summe erwächst eine bei einer Kasse am Anfang eines jeden Jahres gemachte Einlage von a M. durch Zinseszinsen zu $p\%$ bis zum Schluß des $n$ten Jahres?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	2000	3000	400	700	150	435	235	342
$p =$	5	4	4	3	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$n =$	12	30	7	24	19	26	14	12

33) Welche Prämie ist am Anfang eines jeden Jahres im ganzen $n$mal an eine Kasse zu entrichten, damit dieselbe am Schluß des $n$ten Jahres ein Kapital von s M. dagegen ausbezahle, bei Zinseszinsen zu $p\%$?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$n =$	24	16	23	25	29	20	30
$s =$	3500	1600	2700	3900	4000	2350	3600
$p =$	4	4	5	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$

34) Wie oft ist eine Prämie von a M. mit Anfang eines jeden Jahres an eine Kasse zu entrichten, wenn die Kasse am Schluß des letzten Zahlungsjahres eine Summe von s M. dagegen ausbezahlen soll, bei Zinseszinsen zu $p\%$?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	32	36	45	48	42	39	54
$s =$	886	1200	1460	1770	1900	1175	2175
$p =$	3	3	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$

35) A, der gegenwärtig m Jahre alt, ist gegen eine mit Anfang eines jeden Jahres zu bezahlende Prämie von a M. für 100 M. Versicherungs-Kapital bei einer Lebens-Versicherungsbank beteiligt; wie viel Prozent gewinnt oder verliert die Bank, wenn A in einem Alter von m' Jahren stirbt, den landesüblichen Zinsfuß zu $p\%$ angenommen?

$m =$	27	32	24	23	$m' =$	39	69	40	65
$a =$	2,35	$2\frac{11}{20}$	2,3	$2\frac{1}{4}$	$p =$	4	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	5

36) Bei einer Lebens-Versicherungsbank beträgt die mit Anfang eines jeden Jahres zu bezahlende Prämie für eine $m$jährige Person a M. von 100 M. Versicherungs-

Kapital. Nach wie viel Jahren ist das versicherte Kapital durch die eingezahlten Prämien gedeckt, den landesüblichen Zinsfuß zu p % vorausgesetzt?

$a =$	1,9	$2\frac{1}{2}$	2	3,1	$p =$ 4	$3\frac{3}{4}$	4	$3\frac{1}{2}$
$m =$	20	30	18	37				

37) Jemand zahlt 5 Jahre lang mit Beginn eines jeden Jahres an eine Lebensversicherungsbank eine Prämie von 26,3 ℳ; nach Ablauf dieser Zeit eine gegen die bisherige um 40 % verminderte jährliche Prämie gleichfalls bei Beginn eines jeden Jahres. Nach wieviel Jahren (von der ersten Prämienzahlung an gerechnet) betragen die Gesamteinlagen mit $3\frac{1}{2}$ % Zinseszinsen die Summe von 1000 ℳ?

38) Welches ist der bare Wert einer je am Ende eines Jahres im ganzen $n$mal zahlbaren Rente von a ℳ bei Zinseszinsen zu p %?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$n =$	25	9	12	15	8	21	10	6	20	16
$a =$	475	350	1236	1650	350	500	200	500	300	715
$p =$	$3\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	4	5	4	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$

39) Welche je am Ende eines Jahres im ganzen $n$mal zahlbare Rente kann man sich mit einem baren Kapital von r ℳ kaufen, bei Zinseszinsen zu p %?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$n =$	7	9	10	13	30	10	16
$r =$	1200	7400	8200	20000	6000	12000	8360
$p =$	4	4	4	4	5	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$

40) Eine Rente von 900 ℳ, die noch 25 Jahre lang am Ende eines Jahres bezogen wird, soll in eine andere verwandelt werden, welche noch 30 Jahre lang vierteljährlich zu erheben ist; wie groß kann diese sein, wenn 4 % gerechnet werden?

41) Für die $p$prozentige Verzinsung und allmälig in Verlauf von n Jahren erfolgende Tilgung eines Anlehens wird am Ende eines jeden Jahres eine Summe von

a M. flüssig; bis zu welchem Betrag kann daher das Anlehen aufgenommen werden?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$p =$	4	4	4	5	$3\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$
$n =$	16	25	50	20	16	50
$a =$	16000	16000	55000	20000	3736	55000

42) Eine Schuld von r M. soll durch gleiche am Ende eines jeden Jahres erfolgende Zahlungen zu p % verzinst und im Verlaufe von n Jahren getilgt werden; wie groß ist die für Verzinsung und Tilgung festzusetzende Summe?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$r =$	100000	100000	120000	160000	235800
$p =$	3	4	4	4	5
$n =$	5	5	10	20	18
	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$r =$	720000	81000	700000	865000	365600
$p =$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$n =$	16	16	25	30	32

43) Auf wie viele Jahre kann man sich bei Zinseszinsen zu p % mit einem baren Kapital von r M. eine am Ende eines jeden Jahres zahlbare Rente von a M. kaufen?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$p =$	4	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$
$r =$	5000	2700	18000	3900	12400	50000
$a =$	600	500	1500	300	750	2500

44) Zur p prozentigen Verzinsung und allmäligen Tilgung eines Anlehens von r M. wird am Ende eines jeden Jahres ein Fond von a M. flüssig; in wie viel Jahren wird das Anlehen getilgt?

$p =$	5	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$r =$	12577880	720000	100000	100000	120000
$a =$	1628894	59000	4680	5500	6500

45) Eine Kasse gewährt ein Anlehen auf Annuitäten zu p' %; in wie viel Jahren wird das Anlehen getilgt sein, wenn der landesübliche Zinsfuß p % beträgt?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$p' =$	5	6	6	20	$5\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$	6	$7\frac{1}{2}$
$p =$	4	4	5	5	4	5	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$

46) Ein auf Annuitäten abgeschlossenes Anlehen soll in n Jahren getilgt werden; zu wie viel $\frac{0}{0}$ ist dasselbe zu verzinsen, wenn der landesübliche Zinsfuß $p\frac{0}{0}$ beträgt?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$n =$	6	6	12	25	30	20	25	15
$p =$	5	4	4	4	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$

47) Ein Kapital von a *M.* steht auf Zinseszinsen zu $p\frac{0}{0}$, und wird am Ende eines jeden Jahres um c *M.* vermehrt; auf welche Summe erwächst das Ganze in n Jahren?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
$a =$	700	1200	3000	5760	1060	3500	1500	3000	3250
$p =$	4	4	4	4	5	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$c =$	50	80	800	575	80	450	750	125	550
$n =$	5	18	15	17	20	9	15	10	20

48) Welches auf Zinseszinsen zu $p\frac{0}{0}$ angelegte Kapital erwächst in n Jahren bei einer am Ende je eines Jahres eintretenden Vermehrung von c *M.* auf eine Summe von s *M.*?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$p =$	4	5	6	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$
$n =$	16	20	7	10	17	19
$c =$	250	160	50	125	130	70
$s =$	12200	10600	1000	5700	6164	2700

49) Um welche Summe muß ein auf Zinseszinsen zu $p\frac{0}{0}$ angelegtes Kapital von a *M.* am Ende eines jeden Jahres vermehrt werden, damit das Ganze in n Jahren auf s *M.* erwachse?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$p =$	3	3	4	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{4}$
$a =$	3000	3400	1350	3250	325	100
$n =$	6	25	13	20	12	12
$s =$	8000	9671	3745	15093	1500	1000

50) In wie viel Jahren erwächst ein auf Zinseszinsen zu $p\,^0\!/_0$ angelegtes Kapital von a ℳ. bei einer am Ende eines jeden Jahres eintretenden Vermehrung von c ℳ. auf eine Summe von s ℳ.?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$p =$	5	5	5	4	4	3	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$a =$	6000	600	1500	800	800	750	3500	8400
$c =$	500	60	150	70	70	40	450	475
$s =$	16063	4605,2	8940	3198	3200	2010	9436	38353

51) Von einem auf Zinseszinsen zu $p\,^0\!/_0$ ausgeliehenen Kapital a werden am Ende eines jeden Jahres c ℳ. zurückgenommen; wie groß ist das Kapital nach n Jahren?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$p =$	5	5	5	4	4	4	4	$4\frac{1}{2}$
$a =$	1200	10000	20000	7000	2817	5000	30000	6980
$c =$	200	800	200	500	420	400	800	435
$n =$	5	10	12	5	8	10	15	27

52) Wie groß ist ein auf Zinseszinsen zu $p\,^0\!/_0$ angelegtes Kapital, wenn bei einer am Ende eines jeden Jahres eintretenden Verminderung um c ℳ nach n Jahren noch r ℳ. übrig sind?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$p =$	4	4	$4\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$c =$	400	500	250	900	315	350
$n =$	9	7	15	24	17	27
$r =$	6000	30000	1300	4415	7230	4132

53) Wie viel kann von einem auf Zinseszinsen zu $p\,^0\!/_0$ ausgeliehenen Kapital a am Ende eines jeden Jahres weggenommen werden, wenn dasselbe nach n Jahren noch r ℳ. betragen soll?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$p =$	5	3	4	$3\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$
$a =$	6000	900	36000	3600	2500	9000
$n =$	10	8	16	12	15	13
$r =$	3484	400	12866	1200	250	8100

54) In wie viel Jahren sind von einem auf Zinseszinsen zu p % ausgeliehenen Kapital a noch r M. übrig, wenn das Kapital am Ende eines jeden Jahres um c M vermindert wird?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
p =	5	5	4	3	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
a =	1000	1060	1350	2500	7980	3400
r =	620	167	750	733	4131	1000
c =	80	80	90	170	435	225

55) Von einem Wald, dessen jährlicher Zuwachs p % beträgt, ist der gegenwärtige Bestand a Stere; wie groß ist der Bestand nach n Jahren, wenn am Ende eines jeden Jahres c Stere gefällt werden?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
p =	2	2	2	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{4}$
a =	25000	33000	26000	42000	34500	45678
n =	20	25	30	24	33	23
c =	968	1400	860	2350	1250	2175

56) Von einem Wald, dessen jährlicher Zuwachs p % beträgt, ist der gegenwärtige Bestand a Stere; wie viele Stere können am Ende eines jeden Jahres gefällt werden, wenn nach n Jahren der Bestand r Stere betragen soll?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
p =	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	2	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{5}{8}$
a =	25600	35600	45600	56700	43600	63890
n =	25	27	23	30	24	37
r =	12500	9000	15000	23600	18000	20000

57) Von einem Wald, dessen jährlicher Zuwachs p % beträgt, ist der gegenwärtige Bestand a Stere; wie viele Stere können am Ende eines jeden Jahres gefällt werden, wenn der Wald nach n Jahren abgetrieben sein soll?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
p =	2	2	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{4}$
a =	23903	45678	25750	54321	34567	76543
n =	12	22	18	21	20	23

58) Von einem Wald, dessen jährlicher Zuwachs p % beträgt, ist der gegenwärtige Bestand a Stere; in wie viel Jahren ist der Wald abgetrieben, wenn jährlich c Stere gefällt werden?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$p =$	2	2	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$
$a =$	34675	45675	23903	25670	37967	31943
$c =$	1800	1900	1500	1400	1750	1640

59) Für die p prozentige Verzinsung und allmälige Tilgung eines Anlehens von a ℳ. wird am Ende eines jeden Jahres eine Summe von c ℳ. flüssig; wie groß ist der Stand der Schuld nach n Jahren?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$p =$	5	5	3	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$a =$	12000	50000	37400	350000	179000	25000
$c =$	2000	4000	4500	45000	13000	1900
$n =$	5	10	8	9	17	25

60) Für die p prozentige Verzinsung und allmälige Tilgung eines Anlehens von a ℳ. wird am Ende eines jeden Jahres eine Summe von c ℳ. flüssig; in wie viel Jahren ist die Größe der Schuld $= r$ ℳ.?

$p =$	4	4	5	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$a =$	50000	135000	120000	75000	79800
$c =$	4000	9000	9000	5400	4350
$r =$	25987	75143	20800	25946	41300

61) Welche Summe muß am Ende eines jeden Jahres für die p prozentige Verzinsung und allmälige Tilgung eines Anlehens von a ℳ. verwendet werden, damit die Schuld nach n Jahren noch r ℳ. betrage?

$p =$	4	4	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
$a =$	150000	365000	350000	275000	234500
$n =$	17	25	9	10	20
$r =$	90760	36500	10400	100000	50000

62) Für die p prozentige Verzinsung und allmälig in n Jahren erfolgende Tilgung eines baren Anlehens von

a ℳ ist der zureichende für jedes Jahr gleiche Fond festgesetzt. Welche Summe kann bei demselben Fond zu p' % aufgenommen werden?

p =	4	4	4	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
n =	5	5	5	20	24
a =	100000	100000	100000	120000	150000
p' =	3	5	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	4

63) Ein Anlehen, für dessen Verzinsung und allmälig in n Jahren erfolgende Tilgung am Ende eines jeden Jahres die nämliche Summe verwendet werden soll, kann zu p % zum Kurs c abgeschlossen werden; welches ist der entsprechende Kurs, wenn das Anlehen zu p' % abgeschlossen wird?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
n =	3	5	20	20	50	100	40	40
p =	4	4	4	3	4	4	4	3
c =	100	100	100	100	100	100	100	86
p' =	3	3	3	4	$3\frac{1}{2}$	3	3	4
	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)
n =	40	40	40	30	60	20	30	75
p =	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	5	5
c =	90	88	88	93	90	88	105	105
p' =	4	$4\frac{1}{2}$	5	4	4	5	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$

64) Ein Anlehen kann zu p % zum Kurs c oder zu p' % zum Kurs c' abgeschlossen werden; welcher Weg ist der vorteilhaftere, wenn für die Verzinsung und für die allmälig in n Jahren erfolgende Tilgung am Ende eines jeden Jahres die nämliche Summe verwendet werden soll?

p =	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	5	c' =	97	97	96	98
c =	91	91	90	105	n =	30	10	20	50
p' =	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$					

65) Für die p prozentige Verzinsung und allmälige Tilgung eines Anlehens von s ℳ ist am Ende des ersten Jahres ein Fond a_1 festgesetzt, am Ende des zweiten

Jahres ein Fond a_2 u. s. w. Welcher Fond ist für das $n$te Jahr zu bestimmen, damit alsdann das Anlehen getilgt sei?

p	$= 4$	$4\frac{1}{2}$	a_2	$= 33200$	41850
s	$= 100000$	160000	a_3	$= 42000$	46230
a_1	$= 24000$	37200	n	$= 4$	4

66) Für die Verzinsung und allmälige Tilgung eines Anlehens ist am Ende des ersten Jahres ein Fond a_1 festgesetzt, am Ende des zweiten Jahres ein Fond a_2 u. s. w., am Ende des $n$ten Jahres ein Fond a_n. Welche Summe kann daher zu p % aufgenommen werden, und zu welchem Kurs muß das Anlehen abgeschlossen werden, wenn es bare s ℳ liefern soll?

a_1	$= 35050$	35050	24000	37200	24800
a_2	$= 42800$	42800	33200	41850	34000
a_3	$= 31200$	31200	42000	46230	36800
a_4	= —	—	10400	54340	37440
p	$= 3$	4	3	4	$4\frac{1}{2}$
s	$= 100000$	100000	100000	160000	120000

67) Welche am Ende eines jeden Jahres im ganzen $m$mal, und zwar zum erstenmal nach $n + 1$ Jahren zahlbare Rente kann man sich mit einer von jetzt an am Ende eines jeden Jahres im ganzen $n$mal bezahlten Einlage von s ℳ kaufen bei Zinseszinsen zu p %?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$m =$	7	10	10	20	9	15	12	20
$n =$	10	7	20	10	15	9	20	12
$s =$	100	100	45	45	200	200	36	36
$p =$	4	4	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$

68) Welche Summe ist von jetzt am Ende eines jeden Jahres im ganzen $n$mal an eine Kasse zu bezahlen, damit dieselbe dagegen $m$mal und zwar zum erstenmal nach $n + 1$ Jahren je am Ende eines Jahres eine Rente von a ℳ ausbezahle, bei Zinseszinsen zu p %?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$n =$	3	4	10	15	10	15	5	15
$m =$	4	3	15	10	15	10	15	5
$a =$	100	100	100	100	100	100	100	100
$p =$	4	4	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	4	4

69) Jemand macht 25 Jahre lang am Schlusse eines jeden Jahres bei einer Kasse eine Einlage von 240 ℳ. Wie oft kann er nach dieser Zeit für das einbezahlte Kapital eine Rente von 400 ℳ. je nach Verlauf eines halben Jahres von dieser Kasse beziehen, wenn der Zinsfuß 4 % beträgt?

70) Welche am Ende eines jeden Jahres im ganzen $m$mal und zwar zum erstenmal nach $n + k$ Jahren zahlbare Rente kann man sich durch eine von jetzt an mit Ende eines jeden Jahres im ganzen $n$mal bei einer Kasse gemachten Einlage von s ℳ. kaufen, wenn die Kasse vereinahmte Gelder zu p %, verausgabte zu p' % berechnet?

$m =$	4	16	7	9	$s =$	100	15	6,8	20
$n =$	5	20	30	25	$p =$	$3\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	4
$k =$	3	9	1	3	$p' =$	4	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$

71) Welche mit Anfang eines jeden Jahres im ganzen $m$mal und zwar zum erstenmal nach $n + k$ Jahren zahlbare Rente kann man sich durch eine von jetzt an mit Anfang eines jeden Jahres im ganzen $n$mal bei einer Kasse gemachten Einlage von s ℳ. kaufen, wenn die Kasse vereinnahmte Gelder zu p %, verausgabte zu p' % berechnet?

$m =$	4	16	7	9	$s =$	100	15	6,8	20
$n =$	5	20	30	25	$p =$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$	4	$3\frac{3}{4}$
$k =$	3	9	1	3	$p' =$	4	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	5

72) Welche Einlage muß von jetzt an mit Anfang eines jeden Jahres im ganzen $n$mal bei einer Kasse, welche vereinnahmte Gelder zu p %, verausgabte zu p' % berechnet, gemacht werden, wenn dieselbe dagegen mit

Anfang je eines Jahres im ganzen $m$mal, und zwar zum erstenmal nach $n + k$ Jahren, eine Summe von a M. ausbezahlen soll?

n =	7	15	20	12	m =	5	20	5	7
p =	$3\frac{3}{4}$	3	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}$	k =	3	15	1	1
p' =	4	4	4	$4\frac{1}{2}$	a =	100	100	100	100

73) Auf welche Summe erwächst eine $n$mal je nach Verlauf von m Jahren bei einer Kasse gemachte Einlage von a M. durch Zinseszinsen zu p %?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
n =	8	9	6	7	12	12
m =	5	6	7	3	2	4
a =	2120	500	1300	1250	156	274
p =	$4\frac{1}{2}$	4	4	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$

74) Welche je nach m Jahren bei einer Kasse gemachte Einlage erwächst bis zum Schluß des mnten Jahres durch Zinseszinsen zu p % auf eine Summe von s M.?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
m =	3	2	4	2	5	3
n =	10	12	8	7	6	9
p =	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{4}$	4	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
s =	2000	3000	2500	2700	2100	3650

75) Welches ist der bare Wert einer Rente von a M., welche zum erstenmal nach m Jahren, im ganzen aber $n$mal, jedesmal am Schlusse eines Jahres bezahlt wird, bei Zinseszinsen zu p %?

a =	250	365	450	125	n =	10	12	10	10
m =	5	6	8	6	p =	$4\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{2}$

76) Welches ist der bare Wert einer Rente von a M., welche je nach Verlauf von m Jahren im ganzen $n$mal ausbezahlt wird, bei Zinseszinsen zu p %?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
a =	1200	900	784	2000	2500	456
n =	8	10	12	10	6	15
m =	5	5	4	3	5	4
p =	$4\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$	4	3	$3\frac{1}{2}$

77) Welches ist der bare Wert einer Rente von a ℳ, welche je nach Verlauf von m Jahren ausbezahlt wird, bei Zinseszinsen zu p %?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$a =$	1200	1500	1000	600	1200	2300
$m =$	5	10	20	5	25	15
$p =$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	4	4	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$

78) Welches ist der Bodenwert eines Waldes von $m$jähriger Umtriebszeit, wenn sich die auf das Ende einer Umtriebszeit prolongierten reinen Erträgnisse desselben jedesmal auf a ℳ belaufen, bei Zinseszinsen zu p %?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$m =$	84	60	90	84	95
$a =$	120000	51938,4	15000	25832	70000
$p =$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	3	3
	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$m =$	84	85	90	90	100
$a =$	75849,6	120000	200000	125000	364000
$p =$	4	$2\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$	4

79) Ein in $m$jährigem Umtriebe stehender Wald gibt vom Schluß des $n$ten Jahres an bis zum Ende der Umtriebszeit jährlich einen reinen Ertrag von a ℳ; wie groß ist der Bodenwert bei Zinseszinsen zu p %?

$m =$	30	40	50	60	$a =$	800	4832	3450	2480
$n =$	11	13	20	25	$p =$	4	3	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$

80) Ein in $m$jährigem Umtriebe stehender Wald gibt am Schluß des $n_1$ten Jahres einen reinen Ertrag a_1; am Schluß des $n_2$ten Jahres einen reinen Ertrag a_2, u. s. w., in den letzten n_r Jahren jährlich einen reinen Ertrag a_r; wie groß ist der Bodenwert bei Zinseszinsen zu p %?

$m =$	80	90	80	$a_3 =$	1600	1200	2100
$n_1 =$	40	30	20	$n_4 =$	62	60	50
$a_1 =$	1000	600	1300	$a_4 =$	2000	1500	2300
$n_2 =$	48	40	30	$n_r =$	18	30	20
$a_2 =$	1500	1000	1800	$a_r =$	2000	2000	2500
$n_3 =$	57	50	40	$p =$	$3\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$

81) Ein Wald von $m$jähriger Umtriebszeit gibt am Schluß des $n_1$ten Jahres einen Ertrag a_1; von da an bis zum Schluß des $n_2$ten Jahres alle r_2 Jahre einen Ertrag a_2; von da an bis zum Schluß des $n_3$ten Jahres alle r_3 Jahre einen Ertrag a_3, u. s. w. bis zum Schluß der Umtriebszeit. Die Ausgaben betragen für Steuern jährlich die Summe b_1, für Aufsicht jährlich die Summe b_2 und für Kulturen alle r_c Jahre die Summe c. Welches ist der Bodenwert bei Zinseszinsen zu p %?

m =	90	100	90		r_4 =	5	3	2
n_1 =	30	24	20		a_4 =	5000	2100	3300
a_1 =	6000	2000	3100		n_5 =	90	100	90
n_2 =	50	40	40		r_5 =	3	1	1
r_2 =	1	2	2		a_5 =	7000	900	1200
a_2 =	1000	1100	1500		b_1 =	35,8	23,6	35,8
n_3 =	70	60	70		b_2 =	50	45	42
r_3 =	5	4	6		r_c =	10	12	10
a_3 =	4000	2300	4500		c =	100	125	135
n_4 =	75	81	80		p =	3	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$

82) Für ein Gut bietet A_1 a_1 M. bar und b_1 M. jedesmal am Anfang der folgenden n_1 Jahre; eben so A_2 a_2 M. bar und b_2 M. jedesmal am Anfang der folgenden n_2 Jahre, u. s. w.; welches dieser Gebote ist das vorteilhafteste bei Zinseszinsen zu p % oder zu p' %?

a_1 =	5000	6000	4000		a_3 =	8000	9000	3000
b_1 =	1000	8000	3500		b_3 =	200	5000	4000
n_1 =	6	4	9		n_3 =	15	6	8
a_2 =	6800	4000	5000		p =	$4\frac{1}{2}$	5	5
b_4 =	500	6000	3300		p' =	$3\frac{1}{2}$	4	4
n_2 =	8	6	9					

83) Von einer Schuld ist je am Schluß eines Jahres der $n$te Teil unverzinslich zurückzuzahlen; nach wie viel Jahren kann die ganze Schuld auf einmal bezahlt werden, bei Zinseszinsen zu p %?

n = 10 8 12 16 15 p = 4 $3\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$ 4 5

84) Ein Kapital a ist für den Zeitraum von n Jahren auf Zinseszinsen zu p % angelegt; wie groß ist der bare Wert desselben. wenn es zu p' % discontiert wird?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	7500	7500	2575	2575	3465	3200	1500	5500
$n =$	10	10	12	12	15	9	11	12
$p =$	3	5	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	3	3	$4\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
$p' =$	5	3	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	4	4	4

85) Ein Kapital a wird nach n Jahren zurückbezahlt, unterdessen jährlich mit p % verzinst; welches ist der bare Wert desselben, wenn es mit p' % discontiert wird?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	1000	1000	7500	3500	5500	2000	2575	2575
$n =$	10	10	9	8	12	22	12	12
$p =$	3	5	$2\frac{1}{2}$	5	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
$p' =$	5	3	$3\frac{1}{2}$	3	4	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$

86) Auf welche Summe erwächst eine am Anfang eines jeden Jahres bei einer Kasse gemachte Einlage von a ℳ durch Zinseszinsen zu p % bis zum Anfang des $n$ten Jahres, wenn für Verwaltungskosten am Ende eines jeden Jahres p' % abgezogen werden?

$a =$	1000	250	365	425	$n =$	5	8	12	9
$p =$	5	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$p' =$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$

87) Auf welche Summe erwächst ein Kapital a in n Jahren, wenn dasselbe zu p % angelegt ist, und die Zinseszinsen zu p' % berechnet werden?

$a =$	1000	2100	1600	1500	$p =$	4	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	5
$n =$	5	12	15	16	$p' =$	3	$3\frac{1}{2}$	3	3

88) Ein Kapital a steht zu p %; die Zinsen werden jedesmal nach m Jahren zu p' % angelegt. Auf welche Summe erwächst das Ganze in mn Jahren?

$a =$	1000	2100	1600	1500	$p' =$	3	$3\frac{1}{2}$	3	3
$p =$	4	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	5	$n =$	3	4	5	8
$m =$	5	3	3	2					

89) Auf welche Summe erwächst eine am Ende eines jeden Jahres bei einer Kasse gemachte Einlage von a ℳ bis zum Schluß des $n$ten Jahres, wenn die Einlagen zu p %, die Zinsen zu p' % verzinst werden?

$a =$ 1000	275	365	420	$p =$ 4	$4\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$
$n =$ 5	12	11	13	$p' =$ 3	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$

90) Auf welche Summe erwächst eine alljährlich in arithmetischer Progression mit der Differenz d steigende Einlage von a ℳ, welche am Schluß je eines Jahres im ganzen $n$mal bei einer Kasse angelegt wird, bei Zinseszinsen zu p %?

$d =$ 100	50	40	45	$n =$ 5	6	8	9
$a =$ 1000	125	175	210	$p =$ 4	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	4

91) Wie groß ist der bare Wert einer alljährlich in arithmetischer Progression mit der Differenz a steigenden Rente von a ℳ, welche am Schluß je eines Jahres im ganzen $n$mal ausbezahlt wird, bei Zinseszinsen zu p %?

$a =$ 100	60	75	72	$p =$ 4	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	4
$n =$ 20	15	18	16				

92) Wie groß ist der bare Wert einer alljährlich in arithmetischer Progression mit der Differenz d steigenden (oder fallenden) Rente von a ℳ, welche am Schluß je eines Jahres im ganzen $n$mal ausbezahlt wird, bei Zinseszinsen zu p %?

$d =$ 60	75	72	45	$n =$ 15	18	16	14
$a =$ 200	210	365	240	$p =$ $3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	4	$3\frac{1}{2}$

93) Wie groß ist der bare Wert einer je nach m Jahren in arithmetischer Progression mit der Differenz a steigenden Rente von a ℳ, wenn dieselbe am Schluß je eines Jahres im Ganzen mnmal ausbezahlt wird, bei Zinseszinsen zu p %?

$m =$ 3	2	3	2	$n =$ 5	15	6	8
$a =$ 100	60	75	72	$p =$ 4	$3\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	4

94) Wie groß ist der bare Wert einer alljährlich in geometrischer Progression mit dem Quotienten (Exponenten)

e steigenden Rente von a ℳ, welche am Schluß je eines Jahres im ganzen $n$mal ausbezahlt wird, bei Zinseszinsen zu p %?

$e =$	1,1	$1\frac{1}{8}$	0,9	1,2	$n =$	12	13	14	15
$a =$	250	365	560	100	$p =$	$3\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	5

95) Von einem Anlehen a werden am Ende des ersten Jahres p_1 % zurückbezahlt; in jedem folgenden Jahre wird die Tilgungssumme um p_2 % höher als im vorhergehenden. Wie groß ist die Schuld nach n Jahren, und nach wie viel Jahren ist das ganze Anlehen zurückbezahlt?

$a =$	500000	500000	444444	$p_2 =$	10	2	$1\frac{1}{2}$
$p_1 =$	8	4	4	$n =$	8	20	21

96) Von einem Anlehen a, welches zu p % verzinst wird, werden am Ende des ersten Jahres p_1 % zurückbezahlt; in jedem folgenden Jahre wird die Tilgungssumme um p_2 % höher als im vorhergehenden. Welche Summe ist daher zur Verzinsung und Tilgung am Schluß des $n$ten Jahres erforderlich?

$a =$	35000	48000	60000	$p_2 =$	2	3	$2\frac{1}{2}$
$p =$	4	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$n =$	15	18	20
$p_1 =$	3	2	$1\frac{1}{2}$				

97) Von einem Anlehen a, welches zu p % verzinst wird, werden am Ende des ersten Jahres p_1 % zurückbezahlt; in jedem folgendem Jahre wird die Tilgungssumme um p_2 % höher als im vorhergehenden. Welches ist der bare Wert der im Verlauf von n Jahren auf Verzinsung und Tilgung dieses Anlehens verwendeten Summen bei einem Diskonto von p_3 %?

$a =$	500000	500000	444444	$p_2 =$	10	2	$1\frac{1}{2}$
$p =$	3	3	4	$n =$	8	20	21
$p_1 =$	8	4	4	$p_3 =$	4	4	3

98) Von einem Anlehen a, welches zu p % verzinst wird, werden am Ende des ersten Jahres p_1 % zurückbezahlt; im folgenden Jahre wird die Tilgungssumme um p_2 % erhöht, und so bis zum Schluß des $(n - 1)$ten Jahres

fortgefahren, am Schluß des $n$ten Jahres dagegen der Rest des Anlehens zurückbezahlt. Welches ist der bare Wert sämtlicher auf Verzinsung und Tilgung dieses Anlehens verwendeten Summen bei einem Diskonto von p_3 %?

a =	500000	500000	444444	p_2 =	10	2	$1\frac{1}{2}$
p =	3	3	4	n =	9	21	22
p_1 =	8	4	4	p_3 =	4	4	4

99) Ein Anlehen kann zu p % und zum Kurs c, oder zu p_3 % und zum Kurs c_3 abgeschlossen werden. Welcher Weg ist der vorteilhaftere, wenn die Tilgung in der Weise stattfindet, daß am Schluß des ersten Jahres p_1 % zurückbezahlt werden, daß von da bis zum Schluß des $(n - 1)$ten Jahres die Tilgungssumme jedesmal um p_2 % erhöht wird, und daß am Schluß des $n$ten Jahres der Rest des ganzen Anlehens abgetragen wird?

p =	3	3	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	p_1 =	8	4	5	4
c =	80	80	91	91	p_2 =	10	2	2	$1\frac{1}{2}$
p_3 =	4	4	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	n =	9	21	17	22
c_3 =	90	90	97	97					

100) Von einem Anlehen a, welches zu p % verzinst wird, werden am Ende des ersten Jahres p_1 % zurückbezahlt; in jedem folgenden Jahre wird die Tilgungssumme um p % größer als im vorhergehenden. Welches ist der bare Wert der im Verlauf von n Jahren auf Verzinsung und Tilgung des Anlehens verwendeten Summen bei einem Diskonto von p_3 % oder von p %?

a =	25000	30000	46800	n =	8	9	7
p =	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	4	p_3 =	4	5	$4\frac{1}{2}$
p_1 =	6	5	$3\frac{1}{2}$				

101) Von einem Anlehen a, welches zu p % verzinst wird, werden am Ende des ersten Jahres p_1 % zurückbezahlt; im folgenden Jahre wird die Tilgungssumme um p % erhöht, und so bis zum Schluß des $(n - 1)$ten Jahres fortgefahren; am Schluß des $n$ten Jahres wird der

Rest des Anlehens abgetragen. Welches ist der bare Wert sämtlicher auf Verzinsung und Tilgung dieses Anlehens verwendeten Summen bei einem Diskonto von $p_3 \frac{0}{0}$?

$a =$	25000	30000	46800	$n =$	13	16	20
$p =$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	4	$p_3 =$	4	5	$4\frac{1}{2}$
$p_1 =$	6	5	$3\frac{1}{2}$				

102) a Einheiten eines Stoffes A werden mit b Einheiten eines Stoffes B gemischt; hierauf a Einheiten der Mischung wieder mit b Einheiten des Stoffes B; u. s. w. im ganzen $n$mal. Wie viel ist zuletzt von den Stoffen A und B in der Mischung enthalten?

103) a Einheiten eines Stoffes A werden mit b Einheiten eines Stoffes B gemischt; hierauf a Einheiten der Mischung wieder mit b Einheiten des Stoffes B u. s. w. Wie oft muß dieses Verfahren wiederholt werden, damit das Mischungsverhältnis beider Stoffe $a' : b'$ werde?

104) Jedes von zwei Gefäßen, deren Inhalt c und c' Kubikeinheiten beträgt, ist mit einer Mischung zweier Flüssigkeiten angefüllt; im ersten Gefäß ist das Mischungsverhältnis $a : b$, im zweiten $a' : b'$. Mit zwei kleineren Gefäßen, von denen jedes d Kubikeinheiten enthält, wird aus jedem Gefäß in das andere wechselseitig von der Mischung ausgeschöpft. Wie ist das Mischungsverhältnis beider Flüssigkeiten in jedem der Gefäße, wenn dies Verfahren $n$mal angewendet worden ist?

Siebzehnter Abschnitt.

Permutationen. Variationen. Kombinationen. Wahrscheinlichkeitsrechnung.

1) Wie heißen die Permutationen
   α) der 2 Elemente a und b;
   β) der 3 Elemente a, b und c;
   γ) der 4 Elemente a, b, c und d;
   δ) der 5 Elemente a, b, c, d und e?

2) Wieviele Permutationen lassen sich aus n verschiedenen Elementen bilden?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$n =$	4	5	6	7	8	9	10	11

3) Wie oft können die 25 Buchstaben des Alphabets versetzt werden? Wie viele Bogen Papier wären zum Druck sämtlicher Versetzungen erforderlich, wenn auf jede Oktavseite 50 Zeilen, in jede Zeile zwei Versetzungen gedruckt würden? Wie viele Kugeln von der Größe der Erde, deren Umfang zu 40 Millionen Metern angenommen, könnten mit dem erforderlichen Papier überzogen werden, wenn die Dimensionen eines Bogen 44 und 56 Centimeter betragen?

4) Auf wievielerlei Arten lassen sich 32 oder 36 Blätter eines Kartenspiels anordnen?

5) Wie heißen die Permutationen von $aaabbc$?

6) Wieviele Permutationen mit Wiederholungen gibt die Komplexion $a^m b^n c^r$?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$m =$	3	4	5	7	6	8	7	9
$n =$	5	3	2	4	5	3	6	4
$r =$	2	2	2	3	2	2	2	3

7) Wieviele Permutationen mit Wiederholungen gibt die Komplexion $a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta e^\varepsilon$?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$\alpha =$	1	4	3	5	2	5	6	13
$\beta =$	3	3	7	5	10	4	5	2
$\gamma =$	2	2	4	4	1	3	2	5
$\delta =$	4	1	1	2	2	2	2	3
$\varepsilon =$	—	—	—	—	3	1	1	2

8) Wie viele Komplexionen gibt es unter den sämtlichen Versetzungen von *abcdefgh*, worin die Elemente *abcd* α) in derselben Reihenfolge, β) in jeder möglichen Reihenfolge zusammenbleiben?

9) Wieviele Komplexionen unter den sämtlichen Versetzungen von $a^{\alpha+2} b^\beta c^{\gamma+1}$ fangen mit *aac* an?

10) Wie heißt die *r*te Permutation von *abcdef*?

$r =$ 303	401	600	700	178	500

11) Wie heißt die *r*te Permutation von *abcdefg*?

$r =$ 1000	2000	3000	4000	4700	5000

12) Wie heißt die *r*te Permutation von *aaabbc*?

$r =$ 10	20	27	32	40	48	53

13) Wie heißt die 46te Permutation von ab^3cd, die 230te von ab^2cd^4, die 7257te von $a^2b^2d^3eg$, die 1056te von $a^2b^3c^2d$?

14) Die wievielte Permutation ist

eacdb von *abcde* — *becafd* von *abcdef*
daceb von *abcde* — *dbefca* von *abcdef*
cebdagf von *abcdefg* — *cdefba* von *abcdef*
eagfdcb von *abcdefg* — *febcda* von *abcdef*?

15) Die wievielte Permutation aus den entsprechenden alphabetisch geordneten Elementen sind die Wörter: Dreieck, Rechteck, Quadrat, Fünfeck, Sechseck, Siebeneck, Achteck, Neuneck, Zehneck, Elfeck, Zwölfeck, senkrecht, parallel, Parabel, Ellipse, Hyperbel?

16) Wie heißt die $r$te Permutation aus den Elementen *abcdefghik*?

	(1)	(2)	(3)	(4)
$r =$	3328769	2537735	2467831	3568749
	(5)	(6)	(7)	(8)
$r =$	2939451	2095118	2576438	3000000
	(9)	(10)	(11)	(12)
$r =$	2436857	2642578	2743612	2758940
	(13)	(14)	(15)	(16)
$r =$	1997536	2527846	2468024	2649583
	(17)	(18)	(19)	(20)
$r =$	2345678	2365788	1234567	3456789

17) Die wievielte Permutation aus den 10 Elementen *abcdefghik* ist

(1)	(2)	(3)	(4)
gdeacfkibh	*efhadbcgik*	*egikfdcahb*	*fegcdaihbk*
(5)	(6)	(7)	(8)
giafebdchk	*fgheciakdb*	*fadhbkegci*	*cagefikhbd*
(9)	(10)	(11)	(12)
edbgafkchi	*cbgfedhika*	*dbeafgchki*	*gdeacfkibh*
(13)	(14)	(15)	(16)
dkchgfeabi	*keabgicdhf*	*hcdbefagik*	*fegihdbakc*
(17)	(18)	(19)	(20)
kdcgbehfia	*icebghkfda*	*gkidefhcba*	*bkdfcahieg*?

18) Wie heißt die $r$te Permutation von $a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta$?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$r =$	1625	1126	10001	3560	98765	87654
$\alpha =$	3	3	4	3	5	4
$\beta =$	2	2	3	3	4	4
$\gamma =$	2	2	2	2	3	3
$\delta =$	1	1	1	1	2	2

19) Wie heißt die $r$te Permutation aus $a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta e^\varepsilon$?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$r =$	9000	14001	60000	20000	500000	30000
$\alpha =$	3	3	4	3	4	4

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$\beta =$	2	2	3	3	3	2
$\gamma =$	2	2	2	2	2	2
$\delta =$	1	1	1	1	2	1
$\varepsilon =$	1	1	1	1	1	1

20) Wie heißt die $r$te Permutation aus $a^5b^4c^3d^2e$?

	(1)	(2)	(3)	(4)
$r =$	23600000	25600000	22500000	23725359
	(5)	(6)	(7)	(8)
$r =$	25943129	14685151	25039969	15251907
	(9)	(10)	(11)	(12)
$r =$	21000000	19000000	25000000	23000000

21) Die wievielte Permutation aus $a^5b^4c^3d^2e$ ist

(1)	(2)	(3)
dbcabeacbabacad	*debacbdacababca*	*cbadeabcdabacab*
(4)	(5)	(6)
badcbdeacabacab	*bacdbabcdabacae*	*bdacaedcbcabbaa*

---

22) Wie heißen die Variationen der dritten Klasse aus den Elementen *abcde* und zwar sowohl mit als auch ohne Wiederholungen?

23) Wieviele Variationen der $r$ten Klasse lassen sich aus n Elementen ohne Wiederholungen bilden?

24) Wieviele Variationen der $r$ten Klasse lassen sich aus n Elementen mit Wiederholungen bilden?

25) Die wievielte Variation der dritten Klasse mit Wiederholungen aus *abcde* ist *ddd* oder *ebc*?

26) Die wievielte Variation der dritten Klasse ohne Wiederholungen aus *abcde* ist *dba* oder *ebc*?

27) Die wievielte Variation der vierten Klasse mit oder ohne Wiederholungen von den 25 Buchstaben des Alphabets ist *cmdx* oder *egkr* oder *kger*?

28) Wie heißt die 27412te Variation der vierten Klasse ohne Wiederholungen oder die 70223te Variation der vierten Klasse mit Wiederholungen aus den 25 Buchstaben des Alphabets?

---

29) Wie heißen die Kombinationen der dritten Klasse aus den Elementen *abcde* und zwar sowohl mit als auch ohne Wiederholungen?

30) Wie heißen die Kombinationen (ohne oder mit Wiederholungen) der vierten Klasse auf den Elementen *abcdef*?

31) Wie heißen die Kombinationen (ohne Wiederholungen) der fünften Klasse aus den Elementen *abcdefgh*?

32) Wieviele Kombinationen der *r*ten Klasse lassen sich aus *n* Elementen ohne Wiederholungen bilden?

33) Wieviele Kombinationen der *r*ten Klasse lassen sich aus *n* Elementen mit Wiederholungen bilden?

34) Die wievielte Kombination der vierten Klasse ohne Wiederholungen aus *abcdefgh* ist *bdef* oder *cefh* oder *defh*?

35) Die wievielte Kombination der fünften Klasse ohne Wiederholungen aus *abcdefgh* ist *adefh* oder *bdefh* oder *cdefg*?

36) Die wievielte Kombination der vierten Klasse aus den 25 Buchstaben des Alphabets ist *lrtv* oder *ruxz*?

37) Wie heißt die *n*te Variation der *r*ten Klasse aus *m* Elementen?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$n =$	5364	5296	200	5000	37345	637198	559340
$r =$	5	5	5	5	5	6	6
$m =$	8	8	10	12	15	15	15

38) Wie heißt die *n*te Kombination der *r*ten Klasse aus *m* Elementen?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$n =$	475	500	1700	3949	7000	13000	10000	7000
$r =$	5	5	5	6	6	6	4	4
$m =$	12	12	15	15	18	18	25	25

39) Die wievielte unter den fünfziffrigen Zahlen, welche sich mit den Ziffern 1, 2, 3, 5 schreiben lassen, ist *a*?

$a =$ 32155 33333 53321 51213 25523

40) Die wievielte unter den gutgeordneten $n$ziffrigen Zahlen, welche sich mit den Ziffern 1 bis 9 schreiben lassen? ist a?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$n =$	4	4	5	5	6	6
$a =$	5689	3579	23679	35678	235789	356789

41) Die wievielte unter den mit den Ziffern 1 bis 9 möglichen $n$ziffrigen Zahlen, welche keine Ziffer wiederholt enthalten, ist a?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$n =$	4	4	4	4	5	5	5
$a =$	5374	6793	4367	9785	45396	53672	64973

42) Wieviele $n$ziffrige Zahlen gibt es, deren Ziffern alle von einander verschieden sind?

43) Wieviele gutgeordnete Zahlen, von denen keine die nämliche Ziffer wiederholt enthält, lassen sich mit den Ziffern 1, 2 bis n anschreiben?

44) Wieviele Zahlen, welche nicht mehr als m Ziffern enthalten, lassen sich aus n Ziffern bilden?

$m = 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \qquad n = 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$

45) Wieviele Amben, Ternen, Quaternen und Quinternen lassen sich aus den Zahlen 1 bis n bilden?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$n =$	5	10	20	30	36	40	50	90

46) Von n Elementen sind p hervorgehoben; wieviele Kombinationen der $r$ten Klasse (ohne Wiederholungen) aus diesen n Elementen enthalten gerade α der hervorgehobenen Elemente? ($\alpha = 1, 2, 3$ u. s. w. bis p.)

$n = 12 \quad 90 \quad 90 \quad 90 \qquad r = 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5$

$p = 4 \quad 5 \quad 10 \quad 12$

47) Auf wievielerlei Arten läßt sich ein aus nr Faktoren bestehendes Produkt in Produkte von je r Faktoren zerlegen?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$n =$	2	3	2	3	4	5	5	6
$r =$	2	2	3	3	3	2	3	3

48) Wieviele verschiedene Teiler hat die Zahl $z = a^\alpha b^\beta c^\gamma d^\delta e^\varepsilon$, wenn a, b, c, d, e Primzahlen bedeuten?

49) Auf wievielerlei Arten lassen sich n Karten in zwei Abteilungen teilen, so daß die erste Abteilung a Karten enthält?

$n = 32 \quad 32 \quad 36 \quad 52 \qquad a = 12 \quad 10 \quad 9 \quad 8$

50) Auf wievielerlei Arten lassen sich n Karten unter drei Personen so verteilen, daß die erste a, die zweite b Karten erhält?

$n = 12 \quad 21 \quad 32 \quad 32 \qquad b = 4 \quad 7 \quad 9 \quad 12$

$a = 3 \quad 3 \quad 12 \quad 12$

51) Auf wievielerlei Arten lassen sich n Karten unter vier Personen so verteilen, daß die erste a, die zweite b, die dritte c Karten erhält?

$n = 19 \quad 52 \quad 36 \quad 32 \qquad b = 4 \quad 13 \quad 7 \quad 8$

$a = 2 \quad 13 \quad 3 \quad 5 \qquad c = 5 \quad 13 \quad 9 \quad 9$

52) Wieviel von einander verschiedene Würfe sind mit 2, 3, 4 Würfeln möglich?

---

53) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß aus einer Urne, welche a weiße und b schwarze Kugeln enthält, eine weiße Kugel gezogen werde?

54) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit einem Würfel die Zahl 5 zu werfen?

55) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, aus den 36 Karten eines Kartenspiels ein Aß zu ziehen?

56) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln 7 zu werfen?

57) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit einem Würfel zweimal nach einander die Zahl 3 zu werfen?

58) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, aus einer Urne, welche a weiße und b schwarze Kugeln enthält, zwei-

mal nach einander eine weiße Kugel zu ziehen und zwar α) für den Fall, daß die zuerst gezogene Kugel wieder in die Urne gelegt wird und β) für den Fall, daß die zuerst gezogene Kugel nicht mehr in die Urne kommt?

59) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß aus einer Urne, welche n weiße und n schwarze Kugeln enthält, $n$mal nacheinander eine weiße Kugel gezogen wird? (Siehe Nr. 58.)

60) Aus einer Urne, welche die Nummern 1, 2, 3 u. s. w. bis n enthält, werden nach einander r Nummern gezogen und jede gezogene Nummer wird beiseite gelegt. Auf einer Lottokarte hat jemand p von den in der Urne befindlichen Nummern aufgeschrieben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß unter den r gezogenen Nummern sich gerade m der besetzten befinden? (Siehe Nr. 46.)

61) Das Eintreten eines Ereignisses hat für jeden Versuch eine Wahrscheinlichkeit p. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß dieses Ergebnis bei n Versuchen wenigstens einmal eintritt?

62) Das Eintreten eines Ereignisses hat für jeden Versuch eine Wahrscheinlichkeit p. Wie viele Versuche müssen angestellt werden, damit das zum mindesten einmalige Eintreten eine Wahrscheinlichkeit r habe?

$p = \frac{1}{6} \quad \frac{1}{18} \quad \frac{2}{101} \quad \frac{1}{8} \qquad r = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3}$

63) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, aus einer Urne, welche n Kugeln (weiße oder schwarze) enthält, eine weiße Kugel zu ziehen, wenn die Anzahl der weißen Kugeln größer als die der schwarzen ist?

64) Jemand wettet, aus einem Haufen von n Münzen eine gerade Anzahl auf gut Glück herauszugreifen; wieviele Fälle hat er für sich?

65) A und B spielen mit einander, wobei A die Wahrscheinlichkeit p, B die Wahrscheinlichkeit $q = 1 - p$

hat, eine Partie zu gewinnen. Der Einsatz wird von *A* gewonnen, wenn er *a* Partien, oder von *B*, wenn er *b* Partien gewonnen hat. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für den Gewinn des *A*?

66) In einer Urne liegen *m* Kugeln, welche mit den Nummern 1, 2, 3 . . . *m* bezeichnet sind; wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß nach *n* Ziehungen die Summe der gezogenen Augen *s* betrage, wenn die gezogene Kugel jedesmal wieder in die Urne gelegt wird? (Die allgemeine Lösung dieser und der nächsten Aufgabe setzt die Kenntnis des folgenden Abschnittes, und zwar des polynomischen Lehrsatzes, voraus.)

67) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß mit *n* sechsseitigen Würfeln die Zahl *a* getroffen werde?

68) In einer Urne befinden sich *a* rote, *b* blaue, *c* schwarze, *d* weiße Kugeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, auf den ersten Zug eher eine weiße als eine rote Kugel zu ziehen?

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß unter zwei gezogenen Kugeln eher eine schwarze und eine weiße, als eine rote und eine blaue sein werden?

Achtzehnter Abschnitt.

Binomischer und polynomischer Lehrsatz für positive ganze Exponenten.

1) Was ist der Wert von $\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)\ldots.(n-r+1)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\ldots.\,r}$?

$n =$	13	14	15	18	23	25	30
$r =$	5	6	7	8	10	25	40

2) Was gibt $\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1}$?

3) Wie groß ist die Summe $\binom{r}{r} + \binom{r+1}{r} + \binom{r+2}{r} + \ldots + \binom{n}{r}$?

4) Man beweise, daß $\frac{2\,.\,1}{1\,.\,2} + \frac{3\,.\,2}{1\,.\,2} + \frac{4\,.\,3}{1\,.\,2} + \ldots + \frac{n(n-1)}{1\,.\,2} = \frac{(n+1)n(n-1)}{1\,.\,2\,.\,3}$ ist.

5 Wie groß ist $\frac{3\,.\,2\,.\,1}{1\,.\,2\,.\,3} + \frac{4\,.\,3\,.\,2}{1\,.\,2\,.\,3} + \ldots + \frac{n(n-1)(n-2)}{1\,.\,2\,.\,3}$?

6) Wie groß ist $\frac{4\,.\,3\,.\,2\,.\,1}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4} + \frac{5\,.\,4\,.\,3\,.\,2}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4} + \ldots + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1\,.\,2\,.\,3\,.\,4}$?

7) Wie groß ist $\sum \binom{n}{r}$, genommen von $n = 1$ bis $n = n$?

$n =$	7	9	10	11	13	25	26	30
$r =$	4	5	5	4	6	7	7	8

8) Entwicklung von $(x + a_1)(x + a_2)$;
$(x + a_1)(x + a_2)(x + a_3)$;
$(x + a_1)(x + a_2)(x + a_3)(x + a_4)$;
$(x + a_1)(x + a_2)(x + a_3) \ldots . (x + a_n)$.

9) Entwickle die Produkte
$(x - a_1)(x - a_2)$;
$(x - a_1)(x - a_2)(x - a_3)$;
$(x - a_1)(x - a_2)(x - a_3)(x - a_4)$;
$(x - a_1)(x - a_2)(x - a_3) \ldots (x - a_n)$.

10) $(x + 1)(x + 2)$; $(x + 1)(x + 2)(x + 3)$; $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4)$.

11) $(x - 1)(x - 2)$; $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$; $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)$.

12) $(x + 1)(x - 2)(x - 3)(x + 4)$; $(x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4)(x - 5)(x + 6)$.

13) Was wird aus $(x + a_1)(x + a_2)(x + a_3) \ldots (x + a_n)$, wenn $a_1 = a_2 = a_3 = \ldots = a_n = 1$ wird?

14) Wie findet man die Entwicklung von $(x - 1)^n$ und $(1 - x)^n$, wenn x eine positive ganze Zahl ist?

15) Welche neuen Entwicklungen ergeben sich, wenn man in den für $(1 + x)^n$ und $(1 - x)^n$ gefundenen Entwickelungen die Größe x durch $\frac{a}{b}$ ersetzt?

16) $(2a + x)^6$
17) $(7 - 2a)^6$
18) $(4a + x)^7$
19) $(5a + 2b)^8$
20) $(2x + 3y)^7$
21) $(5x + 7y)^8$
22) $(2x + 11y)^8$
23) $(\frac{2}{3}a - \frac{1}{2}b)^5$
24) $(\frac{4}{5}a - \frac{3}{4}b)^6$
25) $(3a - \frac{1}{2}b)^7$
26) $(\frac{1}{2}a + 2b)^7$
27) $(\frac{3}{4}a - \frac{2}{5}b)^7$
28) $(\frac{2}{7}a - \frac{5}{6}b)^7$
29) $(2ab^{-2} - a^{-3}b)^5$
30) $(2ab^{-2}cx^{-1} + \frac{1}{4}bc^2x)^6$
31) $(3a^2bx^{-1} - \frac{1}{2}a^{-3}b^2x)^7$
32) $(\frac{2}{3}a^3b^2c^{-1}x^{-3} - \frac{3}{4}ab^{-4}c^3x^{-2})^9$

33) Welche Gleichung ergibt sich, wenn man in der Entwicklung von $(a + b)^n$ sowohl a als auch b gleich 1 setzt?

34) Wie groß ist $\binom{m}{0} - \binom{m}{1} + \binom{m}{2} - \binom{m}{3} + \ldots + (-1)^m\binom{m}{m}$?

35) Beweise, daß $\binom{m}{0} + \binom{m}{2} + \binom{m}{4} + \ldots = 2^{m-1}$ ist.

36) Wie groß ist $\binom{m}{1} + \binom{m}{3} + \binom{m}{5} + \ldots$?

37) $(a + b)^n + (a - b)^n$; $(a + b)^n - (a - b)^n$

38) $(1 + x)^5 \pm (1 - x)^5$; $(2 + x)^6 \pm (2 - x)^6$

39) $(x + 1)^4 \pm (x - 1)^4$; $(x + 2)^8 \pm (x - 2)^8$

40) $(\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y)^5 \pm (\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y)^5$; $(1 - 0{,}2x)^8 \pm (0{,}2x - 1)^8$

41) Wie heißt der Koeffizient des $r$ten Gliedes in der Entwicklung von $(a \pm b)^n$; $(a \pm b)^{n-1}$; $(a \pm b)^{n+1}$; $(a \pm b)^{2n}$; $(a \pm b)^{2n+1}$?

$n =$	3	4	5	6	7	7	8	10
$r =$	2	2	3	4	4	5	5	8

42) Wie heißen in der Entwicklung von $(a + b)^{10}$, von $(a - b)^{10}$ und von $(2a - 3b)^{10}$ die Koeffizienten von a^3b^7, von a^6b^4 und von a^9b?

43) Wie heißen in der Entwicklung von $\left(x + \frac{1}{x}\right)^8$ die Koeffizienten von x^6, von x^0 und von x^{-4}?

44) Welches sind die größten Koeffizienten in den Entwicklungen von $(a + b)^{11}$, von $(a + b)^{21}$, von $(a + b)^{12}$, von $(a + b)^{30}$ und wie groß sind dieselben?

45) Wie heißt das von x unabhängige Glied in der Entwicklung von $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{12}$, von $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{18}$, von $(x^2 + x^{-2})^{20}$, von $(x^3 - x^{-3})^{30}$?

46) Wie heißt das von x unabhängige Glied der Entwicklung von $(x^2 - x^{-1})^6$, von $(x^{-1} + x^3)^8$, von $(x^{-2} - x^3)^{10}$, von $(2x^{-1} + \frac{1}{3}x)^4$?

47) $(1 + i)^6 + (1 - i)^6$; $(1 + i)^6 - (1 - i)^6$

48) $(2 + 3i)^7 + (2 - 3i)^7$; $(2 + 3i)^9 - (2 - 3i)^9$

49) $(u + vi)^{10} \pm (u - vi)^{10}$; $(u + vi)^{11} \pm (u - vi)^{11}$

50) $[(1 + i)^m \pm (1 - i)^m] : 2$

51) Beweise, daß $\binom{m}{0} + \binom{m}{4} + \binom{m}{8} + \ldots = \frac{2^m + (1 + i)^m + (1 - i)^m}{4}$ ist.

52) $\binom{m}{2} + \binom{m}{6} + \binom{m}{10} + \ldots.$

53) $\binom{m}{1} + \binom{m}{5} + \binom{m}{9} + \ldots;\ \binom{m}{3} + \binom{m}{7} + \binom{m}{11} + \ldots$

54) Berechne auf 5 Dezimalen richtig mit Hilfe des binomischen Satzes

a) $(1,1)^8$	$(1,1)^{10}$	$(1,1)^{20}$	$(1,1)^{30}$
b) $(1,01)^5$	$(1,01)^7$	$(1,01)^{12}$	$(1,01)^{15}$
c) $(1,002)^4$	$(1,002)^8$	$(1,002)^{15}$	$(1,002)^{16}$
d) $(0,9)^6$	$(0,9)^{12}$	$(0,9)^{18}$	$(0,9)^{20}$
e) $(0,99)^7$	$(0,99)^{11}$	$(0,99)^{12}$	$(0,99)^{20}$
f) $(0,998)^5$	$(0,998)^9$	$(0,998)^{13}$	$(0,998)^{14}$
g) $(\frac{11}{20})^5$	$(\frac{11}{30})^6$	$(\frac{21}{40})^{15}$	$(\frac{11}{50})^{20}$
h) $(\frac{111}{110})^{12}$	$(\frac{109}{110})^{12}$	$(\frac{113}{110})^{13}$	$(\frac{107}{110})^{14}$

55) $(a + b + c)^4$

56) $(a + b + c)^5$

57) $(a + b + c)^6$

58) $(a + b + c)^7$

59) $(a + b + c + d)^4$

60) $(a + b + c + d)^5$

61) $(1 + x + x^2)^4$

62) $(1 + x + x^2)^5$

63) $(1 + x + x^2)^6$

64) $(1 + x + x^2 + x^3)^4$

65) $(1 + x + x^2 + x^3)^5$

66) $(1 + x + x^2 + x^3)^6$

67) $(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^2$

68) $(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^3$

69) $(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^4$

70) $(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^5$

71) $(1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5)^6$

72) $\left(x + 1 + \frac{1}{x}\right)^6$

73) $\left(x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)^4$

74) $\left(x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)^5$

75) $\left((1 + x)^m - 1\right)^n$ zu entwickeln.

76) $\left((1 - x)^m - 1\right)^n$ zu entwickeln.

Neunzehnter Abschnitt.

Höhere Gleichungen.

I. Gleichungen von der Form $(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)\ldots$

1) Welche Werte haben die Unbekannten in nachstehenden Gleichungen?

1) $x - 8 = 0$
2) $x(x + 7) = 0$
3) $(x - 2)(x - 3) = 0$
4) $(x-1)(x-3)(x-5) = 0$
5) $x(x - 2)(x - 4)(x + 7) = 0$
6) $(x + 1)(x + 1{,}2)(x + 1{,}4)(x + 1{,}6) = 0$
7) $(x - a)(x + b) = 0$
8) $x^2(x + a)(x - b) = 0$
9) $(x - c)(x - d)(x - e) = 0$
10) $\left(a + x\right)\left(\frac{a}{2} - x\right)\left(\frac{a}{3} + x\right)\left(\frac{a}{4} - x\right) = 0$
11) $(x - 2 - \sqrt{3})(x - 2 + \sqrt{3}) = 0$
12) $(x - 1 + i)(x - 1 - i)(5 - x) = 0$
13) $(x - 7)(x^2 - 11x + 30) = 0$
14) $(x^2 - 30x + 177)(x^2 + 11x) = 0$
15) $(2x - 3)(x^2 - 6x + 4) = 0$
16) $(x^2 - 22x + 265)(x^2 - 24x + 23) = 0$
17) $(2x^2 - 6x + 17)(x^2 - 2x + 145) = 0$
18) $(25x^2 - 90x + 88)(3x^3 + 7x) = 0$

2) Die Gleichungen aufzustellen, deren Wurzelwerte sind:

1) 1; 2 und 3
2) 2; 3 und -6
3) -3; -4 und -6
4) 0,5; 0,4 und 0,2
5) $-\frac{1}{2}$; $-\frac{2}{5}$ und $\frac{1}{5}$
6) 0; 4 und -5
7) 2; 3 und -5
8) 3; -1 und -2
9) 3; 2 und $-1{,}2$
10) $\frac{1}{2}$; $-\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{3}$
11) a; b; c
12) 0; a; $-b$
13) 0; 0; $-c$
14) $1+\sqrt{6}$; $1-\sqrt{6}$ und -10

15) -12; $\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\sqrt{6}$ und $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}\sqrt{6}$
16) a; $4a$; $-5a$
17) $3+i$; $3-i$ und 5
18) 1; $5-4i$ und $5+4i$
19) 1; $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{2}$
20) 25; 0,04 und 1
21) 1; $9+4\sqrt{5}$; $9-4\sqrt{5}$
22) $0{,}6+0{,}8i$; $0{,}6-0{,}8i$ und -1
23) 1; $\frac{3+i\sqrt{7}}{4}$; $\frac{3-i\sqrt{7}}{4}$
24) $a+bi$; $c-di$ und e

3) Die Gleichungen aufzustellen, deren Wurzelwerte sind:
1) a; b; c und d
2) 2; 3; 4 und 5
3) 3; 5; -6 und -9
4) 0; 7; -2 und -3
5) 0; 0; 5 und -11
6) 5; 3; 2 und -10
7) 1; 2; 3 und $-\frac{11}{6}$
8) 10; 9; 8 und $-\frac{360}{121}$
9) $3+\sqrt{5}$; $3-\sqrt{5}$; $\sqrt{2}$ und $-\sqrt{2}$
10) 0; 6; $5-\sqrt{2}$ und $5+\sqrt{2}$
11) $a+bi$; $a-bi$; $c+di$; $c-di$
12) $13-i$; $13+i$; $\frac{5}{8}+6i$; $\frac{5}{8}-6i$
13) 3; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{7}$; 3,5
14) -10; $-0{,}1$; 4; 0,25
15) 3; 4; 5; $2-11i$ und $2+11i$
16) 1; $\frac{2}{5}$; 0,4; $\frac{6}{5}+\frac{1}{5}\sqrt{11}$; $\frac{6}{5}-\frac{1}{5}\sqrt{11}$

4) $x=\alpha$ ist eine Wurzel der kubischen Gleichung

$$ax^3+bx^2+cx+d=0$$

Welche Gleichung liefert die zwei andern Wurzeln und wie heißen dieselben?

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$\alpha =$	4	-3	$\frac{1}{2}$	10	-9	α
$a =$	1	1	6	1	324	1
$b =$	-15	0	-35	-36	3444	b
$c =$	74	-13	26	478	-563	c
$d =$	-120	-12	-5	-2180	...	$-\alpha^3-b\alpha^2-c\alpha$

5) α und β sind Wurzeln der Gleichung

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$$

Man finde die übrigen Wurzeln dieser Gleichung

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
$\alpha =$	5	2	23	$+i$	$1-\sqrt{2}$	α
$\beta =$	-6	$\frac{1}{2}$	-22	....	$\sqrt{2}$	β
$a =$	1	1	1	1	1	1
$b =$	0	-4	-1	2	-3	b
$c =$	-73	$\frac{21}{4}$	-516	6	$1+\sqrt{2}$	c
$d =$	-12	$-\frac{11}{4}$	10	2	$3-2\sqrt{2}$	d
$e =$	1260	$\frac{1}{2}$	5060	5	$-2+\sqrt{2}$	e

6) Die Gleichungen

1) $x^3 - 15x^2 + 71x - 105 = 0$ und $x^3 - 13x + 12 = 0$
2) $x^3 - 4{,}2x^2 + 3{,}2 = 0$ und $x^3 - 91x + 90 = 0$
3) $x^3 - 10{,}5x^2 + 35{,}75x - 39{,}375 = 0$ und $x^3 - 16{,}5x^2 + 89{,}75x - 160{,}875 = 0$
4) $4x^3 - 17x^2 + 120x - 29 = 0$ und $4x^3 - 41x^2 + 126x - 29 = 0$

haben eine gemeinsame Wurzel. Wie heißen die nicht gemeinsamen Wurzeln je zweier zusammengehörigen Gleichungen?

7) Je zwei zusammengehörige Gleichungen haben zwei Wurzeln gemeinsam. Man löse die Gleichungen auf.

1) $x^4 - 20x^3 + 140x^2 - 400x + 384 = 0$ und $x^4 - 9x^3 + 28x^2 - 36x + 16 = 0$
2) $x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6 = 0$ und $6x^4 - 17x^3 + 17x^2 - 7x + 1 = 0$
3) $x^4 + 5x^3 - 2x^2 - 6x + 20 = 0$ und $x^4 - 2x^3 - 14x^2 + 32x - 32 = 0$
4) $x^4 - 10x^3 + 39x^2 - 70x + 50 = 0$ und $x^4 - 8x^2 + 8x + 15 = 0$

8) Wie groß ist λ, wenn die beiden Gleichungen

$$x^2 - 2\lambda x + 25 = 0 \text{ und } x^2 - 1{,}6\lambda x + 15 = 0$$

eine gemeinsame Wurzel haben?

9) Wie groß sind λ und μ, wenn die drei Wurzeln der kubischen Gleichungen

$$1)\ x^3 - 12x^2 + 47x - \lambda = 0$$

$$2)\ x^3 - 39x^2 + \mu x - 2145 = 0$$

eine arithmetische Reihe bilden?

10) Wie groß sind λ und μ, wenn die drei Wurzeln der kubischen Gleichungen

$$1)\ x^3 - 21x^2 + \lambda x - 216 = 0$$

$$2)\ x^3 + \mu x - 1 = 0$$

eine geometrische Reihe bilden?

11) Von den Wurzeln der kubischen Gleichung

$$x^3 + Ax^2 + Bx - C^2 = 0,$$

in der die Konstanten A, B, C reell sind, soll die eine Wurzel dem Produkte der beiden anderen gleich sein. Welche Bedingungsgleichungen haben die Koeffizienten A, B, C zu befriedigen und wie heißen die Wurzeln der kubischen Gleichung?

12) In der Gleichung

$$x^3 - 7x^2 + 11x + d = 0$$

ist die Differenz des ersten und zweiten Wurzelwertes gleich $2\sqrt{5}$. Es sollen die Wurzeln der Gleichung und der Koeffizient d berechnet werden.

13) Die Koeffizienten der 4., 3. und 2. Potenz der Unbekannten einer geordneten Gleichung vierten Grades sind der Reihe nach 6, —23 und 28, die Summe zweier Wurzeln beträgt 1,5 und das Produkt der beiden übrigen Wurzeln $\frac{2}{3}$. Es sind die Wurzeln dieser Gleichung zu finden.

14) In der Gleichung

$$x^4 - 10x^3 + 36x^2 + ax + 11 = 0$$

ist die Summe des ersten und zweiten Wurzelwertes gleich 6. Man bestimme den Koeffizienten a und die Wurzeln der Gleichung.

15) Zwischen den Wurzeln α, β, γ und δ der Gleichung

$$x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 2x - 20 = 0$$

besteht die Beziehung $\alpha + \beta = \gamma + \delta$. Wie heißen diese Wurzeln?

16) Die Wurzeln der Gleichung

$$x^4 + 2x^3 - 80x^2 + 88x + 1936 = 0$$

können so zu zwei Paaren zusammengestellt werden, daß das Produkt des einen Paares dem des anderen gleich ist. Wie heißen die Wurzeln?

II. Reziproke Gleichungen.

1) $ax^2 + bx + c = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	1	1	1	1	1	1	a
$b =$	5,2	$-\frac{34}{15}$	$-\frac{221}{110}$	-20	$-0,4$	$-\frac{m+1}{\sqrt{m}}$	b
$c =$	1	1	1	1	± 1	1	a

2) $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	1	30	1	1	1	13	2	1
$b =$	3,5	-79	$-\frac{11}{3}$	-9	-51	-11	-5	-3
$c =$	3,5	-79	$+\frac{11}{3}$	9	51	-11	-5	-3
$d =$	1	30	-1	-1	-1	13	2	1

3) $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	1	1	70	1	3	1	1
$b =$	$-2,5$	$-\frac{35}{6}$	243	$-\frac{61}{6}$	-56	$-14,25$	-18
$c =$	0	$\frac{31}{3}$	310	$\frac{80}{3}$	-214	44,5	-206
$d =$	2,5	$-\frac{35}{6}$	243	$-\frac{61}{6}$	-56	$-14,25$	-18
$e =$	-1	1	70	1	3	1	1

	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	1	1	1	1	1	1	2
$b =$	-34	26	-30	0	$-3,75$	5,2	5
$c =$	122	146	226	0	0	2	4
$d =$	-34	26	-30	0	$-3,75$	5,2	5
$e =$	1	1	1	± 1	-1	1	2

	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21
$a =$	1	3	1	1	1	m	1
$b =$	2	—5	—2,8	$-\frac{r^2+s^2}{rs}$	$-m$	$-(m^2+1)$	1
$c =$	3	8	3,92	0	0	$2m$	—1
$d =$	2	—5	—2,8	$\frac{r^2+s^2}{rs}$	m	$-(m^2+1)$	1
$e =$	1	3	1	—1	—1	m	1

4) $ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	1	1	53	1	1	7	7
$b =$	$-\frac{19}{3}$	11	—1057	1	0	—6	0
$c =$	14	36	—2236	0	0	0	—6
$d =$	—14	36	—2236	0	0	0	6
$e =$	$\frac{19}{3}$	11	—1057	1	0	6	0
$f =$	—1	1	53	1	± 1	—7	—7

5) $ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
$a =$	120	1	1	1	1	1	2	1
$b =$	—598	—4	0	0	1	—8	—1	—3
$c =$	845	$-\frac{445}{36}$	—1	0	4	—5	5	3,5
$d =$	0	0	0	0	3	—15	0	0
$e =$	—845	$\frac{445}{36}$	—1	0	4	—5	5	—3,5
$f =$	598	4	0	0	1	—8	—1	3
$g =$	—120	—1	1	± 1	1	1	2	—1

6) Die Summe einer geometrischen Reihe ist 31, das Anfangsglied 1 und die Gliederzahl 5. Wie groß ist der Quotient dieser Reihe?

III. Umformung von Gleichungen in solche, deren Wurzelwerte gegebene Bedingungen erfüllen.

1) Die Gleichung $x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2 = 0$ ist in eine Gleichung zu verwandeln, deren Wurzelwerte um 1 beziehungsweise 2 kleiner sind als die Wurzeln der ursprünglichen Gleichung.

2) Die Gleichung $27x^3 - 3x^2 + 9x + 2 = 0$ ist in eine andere zu verwandeln, deren Wurzelwerte das dreifache beziehungsweise der fünfte Teil der Wurzeln der ursprünglichen Gleichung sind.

3) Die Gleichungen

1) $x^3 - 10x^2 + 31x - 30 = 0$
2) $x^3 - \frac{13}{12}x^2 + \frac{3}{8}x - \frac{1}{24} = 0$
3) $x^3 - 481x - 3600 = 0$
4) $x^4 + 6x^3 + 18x^2 + 6x + 1 = 0$
5) $2x^4 - 2x^3 + x^2 - 4x + 8 = 0$

sind in solche zu verwandeln, deren Wurzeln die Quadrate der Wurzeln der gegebenen Gleichung sind.

4) Nachstehende Gleichungen sind in solche zu verwandeln, deren Wurzelwerte um d größer sind als die Quadratwurzeln aus den Wurzeln der ursprünglichen Gleichung:

1) $x^3 - 5x^2 + 15x - 11 = 0;\ d = 1$
2) $x^3 - 12x^2 + 48x - 64 = 0;\ d = 2$
3) $x^3 - 8x + 8 = 0;\ d = -2$
4) $x^3 - 14x^2 + 49x - 36 = 0;\ d = -3$.

IV. Gleichungen, welche durch Zerlegung in Faktoren gelöst werden können.

1) $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	6	9	14	13	19	4	3
$b =$	11	26	49	54	114	1	—4
$c =$	6	24	36	72	216	—6	—12

	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	1	—9	—6	12	5	13	3
$b =$	—17	23	—13	—1	—78	—24	$2\frac{3}{4}$
$c =$	15	—15	42	—132	—432	—540	$\frac{3}{4}$

	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
$a =$	$2\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{12}$	$-\frac{7}{12}$	$-4\frac{1}{4}$	$-\frac{4}{15}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{11}{28}$
$b =$	$2\frac{1}{9}$	$\frac{3}{8}$	$-\frac{1}{24}$	$-9\frac{7}{8}$	$-\frac{19}{45}$	$-2\frac{13}{16}$	$\frac{31}{56}$
$c =$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{24}$	$-3\frac{3}{4}$	$\frac{2}{15}$	$-2\frac{17}{32}$	$\frac{3}{56}$

	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)
$a =$	$-\frac{7}{18}$	$5\frac{19}{24}$	6	12	13	13	−16
$b =$	$-7\frac{7}{54}$	$6\frac{41}{48}$	19	−7	49	38	60
$c =$	$-6\frac{4}{9}$	$-3\frac{7}{16}$	44	−84	45	−16	27

2) $x^4 - ax^3 + bx^2 - cx + d = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	8	10	14	−1	−9	0	0
$b =$	23	35	71	−19	−46	−25	−45
$c =$	28	50	154	−11	96	−60	40
$d =$	12	24	120	30	288	−36	84

	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	0	0	−29	25	25,1	$2\frac{1}{3}$	$4\frac{3}{4}$
$b =$	−15	−115	287	200	201,7	$-4\frac{1}{3}$	$6\frac{1}{8}$
$c =$	−10	−630	−1147	560	566,4	$-7\frac{2}{3}$	$2\frac{3}{4}$
$d =$	24	−936	1560	384	388,8	−2	$\frac{3}{8}$

	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
$a =$	$2\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$	$5\frac{1}{8}$	1	6	−1	12
$b =$	$2\frac{2}{9}$	$-\frac{23}{144}$	$8\frac{31}{32}$	−1	16	−24	32
$c =$	$\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{144}$	$6\frac{9}{64}$	−4	24	−43	−3
$d =$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{576}$	$1\frac{13}{32}$	−12	16	−21	−54

3) $x^5 - ax^4 + bx^3 - cx^2 + dx - e = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	19	15	20	25	4	−8	$1\frac{2}{3}$
$b =$	137	85	155	245	−70	−49	−4
$c =$	461	225	580	1175	−160	356	$-6\frac{2}{3}$
$d =$	702	274	1044	2754	669	540	$-1\frac{8}{9}$
$e =$	360	120	720	2520	756	−2016	$-3\frac{4}{27}$

4) Die Wurzeln der Gleichung $x^7 + 8x^6 + 18x^5 + 9x^4 + 9x^3 + 18x^2 + 8x + 1 = 0$ zu finden.

V. Gleichungen vom dritten Grade. Cardanische Formel. Trigonometrische Auflösung.

1) $x^3 + ax - b = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	6	12	15	1	8	3	12
$b =$	7	63	124	2	9	14	185

	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	15	3	6	6	9	9	9
$b =$	72	2	1	20	6	7	57
	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
$a =$	12	15	48	75	78	78	78
$b =$	8	65	155	304	17	18	235
	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)
$a =$	78	78	108	1	2	17	0,0452
$b =$	314	340	891	3	5	59	0,34963

2) $x^3 + ax + b = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	18	7	24	4	18	7	24
$b =$	215	48	16	145	219	50	19

3) $x^3 - ax + b = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	3	12	27	21	3	2	27
$b =$	2	16	54	344	18	4	154
	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	26	24	27	36	39	0,0207	9,31
$b =$	161	64	300	216	124	0,921	39,7
	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
$a =$	$2\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$	$10\frac{16}{27}$	7	19	39	57
$b =$	$1\frac{10}{27}$	$3\frac{8}{27}$	$20\frac{280}{729}$	6	30	70	56
	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)
$a =$	201	6	12	18	17	6	7
$b =$	880	4	9	27	26	1	7
	(29)	(30)	(31)	(32)	(33)	(34)	(35)
$a =$	12	27	31	$2\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{3}$	$6\frac{1}{3}$	$\frac{25}{72}$
$b =$	8	30	34	$\frac{20}{27}$	$\frac{20}{27}$	$2\frac{2}{27}$	$\frac{347}{14580}$

4) $x^3 - ax - b = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	6	9	12	24	6	4	29
$b =$	9	28	65	513	40	192	140
	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	3	3	6	9	12	18	18
$b =$	14	16	7	57	28	33	135
	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
$a =$	48	75	78	78	108	9,3163	0,047
$b =$	155	304	314	340	891	39,99	0,351

	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)
$a =$	20	4	5	15	$5\frac{1}{3}$	$5\frac{1}{3}$	$25\frac{1}{3}$
$b =$	19	1	1	16	$1\frac{7}{27}$	$2\frac{7}{27}$	$16\frac{16}{27}$

5) $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	12	9	15	6	9	12	15
$b =$	47	43	71	37	24	73	59
$c =$	60	75	105	58	18	164	45
	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	9	3	6	15	3	3	6
$b =$	24	—3	13	72	12	18	13
$c =$	20	35	12	92	4	81	13
	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
$a =$	12	10	15	2	24	24	12
$b =$	57	34	55	912	971	—971	41
$c =$	94	40	44	72	8450	8450	42
	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)
$a =$	14	14	20	15	9	9	15
$b =$	59	63	127	55	4	15	49
$c =$	70	90	252	47	42	25	166

6) $x^3 + ax^2 + bx - c = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	9	12	6	9	12	6	9
$b =$	2	23	—17	39	21	6	9
$c =$	48	36	190	122	110	41	60
	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	6	4	9	13	6	6	9
$b =$	6	—20	—12	31	7	11	26
$c =$	11	48	20	45	3	6	24

7) $x^3 - ax^2 + bx + c = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	9	9	15	5	12	3	12
$b =$	4	15	49	3	27	225	27
$c =$	42	25	166	3	109	1539	119
	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	3	3	6	3	6	9	12
$b =$	—4	—4	—7	—9	—3	—4	21
$c =$	12	13	60	20	6	100	74

8) $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	21	3	6	3	6	9	9
$b =$	138	21	20	—18	—27	—10	21
$c =$	280	234	15	69	54	2	13

VI. Gleichungen vom vierten Grade.

1) $x^4 - ax^2 + bx - c = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	3	6	8	—8	26	26	30
$b =$	—42	12	—16	16	25	—104	55
$c =$	40	—9	12	440	6	47	24
	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	—30	31	38	40	50	54	92
$b =$	—44	—54	96	16	63	96	164
$c =$	—6	14	23	—143	20	11	48

2) $x^4 - ax^3 + bx^2 - cx + d = 0$

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
$a =$	4	4	8	8	8	12	8
$b =$	0	1	18	14	19	46	9
$c =$	—8	—6	8	—8	12	60	—12
$d =$	—12	2	—15	—6	2	21	—12
	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
$a =$	12	16	2	—9	10	—11	4
$b =$	23	69	—27	25	—3	8	0
$c =$	—112	10	8	—18	—116	18	3
$d =$	—300	—296	16	—9	—148	4	23
	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)
$a =$	4	10	10	6	—8	8	8
$b =$	36	24	24	7	—7	24	26
$c =$	108	—2	2	7	38	33	80
$d =$	81	—1	—1	7	—14	19	—371
	(22)	(23)	(24)	(25)	(26)	(27)	(28)
$a =$	12	32	13	$9\frac{1}{3}$	$9\frac{1}{3}$	$13\frac{1}{3}$	$18\frac{2}{3}$
$b =$	30	342	42	20	22	62	126
$c =$	224	1296	—52	0	20	120	360
$d =$	1560	1080	—184	$-11\frac{2}{3}$	$10\frac{2}{3}$	$85\frac{1}{3}$	$362\frac{2}{3}$

3) In der Gleichung
$$0 = x^6 - 2x^5 - 7x^4 + 6x^3 + 18x^2 + hx + k = 0$$
sind die Koeffizienten h und k reelle Zahlen und ist $1 + i$ ein bekannter Wurzelwert. Es sollen h und k und die übrigen Wurzelwerte gefunden werden.

VII. Aufgaben zur Anwendung der Gleichungen vom dritten oder vierten Grade.

1) In einem rechtwinkeligen Dreieck, dessen Inhalt = a Qct., ist der eine Abschnitt der Hypotenuse = b Ct.; wie groß sind die Katheten?

$a = 1944 \quad 120 \quad 240 \quad 1728 \qquad b = 57{,}6 \quad 3\frac{11}{13} \quad 7\frac{9}{17} \quad 59{,}91$

2) Um einen Kreis, dessen Halbmesser = r Ct., ist ein rechtwinkeliges Dreieck gezeichnet, in welchem ein Abschnitt der Hypotenuse = a Ct. Wie groß ist der Inhalt des Dreiecks?

3) In einem rechtwinkeligen Dreieck, dessen eine Kathete = a Ct., mißt die den gegenüber liegenden Winkel halbierende Transversale b Ct.

4) In einem rechtwinkeligen Dreieck ist die von einer Ecke nach der Mitte der gegenüberliegenden Kathete gezogene Transversale = a Ct., während die den Winkel an dieser Ecke halbierende Gerade = b Ct.

5) In einem rechtwinkeligen Dreieck ist die einen spitzen Winkel halbierende Transversale = a Ct., während die Transversale, welche den andern Endpunkt der Hypotenuse mit der Mitte der gegenüberliegenden Kathete verbindet, = b Ct.

6) In einem Dreieck, dessen Umfang = a Ct., sind zwei Höhen = b und c Ct.; wie groß ist sein Inhalt?

$a = 210 \quad 176 \quad 220 \quad 180 \qquad c = 60 \quad 26{,}4 \quad 33 \quad 42$

$b = 56 \quad 48 \quad 60 \quad 49$

7) Wie groß ist der Inhalt eines rechtwinkeligen Dreiecks, wenn die Summe der Hypotenuse und der zugehörigen Höhe = a Ct., während die eine Kathete = b Ct.

8) In einem rechtwinkeligen Dreieck ist ein Abschnitt der Hypotenuse $= a$ und die Summe der beiden Katheten $= b$ Ct.; wie groß ist sein Inhalt?

9) In einem rechtwinkeligen Dreieck ist die Summe der Hypotenuse und der zugehörigen Höhe $= a$, die Summe der Hypotenuse und der einen Kathete $= b$ Ct.

10) In ein rechtwinkeliges Dreieck ist ein Quadrat eingezeichnet; fällt die eine Quadratseite in die Hypotenuse, so ist ihre Länge $= a$ Ct.; fällt sie aber in eine Kathete, so ist ihre Länge $= b$ Ct.

11) In ein gleichschenkeliges Dreieck ist ein Quadrat gezeichnet; fällt die eine Quadratseite in die Grundlinie des Dreiecks, so ist ihre Länge $= a$ Ct.; fällt sie aber in einen Schenkel des Dreiecks, so ist ihre Länge $= b$ Ct.

12) Wie groß ist der Durchmesser eines Halbkreises, wenn sich in denselben drei Gerade von a, b, c Ct. Länge nacheinander als Sehnen eintragen lassen?

$a = 2 \quad 3 \quad 5 \quad 7 \qquad c = 4 \quad 5 \quad 7 \quad 9$
$b = 3 \quad 4 \quad 6 \quad 8$

13) In einen Halbkreis, dessen Radius $= r$ Ct., soll ein Viereck eingezeichnet werden, das als erste Seite den Durchmesser hat, während sich die drei andern Seiten wie $a:b:c$ verhalten.

$a = 3 \quad 2 \quad 4 \quad 5 \qquad c = 5 \quad 4 \quad 6 \quad 7$
$b = 4 \quad 3 \quad 5 \quad 6$

14) Aus den vier Seiten $a\ b\ c\ d$ soll ein Viereck konstruiert werden, so daß seine beiden Diagonalen gleich werden.

15) Ein gleichschenkeliges Trapez, dessen Schenkel $= a$ Ct. und dessen Inhalt $= b$ Qct., ist in einen Halbkreis so eingezeichnet, daß der Durchmesser die eine der parallelen Seiten wird; wie groß sind diese Seiten?

16) In einen Halbkreis ist ein gleichschenkeliges Trapez von $= a$ Qct. Inhalt so eingezeichnet, daß die eine der parallelen Seiten der Durchmesser ist, während die andere $= b$ Ct.

17) In einen Halbkreis, dessen Radius = a Ct., soll ein gleichschenkeliges Trapez von = b Qct. Inhalt so eingezeichnet werden, daß der Durchmesser die eine der parallelen Seiten wird.

18) Ein gleichschenkeliges Trapez, dessen Höhe = a und dessen Umfang = b Ct., ist in einen Halbkreis so eingezeichnet, daß der Durchmesser eine der parallelen Seiten ist; wie groß ist sein Inhalt?

19) a Kugeln sind in Form einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide aufgeschichtet; wie viel Kugeln liegen in der untersten Schicht?

a = 385 819 1785 2870 4324 9455 14910

20) a Kugeln sind in Form eines schief abgestumpften Prisma so aufgeschichtet, daß in der obersten Schicht eine Reihe von b Kugeln liegt, in der nächsten zwei Reihen von je $b + 1$ Kugeln 2c. Aus wie viel Schichten besteht das Prisma?

a = 2856 1980 5032 3325 b = 11 30 27 23

21) a Kugeln sind in Form von zwei regelmäßigen vierseitigen Pyramiden so aufgeschichtet, daß die eine Pyramide b Schichten mehr zählt als die andre.

a = 376 646 1023 6109 b = 3 4 5 6

22) a Kugeln sind in Form von zwei regelmäßigen dreiseitigen Pyramiden so aufgeschichtet, daß die eine Pyramide b Schichten mehr zählt als die andere.

a = 2680 3930 3269 1700 b = 2 5 6 4

23) Ein regelmäßiges vierseitiges Prisma hat bei einer Oberfläche von a Qct. einen Inhalt von b Kct.; wie groß ist seine Diagonale?

a = 190 266 352 594 b = 175 294 448 972

24) In einem regelmäßigen vierseitigen Prisma, dessen Kubikinhalt = a Kct., beträgt die Diagonale b Ct.; wie groß sind seine Kanten?

a = 320 147 294 891 1089 1183

b = $\sqrt{153}$ $\sqrt{107}$ $\sqrt{134}$ $\sqrt{283}$ $\sqrt{323}$ $\sqrt{387}$

25) In einem regelmäßigen vierseitigen Prisma von a Kct. Inhalt ist die Höhe um b Ct. größer als eine Kante der Grundfläche; wie groß ist seine Oberfläche?

$a = 175 \quad 294 \quad 448 \quad 972 \quad b = 2 \quad -1 \quad -1 \quad 3$

26) In einem rechtwinkeligen Parallelepipedon, dessen Oberfläche $= a$ Qct. und dessen Inhalt $= b$ Kct., bilden die Kanten eine arithmetische Reihe; wie groß ist seine Diagonale?

$a = 142 \quad 366 \quad 118 \quad 718 \quad b = 105 \quad 440 \quad 45 \quad 1287$

27) In einem rechtwinkeligen Parallelepipedon, dessen Oberfläche $= a$ Qct. und dessen Inhalt $= b$ Kct., beträgt die Summe der drei in einer Ecke zusammenstoßenden Kanten $= c$ Ct.; wie groß ist seine Diagonale;

$a = 542 \quad 746 \quad 930 \quad 574 \quad c = 29 \quad 34 \quad 38 \quad 30$
$b = 819 \quad 1320 \quad 1836 \quad 858$

28) Ein rechtwinkeliges Parallelepipedon, dessen Diagonale a Ct., hat eine Oberfläche von b Qct. und einen Inhalt von c Kct.; wie groß sind seine Kanten?

$a = 17 \quad 14{,}5 \quad 37 \quad 26 \quad c = 864 \quad 504 \quad 7056 \quad 1152$
$b = 552 \quad 390 \quad 2352 \quad 768$

29) Die drei äußeren Kanten eines hohlen rechtwinkeligen Parallelepipedons sind $= a, b, c$ Ct.; wie groß ist die Dicke der Hülle, wenn ihr Volumen $= d$ Kct.?

$a = 5 \quad 7 \quad 13 \quad 14 \quad c = 8 \quad 9 \quad 15 \quad 16$
$b = 7 \quad 8 \quad 14 \quad 15 \quad d = 112 \quad 294 \quad 546 \quad 2040$

30) In einem rechtwinkeligen Parallelepipedon, dessen Inhalt $= a$ Kct., ist die Diagonale $= b$ Ct.; wie groß sind die eine arithmetische Reihe bildenden Kanten?

$a = 280 \quad 315 \quad 210 \quad 440 \quad 360 \quad 1232$
$b = \sqrt{165} \quad \sqrt{155} \quad \sqrt{110} \quad \sqrt{210} \quad \sqrt{298} \quad \sqrt{381}$

31) In einem rechtwinkeligen Parallelepipedon von a Kct. Inhalt ist die Breite um b und die Länge um c Ct. größer als die Höhe. Wie groß ist seine Diagonale?

$a = 144 \quad 864 \quad 4032 \quad 7056 \quad c = 9 \quad 4 \quad 9 \quad 16$
$b = 1 \quad 1 \quad 4 \quad 9$

32) Die Höhe eines rechtwinkeligen Parallelepipedons ist $= a$, die Breite $= b$ und die Länge $= c$ Ct. Verlängert man die Höhe um eine bestimmte Größe, die Breite um das Doppelte, vermindert dagegen die Länge um das Dreifache dieser Größe, so wird der Inhalt um d Kct. kleiner.

$a = 7 \quad 11 \quad 14 \quad 17 \qquad c = 11 \quad 20 \quad 16 \quad 25$

$b = 9 \quad 13 \quad 15 \quad 19 \qquad d = 108 \quad -66 \quad 320 \quad -241$

33) Ein gerades Prisma, dessen Seitenfläche $= a$ Qct. und dessen Inhalt $= b$ Kct., hat zur Grundfläche ein gleichschenkeliges Dreieck, dessen Schenkel $= c$ Ct.; wie groß ist seine Oberfläche?

$a = 126 \quad 112 \quad 324 \quad 300 \qquad c = 5 \quad 5 \quad 13 \quad 17$

$b = 84 \quad 84 \quad 540 \quad 720$

34) Ein gerades Prisma, dessen Oberfläche $= a$ Qct. und dessen Inhalt $= b$ Kct., hat zur Grundfläche ein gleichschenkeliges Dreieck, in welchem sich die Grundlinie zum Schenkel wie $m : n$ verhält; wie groß ist seine Seitenfläche?

$a = 492 \quad 512 \quad 1260 \quad 1836 \qquad m : n = \frac{8}{5} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{16}{17} \quad \frac{10}{13}$

$b = 528 \quad 624 \quad 1440 \quad 3780$

35) Ein gerades Prisma, dessen Oberfläche $= a$ Qct. und dessen Inhalt $= b$ Kct., hat zur Grundfläche ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen Katheten sich wie $m : n$ verhalten; wie groß ist seine Seitenfläche?

$a = 216 \quad 480 \quad 880 \quad 1848 \qquad m : n = \frac{3}{4} \quad \frac{5}{12} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{7}{24}$

$b = 168 \quad 480 \quad 1200 \quad 1512$

36) Bei einem Cylinder von a Kct. Inhalt beträgt die Summe der Grundfläche und Seitenfläche b Qct.

$a = 75\pi \quad 45\pi \quad 108\pi \quad 196\pi \qquad b = 55\pi \quad 39\pi \quad 72\pi \quad 105\pi$

37) Ein Cylinder von a Kct. Inhalt hat eine Oberfläche von b Qct.; wie groß ist seine Seitenfläche?

$a = 75\pi \quad 45\pi \quad 108\pi \quad 196\pi \qquad b = 80\pi \quad 48\pi \quad 108\pi \quad 154\pi$

38) Ein Cylinder von a Kct. Inhalt hat eine Oberfläche von eben so viel Qct.; wie groß ist seine Seitenfläche?

39) In einem Cylinder von a Kct. Inhalt übertrifft die Höhe den Halbmesser der Grundfläche um b Ct.; wie groß ist seine Seitenfläche?

$a = 704\pi \quad 275\pi \quad 2304\pi \quad 3042\pi \qquad b = 3 \quad 6 \quad 4 \quad 5$

40) Die Höhe eines Cylinders von a Kct. Inhalt ist um b Ct. größer als der Durchmesser der Grundfläche; wie groß ist seine Oberfläche?

41) Bei einem Cylinder von a Kct. Inhalt ist die Seitenfläche um b Qct. größer als die Grundfläche; wie groß ist seine Oberfläche?

42) Bei einem Cylinder von a Kct. Inhalt ist der Achsendurchschnitt ein Rechteck von b Ct. Umfang; wie groß ist seine Oberfläche?

43) In einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide von a Kct. Inhalt ist die Höhe um b Ct. größer als die Kante der Grundfläche; wie groß ist ihre Seitenfläche?

$a = 400 \quad 1296 \quad 1280 \quad 9680 \qquad b = 2 \quad -6 \quad -1 \quad 38$

44) In einer regelmäßigen drei- oder vierseitigen Pyramide von a Kct. Inhalt ist eine Seitenkante $= b$ Ct.; wie groß ist ihre Oberfläche?

45) In einer regelmäßigen drei- oder vierseitigen Pyramide von a Kct. Inhalt ist die Seitenfläche $= b$ Qct.; wie groß ist ihre Oberfläche?

46) Eine Pyramide, deren Höhe $= a$ Ct. und deren Grundfläche $= b$ Qct., soll durch eine zur Grundfläche parallele Ebene so geschnitten werden, daß eine Pyramide, welche die Schnittfigur zur Grundfläche und ihre Entfernung von der Grundfläche der ursprünglichen Pyramide zur Höhe hat, den $n$fachen Inhalt dieser ursprünglichen Pyramide erhält.

47) In einem Kegel von a Kct. Inhalt ist die Seitenlinie $= b$ Ct.; wie groß ist seine Oberfläche?

48) In einem Kegel von a Kct. Inhalt ist die Höhe um b Ct. größer als der Durchmesser der Grundfläche; wie groß ist seine Oberfläche?

49) Ein Kegel von a Kct. Inhalt hat eine Seitenfläche von b Qct.; wie groß ist seine Oberfläche?

50) Aus einem Kegel, bei welchem der Halbmesser der Grundfläche $= a$ Ct., die Höhe $= b$ Ct., soll ein konzentrischer Cylinder vom $n$fachen Inhalt ausgeschnitten werden

51) In einen Kegel, dessen Seitenlinie $= a$ Ct., ist eine Kugel von b Kct. Inhalt eingeschrieben; wie groß ist der Inhalt dieses Kegels?

52) Bei einem abgekürzten Kegel von a Kct. Inhalt ist die Höhe um b Ct. größer als der Halbmesser der Grundfläche und dieser um c Ct. größer als der der Deckfläche; wie groß ist seine Seitenfläche?

$a = 7\pi \quad 61\pi \quad 74\pi \quad 147\pi \qquad c = 1 \quad 1 \quad 1 \quad 2$

$b = 1 \quad -2 \quad 2 \quad 4$

53) In einem abgekürzten Kegel von a Qct. Seitenfläche ist der Halbmesser der Grundfläche $= b$ und die Höhe $= c$ Ct.; wie groß ist sein Kubikinhalt?

$a = 35\pi \quad 40\pi \quad 143\pi \quad 221\pi \qquad c = 4 \quad 3 \quad 12 \quad 12$

$b = 5 \quad 6 \quad 8 \quad 11$

54) Bei einem abgekürzten Kegel von a Kct. Inhalt beträgt die Seitenlinie b Ct., während die des Ergänzungskegels $= c$ Ct.; wie groß ist seine Oberfläche?

$a = 52\pi \quad 52\pi \quad 388\pi \quad 892\pi \qquad c = 2\frac{1}{2} \quad 3\frac{1}{3} \quad 7\frac{4}{5} \quad 15\frac{3}{5}$

$b = 5 \quad 5 \quad 13 \quad 13$

55) Zwei Kugeln haben zusammen a Kct. Inhalt, während die Differenz ihrer Durchmesser $= b$ Ct.; wie groß sind ihre Oberflächen?

56) Wie groß sind die Oberflächen zweier Kugeln, wenn die Summe ihrer Durchmesser $= a$ Ct., die Differenz ihrer Inhalte $= b$ Kct.?

57) Wie groß sind die Durchmesser zweier Kugeln, wenn die Differenz ihrer Oberflächen $= a$ Qct., die Differenz ihrer Inhalte $= b$ Kct.?

58) Wie groß ist der Zentriwinkel eines Kugelausschnitts, wenn der zugehörige Abschnitt die Hälfte des Ausschnitts ist?

59) Wie tief sinkt eine Kugel aus einem Stoff von spezifischen Gewicht a in eine Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht b, wenn ihr Durchmesser $= d$ Ct.?

60) Eine Kugel, deren Durchmesser $= a$ Ct., soll durch zwei parallele Ebenen in drei gleiche Teile geteilt werden.

61) Der Inhalt eines Kugelabschnitts beträgt das $n$fache vom Inhalt der ganzen Kugel; wie verhalten sich die krummen Flächen der beiden Körper?

62) Eine Kugelzone, bei welcher Grund- und Deckfläche kongruent sind, hat eine krumme Fläche $= a$ Qct. und einen Inhalt $= b$ Kct.; wie groß ist ihre Höhe?

63) Wie groß ist die krumme Fläche einer Kugelzone von a Kct. Inhalt, wenn die Halbmesser ihrer Grund- und Deckfläche $= b$ und c Ct.?

64) Ein abgekürzter Kegel von a Kct. Inhalt hat eine Seitenfläche von b und eine Oberfläche von c Qct.; wie groß ist seine Höhe?

$a = 388\pi \;\; 588\pi \;\; 1197\pi \;\; 620\pi \qquad c = 216\pi \;\; 320\pi \;\; 644\pi \;\; 308\pi$

$b = 143\pi \;\; 195\pi \;\; 330\pi \;\; 204\pi$

65) Aus einem Quadrat, dessen Seite a Ct., soll ein Kreis so ausgeschnitten werden, daß sein Mittelpunkt auf einer Diagonale b Ct. von der nächsten Ecke entfernt liegt, und daß der Schwerpunkt des Restes einer der Punkte ist, in welchen diese Diagonale vom Kreise geschnitten wird.

66) Ein Wasserbehälter wird durch gleichzeitigen Zufluß aus 4 Röhren in a Stunden gefüllt. Um allein den Behälter zu füllen braucht die zweite b, die dritte c, die vierte d Stunden mehr als die erste.

$a = 2\frac{2}{5} \;\; 1\frac{23}{25} \;\; 1\frac{1}{7} \;\; 1\frac{25}{47} \qquad c = 6 \;\; 8 \;\; 3 \;\; 4$

$b = 3 \;\; 4 \;\; 1 \;\; 2 \qquad d = 12 \;\; 12 \;\; 5 \;\; 5$

Druck von Th. Burger, Bayreuth.